**Lycée Jean-Baptiste de Baudre**
Agen

# Parcours de consolidation en mathématiques

*Six semaines pour bien démarrer en BTS*

*Spécialité CIEL — Cybersécurité, Informatique et réseaux, Électronique*

**Version professeur**
(énoncés et corrigés)

De la rentrée aux vacances de la Toussaint

# Sommaire

# Chapitre 1

# Semaine 1 : Calcul, formules et unités

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CIEL, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

## Rappel mathématique

Cette première semaine consolide les gestes de calcul élémentaires : manipuler les fractions, manier les puissances et la notation scientifique, convertir des unités sans se tromper, isoler une grandeur dans une formule. Ces gestes seront réinvestis dans toutes les semaines suivantes.

### §1. Calcul sur les fractions

**Définition – fraction**

Une fraction $\dfrac{a}{b}$ représente le partage de $a$ par $b$ (avec $b \neq 0$). Le nombre $a$ est le *numérateur*, $b$ est le *dénominateur*.

**Propriété – simplifier**

Si l'on multiplie (ou divise) numérateur et dénominateur par un même nombre non nul, la fraction ne change pas de valeur :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}, \quad k \neq 0.$$

*Exemple* – $\dfrac{12}{18} = \dfrac{12 \div 6}{18 \div 6} = \dfrac{2}{3}$.

**Propriété – additionner ou soustraire**

Pour ajouter (ou retrancher) deux fractions, on les met au **même dénominateur**, puis on additionne (ou retranche) les numérateurs :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a\,d}{b\,d} + \frac{c\,b}{d\,b} = \frac{a\,d + c\,b}{b\,d}.$$

*Exemple* – $\dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{2 \times 4}{12} + \dfrac{1 \times 3}{12} = \dfrac{8+3}{12} = \dfrac{11}{12}$.

**Propriété – multiplier ou diviser**

Pour multiplier deux fractions, on multiplie numérateurs entre eux et dénominateurs entre eux :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

Pour diviser par une fraction, on multiplie par son inverse :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

*Exemple* – $\frac{3}{5} \times \frac{10}{9} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$. $\frac{5}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8}$.

**Point de vigilance.** On additionne avec un dénominateur commun, mais on multiplie *sans* le faire. Confondre les deux est l'erreur la plus fréquente.

## §2. Puissances et notation scientifique

**Définition – puissance d'un nombre**

Pour un entier $n \geq 1$, $a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ fois}}$. On pose $a^0 = 1$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

**Propriété – règles de calcul**

Pour tous nombres $a$, $b$ non nuls et entiers $m$, $n$ :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \quad (a^m)^n = a^{mn}, \quad (a \times b)^n = a^n \times b^n.$$

*Exemple* – $10^3 \times 10^{-5} = 10^{3+(-5)} = 10^{-2}$ ; $(10^{-3})^2 = 10^{-6}$.

**Définition – notation scientifique**

Un nombre est en notation scientifique s'il s'écrit $a \times 10^n$, avec $1 \leq |a| < 10$ et $n$ entier relatif.

*Exemple* – $3\,200 = 3{,}2 \times 10^3$ ; $0{,}000\,034 = 3{,}4 \times 10^{-5}$.

**À la calculatrice.** Voir l'*Annexe : prise en main de la calculatrice*, §4 (saisie d'une notation scientifique) et §5 (lecture d'un résultat).

## §3. Conversions d'unités

Les **préfixes du Système international** permettent d'exprimer une grandeur en multipliant l'unité de base par une puissance de 10 :

| Préfixe | Symbole | Facteur | Préfixe | Symbole | Facteur |
|---|---|---|---|---|---|
| giga | G | $10^9$ | milli | m | $10^{-3}$ |
| méga | M | $10^6$ | micro | µ | $10^{-6}$ |
| kilo | k | $10^3$ | nano | n | $10^{-9}$ |

*Exemple* – $3{,}3\ V = 3{,}3 \times 10^3\ mV = 3\,300\ mV$ ; $20\ \mu s = 20 \times 10^{-6}\ s = 2 \times 10^{-5}\ s$.

**Méthode – conversion d'une aire ou d'un volume**

Pour convertir une aire ou un volume entre deux unités, on convertit d'abord la dimension linéaire correspondante, puis on l'élève à la puissance appropriée.
**Aire** : 1 mm $= 10^{-3}$ m, donc 1 mm$^2 = (10^{-3})^2$ m$^2 = 10^{-6}$ m$^2$.
**Volume** : 1 mm $= 10^{-1}$ cm, donc 1 mm$^3 = (10^{-1})^3$ cm$^3 = 10^{-3}$ cm$^3$.

**Point de vigilance.** L'erreur classique est de croire que 1 mm$^2 = 10^{-3}$ m$^2$ (faux : l'exposant doit aussi être au carré).

### §4. Isoler une grandeur dans une formule

Dans un calcul métier, on n'utilise pas toujours une formule dans le sens où elle est écrite. Si l'on connaît certaines grandeurs et que l'on cherche celle qui reste, il faut *isoler* cette grandeur.

**Méthode – isoler une grandeur**

On effectue les opérations inverses, dans l'ordre inverse, sur les deux membres de l'égalité, jusqu'à ce que la grandeur cherchée soit seule.

- Pour annuler une addition, on soustrait ; pour annuler une soustraction, on additionne.
- Pour annuler une multiplication, on divise ; pour annuler une division, on multiplie.
- Pour annuler un carré (sur un nombre positif), on prend la racine carrée.

*Exemple – Isoler $I$ dans $U = R \times I$. On divise les deux membres par $R$ : $\dfrac{U}{R} = I$, soit $I = \dfrac{U}{R}$.*

*Exemple – Isoler $h$ dans $V = L \times \ell \times h$. On divise par $L \times \ell$ : $h = \dfrac{V}{L \times \ell}$.*

*Exemple – Isoler $r$ dans $S = \pi r^2$. On divise par $\pi$ : $\dfrac{S}{\pi} = r^2$. Puis on prend la racine carrée : $r = \sqrt{\dfrac{S}{\pi}}$.*

## Exercices classiques

Ces exercices courts exercent les gestes mathématiques vus dans le rappel, sans contexte métier. Les corrigés détaillés sont visibles dans la version professeur. Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

**Exercice 1**

Simplifier les fractions suivantes au maximum.

$$\frac{12}{18}, \quad \frac{15}{25}, \quad \frac{42}{56}.$$

**Corrigé**

$$\frac{12}{18} = \frac{12/6}{18/6} = \frac{2}{3}\,; \quad \frac{15}{25} = \frac{15/5}{25/5} = \frac{3}{5}\,; \quad \frac{42}{56} = \frac{42/14}{56/14} = \frac{3}{4}.$$

## Exercice 2

Calculer en réduisant au même dénominateur :

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\,,\qquad \frac{5}{6}-\frac{1}{2}\,.$$

### Corrigé

$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{8}{12}+\frac{3}{12}=\frac{11}{12}$ ; $\frac{5}{6}-\frac{1}{2}=\frac{5}{6}-\frac{3}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

## Exercice 3

Calculer (puis simplifier) :

$$\frac{3}{5}\times\frac{10}{9}\,,\qquad \frac{5}{4}\div\frac{2}{3}\,.$$

### Corrigé

$\frac{3}{5}\times\frac{10}{9}=\frac{30}{45}=\frac{2}{3}$ ; $\frac{5}{4}\div\frac{2}{3}=\frac{5}{4}\times\frac{3}{2}=\frac{15}{8}$.

## Exercice 4

Calculer sans calculatrice :

$$2^5\,,\qquad 10^{-2}\,,\qquad (-3)^2\,,\qquad 5^0\,.$$

### Corrigé

$2^5=32$ ; $10^{-2}=\frac{1}{10^2}=\frac{1}{100}=0{,}01$ ; $(-3)^2=9$ ; $5^0=1$.

## Exercice 5

Écrire en notation scientifique :

$$0{,}000\,034\,,\qquad 5\,200\,000\,,\qquad 12{,}5\,.$$

### Corrigé

$0{,}000\,034=3{,}4\times10^{-5}$ ; $5\,200\,000=5{,}2\times10^{6}$ ; $12{,}5=1{,}25\times10^{1}$.

## Exercice 6

Effectuer les conversions de longueur ou de durée :

- 250 mm en m ;
- 0,04 km en m ;
- 1,5 h en s.

### Corrigé

$250$ mm $=250\times10^{-3}$ m $=0{,}25$ m ; $0{,}04$ km $=0{,}04\times10^{3}$ m $=40$ m ; $1{,}5$ h $=1{,}5\times3\,600$ s $=5\,400$ s.

## Exercice 7

Convertir 400 $mm^2$ en $cm^2$ puis en $m^2$, en passant explicitement par la dimension linéaire.

### Corrigé

1 mm $= 10^{-1}$ cm, donc 1 $mm^2 = 10^{-2}$ $cm^2$, donc 400 $mm^2 = 4$ $cm^2$.
1 mm $= 10^{-3}$ m, donc 1 $mm^2 = 10^{-6}$ $m^2$, donc 400 $mm^2 = 4 \times 10^{-4}$ $m^2$.

## Exercice 8

Dans chacune des relations suivantes, isoler la grandeur indiquée.

- Dans $y = 3x + 2$, exprimer $x$ en fonction de $y$.
- Dans $v = \dfrac{d}{t}$, exprimer $d$, puis $t$.
- Dans $P = U \times I$, exprimer $I$.

### Corrigé

$y = 3x + 2 \Rightarrow y - 2 = 3x \Rightarrow x = \dfrac{y-2}{3}$.
$v = \dfrac{d}{t} \Rightarrow d = v \times t$ ; et $t = \dfrac{d}{v}$.
$P = U \times I \Rightarrow I = \dfrac{P}{U}$.

*Pour aller plus loin*

## Exercice 9

Calculer :

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{1}{2}.$$

### Corrigé

Dénominateur commun 12 : $\dfrac{9}{12} + \dfrac{10}{12} - \dfrac{6}{12} = \dfrac{13}{12}$.

## Exercice 10

Simplifier l'expression à l'aide des règles de calcul sur les puissances :

$$\frac{10^5 \times 10^{-2}}{10^4}.$$

### Corrigé

$$\frac{10^5 \times 10^{-2}}{10^4} = \frac{10^{5-2}}{10^4} = \frac{10^3}{10^4} = 10^{3-4} = 10^{-1} = 0{,}1.$$

## Exercice 11

Convertir 2 500 $mm^3$ en $cm^3$, puis en litres (1 L $= 10^3$ $cm^3$).

**Corrigé**

$1\ \text{mm}^3 = 10^{-3}\ \text{cm}^3$, donc $2\,500\ \text{mm}^3 = 2{,}5\ \text{cm}^3$.
Puis $2{,}5\ \text{cm}^3 = 2{,}5 \times 10^{-3}\ \text{L} = 0{,}002\,5\ \text{L}$.

**Exercice 12**

Isoler $h$ dans la formule du volume d'un cylindre $V = \pi\, r^2\, h$, puis isoler $r$ dans la même formule.

**Corrigé**

$h = \dfrac{V}{\pi\, r^2}$.

Pour isoler $r$ : on divise par $\pi\, h$ : $\dfrac{V}{\pi\, h} = r^2$, puis on prend la racine carrée : $r = \sqrt{\dfrac{V}{\pi\, h}}$.

## Activités d'application

### Activité 1 • Préfixes du Système international — ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *notation scientifique, conversions* ***Lien référentiel :*** *S1 — grandeurs et unités*

Les préfixes du Système international permettent d'exprimer des grandeurs très grandes ou très petites :

| Préfixe | Symbole | Facteur |
|---|---|---|
| giga | G | $10^9$ |
| méga | M | $10^6$ |
| kilo | k | $10^3$ |
| milli | m | $10^{-3}$ |
| micro | µ | $10^{-6}$ |
| nano | n | $10^{-9}$ |

1. Un disque dur a une capacité de 500 Go. Exprimer cette capacité en octets, en notation scientifique.
2. Un signal électrique a une période $T = 20$ µs. Exprimer cette période en secondes.
3. Une tension de 3,3 V correspond à combien de millivolts ?

**Corrigé**

1. $500\ \text{Go} = 500 \times 10^9\ \text{o} = 5 \times 10^{11}\ \text{o}$.
2. $T = 20 \times 10^{-6} = 2 \times 10^{-5}$ s.
3. $3{,}3\ \text{V} = 3{,}3 \times 10^3\ \text{mV} = 3\,300\ \text{mV}$.

### Activité 2 • Bits et octets — ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *conversion, notation scientifique* ***Lien référentiel :*** *S2 — codage de l'information*

Un octet (noté `o`) vaut 8 bits (notés `b`). Cette unité sert à mesurer les quantités d'information stockées ou transmises. Pour les capacités et débits annoncés par les constructeurs, on prendra $1\ \text{ko} = 10^3\ \text{o}$, $1\ \text{Mo} = 10^6\ \text{o}$, $1\ \text{Go} = 10^9\ \text{o}$.

1. Une image pèse 2 Mo. Convertir cette taille en bits, en notation scientifique.
2. Un fichier vidéo de 4 Go doit être transféré. Exprimer sa taille en bits.
3. La mémoire RAM d'un microcontrôleur est de 32 ko. Combien d'octets cela représente-t-il

?

**Corrigé**

1. 2 Mo $= 2 \times 10^6$ o, et $2 \times 10^6 \times 8 = 16 \times 10^6 = 1{,}6 \times 10^7$ b.
2. 4 Go $= 4 \times 10^9$ o, et $4 \times 10^9 \times 8 = 32 \times 10^9 = 3{,}2 \times 10^{10}$ b.
3. 32 ko $= 32 \times 10^3 = 32\,000$ o.

## Activité 3 • Loi d'Ohm sur une carte électronique — ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *application d'une formule, isoler une grandeur, préfixes (mA)* ***Lien référentiel :*** *C04 — lois de l'électricité*

Sur une carte électronique, une LED est alimentée à travers une résistance de protection. La loi d'Ohm s'écrit $U = R \times I$.

1. Une résistance $R = 220\ \Omega$ est traversée par un courant $I = 10$ mA. Calculer la tension à ses bornes.
2. On souhaite limiter le courant dans une LED à 5 mA alors que la résistance doit absorber une tension de 3 V. Calculer la valeur de la résistance à choisir. (isoler $R$)

**Corrigé**

1. $I = 10$ mA $= 10 \times 10^{-3} = 0{,}01$ A, donc $U = 220 \times 0{,}01 = 2{,}2$ V.
2. $I = 5 \times 10^{-3}$ A, donc $R = \dfrac{U}{I} = \dfrac{3}{5 \times 10^{-3}} = 600\ \Omega$.

## Activité 4 • Bilan de puissance d'un poste informatique — ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *application d'une formule, conversion d'énergie* ***Lien référentiel :*** *C09 — installer un système (énergie électrique)*

La puissance électrique consommée par un appareil vaut $P = U \times I$. L'énergie consommée pendant une durée $t$ vaut $W = P \times t$.

Un poste de travail informatique est alimenté en $U = 230$ V et consomme un courant moyen $I = 1{,}5$ A.

1. Calculer la puissance moyenne $P$ consommée par le poste, en watts puis en kilowatts.
2. Le poste fonctionne 8 h par jour. Calculer l'énergie $W$ consommée chaque jour, en kWh.
3. Sachant que 1 kWh $= 3{,}6 \times 10^6$ J, exprimer cette énergie en joules.

**Corrigé**

1. $P = 230 \times 1{,}5 = 345$ W $= 0{,}345$ kW.
2. $W = 0{,}345 \times 8 = 2{,}76$ kWh.
3. $W = 2{,}76 \times 3{,}6 \times 10^6 \approx 9{,}94 \times 10^6$ J.

## Activité 5 • Refroidissement d'un serveur par circulation d'eau — PHYSIQUE APPLIQUÉE

***Outil réinvesti :*** *application d'une formule* ***Lien référentiel :*** *Physique-chimie — thermique (capacité thermique massique)*

Pour évacuer la chaleur dégagée par un serveur, on fait circuler de l'eau autour des composants. L'eau absorbe l'énergie selon $Q = m \times c \times \Delta T$, où $c$ est la capacité thermique massique du fluide. Pour l'eau, $c = 4\,180$ J/(kg $\cdot$ K).

Une boucle de refroidissement fait circuler $m = 5$ kg d'eau qui s'échauffe de $\Delta T = 8$ °C en absorbant la chaleur.

1. Calculer la quantité de chaleur $Q$ absorbée par l'eau (en joules).
2. Convertir le résultat en kilojoules.

**Corrigé**

1. $Q = 5 \times 4\,180 \times 8 = 167\,200$ J.
2. $Q \approx 167$ kJ.

## Activité 6 • Vitesse de propagation d'un signal dans un câble PHYSIQUE APPLIQUÉE

***Outil réinvesti :*** *application d'une formule, isoler une grandeur, notation scientifique* ***Lien référentiel :*** *Physique-chimie — propagation des signaux*

Un signal électrique se propage dans un câble en cuivre à environ $v = 2 \times 10^8$ m/s (environ deux tiers de la vitesse de la lumière dans le vide). Pour parcourir une distance $d$, il met un temps $t = d/v$.

1. Calculer le temps mis par un signal pour parcourir un câble de 100 m (résultat en notation scientifique, puis en nanosecondes).
2. À quelle distance correspond un retard de 1 µs ? (isoler $d$)

**Corrigé**

1. $t = \dfrac{100}{2 \times 10^8} = 5 \times 10^{-7}$ s $= 500$ ns.
2. $d = v \times t = 2 \times 10^8 \times 10^{-6} = 200$ m.

# Chapitre 2

# Semaine 2 : Proportionnalité et géométrie de base

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CIEL, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

## Rappel mathématique

Cette deuxième semaine consolide les outils qui interviennent dans presque tous les calculs métier : reconnaître une situation de proportionnalité et l'exploiter, manier les pourcentages dans les deux sens, lire une échelle, et appliquer correctement les formules d'aires et de volumes usuels.

### §1. Proportionnalité

**Définition – deux grandeurs proportionnelles**

Deux grandeurs $x$ et $y$ sont *proportionnelles* si le rapport $\dfrac{y}{x}$ est constant. Ce rapport est appelé **coefficient de proportionnalité**, noté $k$ : $y = k \times x$.

*Exemple – Le prix à payer pour de l'essence est proportionnel au volume servi : si* 20 *L coûtent* 34 *€, alors* $k = \dfrac{34}{20} = 1{,}70$ *€/L.*

**Propriété – produit en croix**

Si quatre nombres $a$, $b$, $c$, $d$ (avec $b$ et $d$ non nuls) vérifient $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$, alors $a \times d = b \times c$. On peut isoler n'importe laquelle des quatre grandeurs si l'on connaît les trois autres.

*Exemple – Si* $\dfrac{a}{3} = \dfrac{20}{12}$*, alors* $a \times 12 = 3 \times 20$*, soit* $a = \dfrac{60}{12} = 5$.

**Point de vigilance.** Avant d'appliquer le produit en croix, il faut s'assurer que la situation est bien proportionnelle. Par exemple, l'âge et la taille d'un enfant ne le sont pas.

## §2. Pourcentages

**Définition – pourcentage**

Un pourcentage $p\,\%$ représente la fraction $\dfrac{p}{100}$. Calculer $p\,\%$ d'une quantité $Q$, c'est calculer $\dfrac{p}{100} \times Q$.

*Exemple* – *30 % de 250 € vaut* $\dfrac{30}{100} \times 250 = 75$ *€.*

**Méthode – augmentation et diminution**

Augmenter une quantité de $p\,\%$ revient à la multiplier par $\left(1 + \dfrac{p}{100}\right)$.
Diminuer une quantité de $p\,\%$ revient à la multiplier par $\left(1 - \dfrac{p}{100}\right)$.

*Exemple* – *Un prix de 80 € subit une hausse de 15 % : nouveau prix* $= 80 \times 1{,}15 = 92$ *€.*
*Une remise de 20 % sur 80 € : prix soldé* $= 80 \times 0{,}80 = 64$ *€.*

**Point de vigilance.** Une hausse de 20 % suivie d'une baisse de 20 % ne ramène pas au prix initial : $100 \times 1{,}20 \times 0{,}80 = 96$, pas 100.

## §3. Échelles

**Définition – échelle**

Sur un plan ou une carte, l'*échelle* est le rapport entre une longueur sur le plan et la longueur réelle correspondante, exprimées dans la même unité :

$$\text{échelle} = \frac{\text{longueur sur le plan}}{\text{longueur réelle}}.$$

Une échelle s'écrit souvent sous la forme $1 : n$ (un sur $n$). Avec une échelle $1 : 50$, 1 cm sur le plan représente 50 cm en réalité ; ou encore, 1 mm sur le plan représente 50 mm.

*Exemple* – *Sur un plan à l'échelle* $1 : 100$*, un mur mesure 4 cm. Sa longueur réelle est* $4 \times 100 = 400$ *cm* $= 4$ *m.*

## §4. Aires usuelles

**Propriété – formules d'aires**

**Rectangle** de longueur $L$ et largeur $\ell$ : $S = L \times \ell$.
**Triangle** de base $b$ et hauteur $h$ : $S = \dfrac{b \times h}{2}$.
**Disque** de rayon $r$ : $S = \pi r^2$. Circonférence (périmètre) : $\mathcal{P} = 2\pi r$.

*Exemple* – *Disque de rayon* $r = 5$ *cm :* $S = \pi \times 5^2 = 25\pi \approx 78{,}5$ *cm*$^2$.

**Conversions d'aires.** Pour passer d'une unité d'aire à une autre, on convertit la dimension linéaire correspondante et on élève au carré (voir semaine 1, §3).

## §5. Volumes usuels

**Propriété – formules de volumes**

**Parallélépipède rectangle** de longueur $L$, largeur $\ell$, hauteur $h$ : $V = L \times \ell \times h$.
**Cylindre** de rayon $r$ et hauteur $h$ : $V = \pi r^2 h$.
**Sphère** de rayon $r$ : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

*Exemple – Cylindre de rayon $r = 2$ cm et hauteur $h = 10$ cm :* $V = \pi \times 2^2 \times 10 = 40\pi \approx 125{,}7$ *cm*$^3$.

**Conversions de volumes.** Pour passer d'une unité de volume à une autre, on convertit la dimension linéaire et on élève au cube (voir semaine 1, §3).

### Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

**Exercice 1**

Quatre stylos coûtent 6 €. En supposant la proportionnalité, calculer le prix de 10 stylos, puis combien on peut en acheter avec 21 €.

**Corrigé**

Coefficient : $\frac{6}{4} = 1{,}5$ €/stylo. Prix de 10 stylos : $10 \times 1{,}5 = 15$ €. Nombre de stylos avec 21 € : $\frac{21}{1{,}5} = 14$.

**Exercice 2**

Une voiture parcourt 180 km en 2 h à vitesse constante. Calculer la distance parcourue en 3 h 30 min (avec produit en croix).

**Corrigé**

3 h 30 min = 3,5 h.
$\frac{180}{2} = \frac{d}{3{,}5}$, donc $d = \frac{180 \times 3{,}5}{2} = 315$ km.

**Exercice 3**

Calculer mentalement (ou en posant le calcul) :
- $25\,\%$ de 200 € ;
- $10\,\%$ de 45 kg ;
- $75\,\%$ de 80 m.

**Corrigé**

$25\,\%$ de $200 = \frac{25}{100} \times 200 = 50$ € ; $10\,\%$ de $45 = 4{,}5$ kg ; $75\,\%$ de $80 = \frac{75}{100} \times 80 = 60$ m.

### Exercice 4

Un article coûte 120 €. Calculer son nouveau prix après :

- une augmentation de 15 % ;
- une remise de 30 %.

#### Corrigé

Nouveau prix après hausse : $120 \times 1{,}15 = 138$ €.
Nouveau prix après remise : $120 \times 0{,}70 = 84$ €.

### Exercice 5

Sur un plan à l'échelle 1 : 50, une pièce mesure 8 cm de long et 6 cm de large. Calculer ses dimensions réelles, en mètres.

#### Corrigé

Longueur réelle : $8 \times 50 = 400$ cm $= 4$ m.
Largeur réelle : $6 \times 50 = 300$ cm $= 3$ m.

### Exercice 6

Calculer l'aire des figures suivantes.

- Rectangle de longueur 12 cm et largeur 5 cm.
- Triangle de base 8 cm et hauteur 6 cm.
- Disque de rayon 4 cm (valeur exacte, puis approchée au dixième).

#### Corrigé

Rectangle : $12 \times 5 = 60$ cm$^2$.
Triangle : $\dfrac{8 \times 6}{2} = 24$ cm$^2$.
Disque : $\pi \times 4^2 = 16\,\pi \approx 50{,}3$ cm$^2$.

### Exercice 7

Calculer le volume des solides suivants.

- Parallélépipède rectangle de dimensions 10 cm $\times$ 6 cm $\times$ 4 cm.
- Cylindre de rayon 3 cm et hauteur 10 cm (valeur exacte puis approchée).

#### Corrigé

Parallélépipède : $10 \times 6 \times 4 = 240$ cm$^3$.
Cylindre : $\pi \times 3^2 \times 10 = 90\,\pi \approx 282{,}7$ cm$^3$.

### Exercice 8

Un disque de rayon $r$ a une aire de $S = 100\,\pi$ cm$^2$. Calculer la valeur de $r$.

#### Corrigé

$\pi\, r^2 = 100\,\pi \Rightarrow r^2 = 100 \Rightarrow r = 10$ cm.

*Pour aller plus loin*

**Exercice 9**

Le prix d'un produit augmente de 20 %, puis baisse de 20 %. Le prix de départ étant de 100 €, calculer le prix final. Que constate-t-on ?

**Corrigé**

Prix après hausse : $100 \times 1{,}20 = 120$ €.
Prix après baisse : $120 \times 0{,}80 = 96$ €.
Le prix final est inférieur au prix initial : une hausse puis une baisse de même pourcentage ne ramènent pas au prix de départ.

**Exercice 10**

Sur un plan à l'échelle 1 : 200, on mesure 35 mm entre deux points. Quelle est la distance réelle correspondante, en mètres ?

**Corrigé**

Distance réelle $= 35 \times 200 = 7\,000$ mm $= 7$ m.

**Exercice 11**

Un cylindre a une hauteur $h = 20$ cm et un volume $V = 500\,\pi$ cm$^3$. Calculer son rayon $r$.

**Corrigé**

$$\pi\, r^2\, h = 500\,\pi \Rightarrow r^2 = \frac{500}{h} = \frac{500}{20} = 25 \Rightarrow r = 5 \text{ cm.}$$

**Exercice 12**

Un terrain rectangulaire mesure 30 m de long et 20 m de large.

- Calculer son aire en mètres carrés.
- Sur un plan à l'échelle 1 : 500, quelles sont les dimensions du terrain sur le plan, en centimètres ?

**Corrigé**

Aire : $30 \times 20 = 600$ m$^2$.
Sur le plan : longueur $= \dfrac{30\,\text{m}}{500} = \dfrac{3\,000\,\text{cm}}{500} = 6$ cm ; largeur $= 4$ cm.

## Activités d'application

**Activité 1 • Temps de téléchargement d'un fichier** ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *proportionnalité, application d'une formule, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :*** *C10 — exploiter un réseau (débits)*

Le temps de téléchargement d'un fichier est proportionnel à sa taille, à débit constant : $t = \frac{\text{taille}}{\text{débit}}$. **Attention :** le débit s'exprime souvent en bits par seconde (Mb/s), tandis que la taille d'un fichier s'exprime en octets (Mo).
Une connexion ADSL offre un débit descendant de 10 Mb/s.

1. Convertir ce débit en mégaoctets par seconde (Mo/s) en utilisant 1 o = 8 b.
2. Calculer le temps nécessaire au téléchargement d'un fichier de 50 Mo, en secondes.

3. Pour télécharger un film de 1,5 Go avec cette connexion, combien de temps faut-il ? (résultat en minutes)

**Corrigé**

1. $10\ \text{Mb/s} = \dfrac{10}{8} = 1{,}25\ \text{Mo/s}$.
2. $t = \dfrac{50}{1{,}25} = 40\ \text{s}$.
3. $1{,}5\ \text{Go} = 1\,500\ \text{Mo}$, donc $t = \dfrac{1\,500}{1{,}25} = 1\,200\ \text{s} = 20\ \text{min}$.

## Activité 2 • Pourcentage de remplissage d'un disque — ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *pourcentage, proportionnalité* ***Lien référentiel :*** *C10 — exploiter un réseau (stockage)*

Un serveur dispose d'un disque dur de capacité totale $C = 2$ To. À un instant donné, 1 500 Go sont utilisés.

1. Convertir la capacité totale en gigaoctets ($1\ \text{To} = 10^3\ \text{Go}$).
2. Calculer le pourcentage de remplissage du disque.
3. Une alerte se déclenche à 90 % de remplissage. Combien d'octets supplémentaires peuvent être stockés avant l'alerte ?

**Corrigé**

1. $C = 2 \times 10^3 = 2\,000$ Go.
2. Taux $= \dfrac{1\,500}{2\,000} = 0{,}75 = 75\,\%$.
3. Seuil $= 0{,}90 \times 2\,000 = 1\,800$ Go, donc on peut encore stocker $1\,800 - 1\,500 = 300$ Go avant l'alerte.

## Activité 3 • Section d'un câble réseau, conversion $\text{mm}^2 \to \text{m}^2$ — ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *formule d'aire, conversion d'unités* ***Lien référentiel :*** *C09 — installer un réseau (câblage)*

Un câble réseau Ethernet contient quatre paires de conducteurs en cuivre. Chaque conducteur est circulaire et de rayon $r = 0{,}5$ mm. La section d'un conducteur circulaire vaut $S = \pi r^2$.

1. Calculer la section $S$ d'un conducteur, en $\text{mm}^2$ (résultat arrondi au centième).
2. Exprimer 1 mm en mètres sous la forme d'une puissance de 10, puis en déduire à quoi est égal $1\ \text{mm}^2$ en $\text{m}^2$.
3. En déduire $S$ en $\text{m}^2$.

**Corrigé**

1. $S = \pi \times 0{,}5^2 = 0{,}25\,\pi \approx 0{,}79\ \text{mm}^2$.
2. $1\ \text{mm} = 10^{-3}\ \text{m}$, donc $1\ \text{mm}^2 = (10^{-3})^2 = 10^{-6}\ \text{m}^2$.
3. $S \approx 0{,}79 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$.

## Activité 4 • Volume et masse de cuivre dans un câble — ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *volume d'un cylindre, conversion* $mm^3 \to cm^3$*, masse volumique* ***Lien référentiel :*** *C09 — choix des câbles, devis matière*

La quantité de cuivre dans un câble se calcule à partir de la section utile $S$ et de la longueur $L$ : $V = S \times L$. La masse correspondante se déduit de la masse volumique : $m = \rho \times V$. Pour le cuivre, $\rho = 8{,}9$ g/cm$^3$.

Un câble réseau de 100 m a une section utile de cuivre totale $S = 4$ mm$^2$ (somme des sections de tous les conducteurs).

1. Exprimer $L$ en mm, puis calculer le volume $V$ de cuivre en mm$^3$.
2. Exprimer 1 mm en cm sous la forme d'une puissance de 10, puis en déduire à quoi est égal 1 mm$^3$ en cm$^3$.
3. En déduire $V$ en cm$^3$.
4. Calculer la masse $m$ de cuivre du câble, en grammes puis en kilogrammes.

### Corrigé

1. $L = 100$ m $= 100\,000$ mm, donc $V = 4 \times 100\,000 = 4 \times 10^5$ mm$^3$.
2. 1 mm $= 10^{-1}$ cm, donc 1 mm$^3 = 10^{-3}$ cm$^3$.
3. $V = 4 \times 10^5 \times 10^{-3} = 4 \times 10^2 = 400$ cm$^3$.
4. $m = 8{,}9 \times 400 = 3\,560$ g $\approx 3{,}56$ kg.

## Activité 5 • Lecture d'un plan de câblage à l'échelle — ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *proportionnalité, échelle* ***Lien référentiel :*** *C09 — lecture de plans*

Le plan d'implantation d'un local technique est tracé à l'échelle **1:20** : une longueur réelle est vingt fois la longueur correspondante sur le plan.

1. Sur le plan, le cheminement d'un câble mesure 35 mm. Quelle est la longueur réelle de câble nécessaire ?
2. La salle serveur mesure réellement 6 m de long. Quelle est sa longueur sur le plan, en mm ?

### Corrigé

1. Longueur réelle $= 20 \times 35 = 700$ mm $= 0{,}7$ m.
2. 6 m $= 6\,000$ mm, donc longueur sur le plan $= \dfrac{6\,000}{20} = 300$ mm.

## Activité 6 • Identifier un matériau par sa masse volumique — PHYSIQUE APPLIQUÉE

***Outil réinvesti :*** *proportionnalité, application de formule* ***Lien référentiel :*** *Physique-chimie — matière et matériaux*

La masse volumique relie la masse $m$ d'un échantillon à son volume $V$.

1. Écrire la relation entre $\rho$, $m$ et $V$.
2. Un échantillon a une masse $m = 270$ g pour un volume $V = 100$ cm$^3$. Calculer $\rho$, en g/cm$^3$.
3. Sachant que l'aluminium a $\rho = 2{,}7$ g/cm$^3$, de quel matériau s'agit-il probablement ?

**Corrigé**

1. $\rho = \dfrac{m}{V}$.
2. $\rho = \dfrac{270}{100} = 2{,}7\ \text{g/cm}^3$.
3. Cette valeur correspond à l'aluminium.

## Activité 7 • Dilatation linéaire d'un câble — PHYSIQUE APPLIQUÉE

***Outil réinvesti :** proportionnalité, application d'une formule, notation scientifique* ***Lien référentiel :** Physique-chimie — thermique (dilatation)*

La variation de longueur d'un câble due à un changement de température suit $\Delta L = \alpha \times L \times \Delta T$.
Pour le cuivre, $\alpha = 17 \times 10^{-6}\ \text{K}^{-1}$.
Une ligne de cuivre de $L = 200$ m subit une variation $\Delta T = 40$ K entre l'hiver et l'été.

1. Calculer $\Delta L$ en mètres.
2. Convertir le résultat en millimètres.

**Corrigé**

1. $\Delta L = 17 \times 10^{-6} \times 200 \times 40 = 0{,}136$ m.
2. $\Delta L = 136$ mm.

# Chapitre 3

# Semaine 3 : Trigonométrie

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CIEL, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

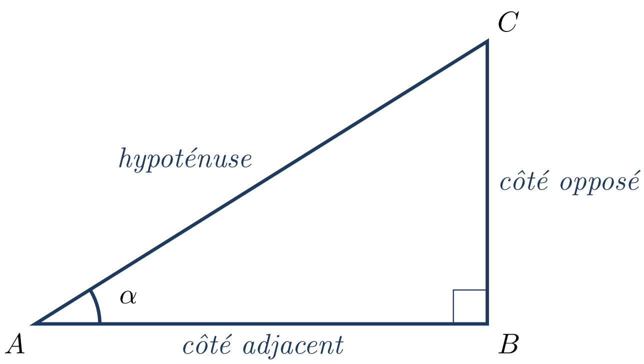
## Rappel mathématique

Cette semaine consolide les outils de la trigonométrie du triangle rectangle : théorème de Pythagore, et relations entre les côtés et les angles via sinus, cosinus et tangente. Ces outils sont mobilisés dès qu'on travaille sur une géométrie inclinée, une force décomposée, ou un signal périodique.

### §1. Triangle rectangle : vocabulaire

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit est appelé **hypoténuse** ; c'est toujours le côté le plus long. Les deux autres côtés forment les *côtés de l'angle droit*. Pour un angle aigu $\alpha$ donné du triangle, on distingue :

- le **côté opposé** à $\alpha$ : le côté qui ne touche pas $\alpha$ ;
- le **côté adjacent** à $\alpha$ : le côté de l'angle droit qui touche $\alpha$.




### §2. Théorème de Pythagore

**Propriété – théorème de Pythagore**

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés :

$$(\text{hypoténuse})^2 = (\text{côté } 1)^2 + (\text{côté } 2)^2\,.$$

*Exemple – Pour un triangle rectangle de côtés* $a = 3$, $b = 4$ *: l'hypoténuse vaut* $c = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$.

**Réciproque utile.** Si l'on connaît l'hypoténuse $c$ et un côté $a$, on isole l'autre côté : $b = \sqrt{c^2 - a^2}$.

## §3. Sinus, cosinus, tangente

**Définition – rapports trigonométriques**

Pour un angle aigu $\alpha$ d'un triangle rectangle :

$$\sin\alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}, \quad \cos\alpha = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}, \quad \tan\alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}.$$

**Moyen mnémotechnique : SOH-CAH-TOA.** *Sinus = Opposé / Hypoténuse, Cosinus = Adjacent / Hypoténuse, Tangente = Opposé / Adjacent.*

*Exemple – Dans un triangle rectangle avec* $\alpha = 30°$, $\sin 30° = 0{,}5$. *Si l'hypoténuse vaut* 10 *cm, le côté opposé vaut* $10 \times 0{,}5 = 5$ *cm.*

## §4. Valeurs particulières

**Propriété – angles remarquables**

| Angle $\alpha$ | $30°$ | $45°$ | $60°$ |
|---|---|---|---|
| $\sin\alpha$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| $\cos\alpha$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| $\tan\alpha$ | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | $1$ | $\sqrt{3}$ |

On retient au minimum $\sin 30° = 0{,}5$ et $\cos 60° = 0{,}5$ : les autres se retrouvent à la calculatrice.

**À la calculatrice.** Avant tout calcul de sinus, cosinus ou tangente, vérifier que la calculatrice est bien en mode **degré** (voir l'*Annexe : prise en main de la calculatrice*, §1).

## §5. Trouver un angle à partir d'un rapport

**Méthode – retrouver un angle (trigonométrie inverse)**

Si l'on connaît la valeur d'un rapport trigonométrique et qu'on cherche l'angle correspondant, on utilise les fonctions *inverses* :

$$\alpha = \sin^{-1}(\dots) \quad \text{ou} \quad \alpha = \cos^{-1}(\dots) \quad \text{ou} \quad \alpha = \tan^{-1}(\dots).$$

On les note aussi arcsin, arccos, arctan. La calculatrice y accède par `SHIFT` puis la touche correspondante.

*Exemple – Si* $\tan\alpha = 0{,}75$, *alors* $\alpha = \tan^{-1}(0{,}75) \approx 36{,}87°$.

**Point de vigilance.** L'unité du résultat dépend du mode actif. En mode degré, $\tan^{-1}(1) = 45°$ ; en mode radian, $\tan^{-1}(1) \approx 0{,}785\,4$. **Toujours vérifier le mode** (voir Annexe Calculatrice §8).

## Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

### Exercice 1

Un triangle rectangle a des côtés de l'angle droit $a = 6$ cm et $b = 8$ cm. Calculer la longueur de l'hypoténuse.

#### Corrigé

$c = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$ cm.

### Exercice 2

Un triangle rectangle a une hypoténuse $c = 13$ cm et un côté $a = 5$ cm. Calculer la longueur du second côté.

#### Corrigé

$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ cm.

### Exercice 3

Calculer (à la calculatrice, en mode degré) :

$$\sin 30^\circ\,, \quad \cos 60^\circ\,, \quad \tan 45^\circ\,, \quad \sin 90^\circ\,.$$

#### Corrigé

$\sin 30^\circ = 0{,}5$ ; $\cos 60^\circ = 0{,}5$ ; $\tan 45^\circ = 1$ ; $\sin 90^\circ = 1$.

### Exercice 4

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure 10 cm et l'un des angles aigus vaut $\alpha = 30^\circ$. Calculer la longueur du côté opposé à $\alpha$.

#### Corrigé

$\sin\alpha = \dfrac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$, donc opposé $= 10 \times \sin 30^\circ = 10 \times 0{,}5 = 5$ cm.

### Exercice 5

Dans un triangle rectangle, le côté adjacent à $\alpha = 40^\circ$ mesure 8 cm. Calculer la longueur de l'hypoténuse (résultat arrondi au dixième).

#### Corrigé

$\cos\alpha = \dfrac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$, donc hypoténuse $= \dfrac{8}{\cos 40^\circ} \approx \dfrac{8}{0{,}766} \approx 10{,}4$ cm.

### Exercice 6

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à $\alpha$ mesure 7 cm et le côté adjacent mesure 24 cm. Calculer l'angle $\alpha$ (résultat arrondi au degré).

**Corrigé**

$\tan\alpha = \dfrac{7}{24} \approx 0{,}292$, donc $\alpha = \tan^{-1}(0{,}292) \approx 16°$.

### Exercice 7

Un triangle rectangle a une hypoténuse de 15 cm et un côté opposé à un angle $\alpha$ de 9 cm. Calculer l'angle $\alpha$ (résultat arrondi au degré).

**Corrigé**

$\sin\alpha = \dfrac{9}{15} = 0{,}6$, donc $\alpha = \sin^{-1}(0{,}6) \approx 37°$.

### Exercice 8

Vérifier sur sa calculatrice qu'on est bien en mode degré, en calculant $\sin 90°$. Quel résultat doit-on obtenir ? Et si le mode est radian, que donne le calcul ?

**Corrigé**

En mode degré : $\sin 90° = 1$ (exactement).
En mode radian : $\sin 90 \approx 0{,}894$ (la calculatrice interprète 90 comme 90 radians). Si l'on obtient ce résultat, c'est qu'il faut basculer en mode degré.

*Pour aller plus loin*

### Exercice 9

Un triangle rectangle a une hypoténuse de longueur $c$. Démontrer, à partir des définitions, que pour tout angle aigu $\alpha$ de ce triangle on a $(\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$.

**Corrigé**

Soit $a$ le côté opposé à $\alpha$, $b$ le côté adjacent. Alors $\sin\alpha = a/c$ et $\cos\alpha = b/c$. Donc

$$(\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2+b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1\,,$$

par le théorème de Pythagore.

### Exercice 10

Une échelle est appuyée contre un mur. Elle mesure 5 m et fait un angle de 70° avec le sol. Calculer la hauteur atteinte sur le mur (résultat arrondi au centimètre).

**Corrigé**

La hauteur est le côté opposé à l'angle 70° ; l'échelle est l'hypoténuse.
Hauteur $= 5 \times \sin 70° \approx 5 \times 0{,}9397 \approx 4{,}70$ m $= 470$ cm.

### Exercice 11

Un triangle rectangle a pour côtés 1, $\sqrt{3}$, 2. Identifier l'hypoténuse, puis calculer les trois angles (aidé du tableau des valeurs particulières).

**Corrigé**

L'hypoténuse est le côté le plus long : 2. On a un angle droit ; les deux autres angles $\alpha$ et $\beta$ vérifient $\alpha + \beta = 90°$.
$\sin\alpha = \dfrac{1}{2}$ donc $\alpha = 30°$ ; et donc $\beta = 60°$.

**Exercice 12**

Dans un triangle rectangle, on connaît $\sin\alpha = 0{,}28$. Calculer $\alpha$ (au degré près), puis $\cos\alpha$ et $\tan\alpha$ (à $10^{-2}$ près).

**Corrigé**

$\alpha = \sin^{-1}(0{,}28) \approx 16°$.
$\cos\alpha \approx \cos 16° \approx 0{,}96$ ; $\tan\alpha \approx \tan 16° \approx 0{,}29$.

## Activités d'application

**Activité 1 • Longueur diagonale d'une baie informatique (Pythagore)** ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *théorème de Pythagore* ***Lien référentiel :*** *C09 — installation de baie informatique*

Pour estimer la diagonale d'une baie informatique (utile au passage de câbles entre faces), on assimile la face à un rectangle de hauteur $h = 200$ cm et de largeur $\ell = 60$ cm.

1. Énoncer le théorème de Pythagore : il relie l'hypoténuse $c$ aux deux côtés de l'angle droit $a$ et $b$.
2. Calculer la longueur de la diagonale, en centimètres (résultat arrondi au dixième).

**Corrigé**

1. $c^2 = a^2 + b^2$, donc $c = \sqrt{a^2 + b^2}$.
2. Diagonale $= \sqrt{200^2 + 60^2} = \sqrt{40\,000 + 3\,600} = \sqrt{43\,600} \approx 208{,}8$ cm.

**Activité 2 • Longueur d'un câble passant en hauteur (sinus)** ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *sinus, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :*** *C09 — installation et passage de câbles*

Un câble doit relier un boîtier au sol à un point de connexion situé en hauteur. Il chemine en ligne droite avec une inclinaison $\alpha = 30°$ par rapport au sol. La hauteur à atteindre est $h = 4$ m.
Dans le triangle rectangle formé, $h$ est le côté opposé à l'angle $\alpha$ et la longueur $L$ du câble en est l'hypoténuse.

1. Exprimer $\sin\alpha$ en fonction de $h$ et $L$.
2. En déduire la longueur $L$ de câble nécessaire. (isoler $L$)

**Corrigé**

1. $\sin\alpha = \dfrac{h}{L}$.
2. $L = \dfrac{h}{\sin\alpha} = \dfrac{4}{\sin 30°} = \dfrac{4}{0{,}5} = 8$ m.

## Activité 3 • Valeur instantanée d'une tension sinusoïdale — ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :** sinus, application d'une formule* ***Lien référentiel :** C04 — caractérisation des signaux*

Le secteur électrique français fournit une tension alternative dont la valeur instantanée s'écrit $u(\theta) = U_{\max} \times \sin\theta$, où $U_{\max}$ est la tension de crête et $\theta$ l'angle (en degrés). On donne $U_{\max} = 325$ V.

1. Calculer la valeur de $u$ pour $\theta = 30°$.
2. Calculer la valeur de $u$ pour $\theta = 90°$. Que représente cette valeur ?

### Corrigé

1. $u = 325 \times \sin 30° = 325 \times 0{,}5 = 162{,}5$ V.
2. $u = 325 \times \sin 90° = 325 \times 1 = 325$ V : c'est la tension de crête (valeur maximale).

## Activité 4 • Valeur efficace d'une tension sinusoïdale — ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :** racine carrée, application d'une formule* ***Lien référentiel :** C04 — caractérisation des signaux*

La valeur efficace d'une tension alternative sinusoïdale est reliée à la tension de crête par $U_{\text{eff}} = \dfrac{U_{\max}}{\sqrt{2}}$.

1. Pour $U_{\max} = 325$ V, calculer $U_{\text{eff}}$ (résultat arrondi au volt). Que reconnaît-on ?
2. À partir de la même formule, exprimer $U_{\max}$ en fonction de $U_{\text{eff}}$. (isoler $U_{\max}$)
3. Un appareil indique une tension efficace de 24 V. Calculer la tension de crête correspondante.

### Corrigé

1. $U_{\text{eff}} = \dfrac{325}{\sqrt{2}} \approx 230$ V : c'est la tension efficace du secteur français.
2. $U_{\max} = U_{\text{eff}} \times \sqrt{2}$.
3. $U_{\max} = 24 \times \sqrt{2} \approx 33{,}9$ V.

## Activité 5 • Réfraction de la lumière dans une fibre optique — PHYSIQUE APPLIQUÉE

***Outil réinvesti :** sinus, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :** Physique-chimie — optique (fibres)*

Pour qu'un signal optique soit guidé dans une fibre, la lumière y entre selon un angle bien précis. La loi de la réfraction (Snell–Descartes) est $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$, où $n_1$ et $n_2$ sont les indices des deux milieux. On donne $n_1 = 1$ (air) et $n_2 = 1{,}5$ (cœur de fibre). Un rayon arrive avec $i_1 = 30°$.

1. À partir de la loi de réfraction, exprimer $\sin i_2$. (isoler $\sin i_2$)
2. Calculer $\sin i_2$, puis en déduire l'angle de réfraction $i_2$.

### Corrigé

1. $\sin i_2 = \dfrac{n_1 \sin i_1}{n_2}$.
2. $\sin i_2 = \dfrac{1 \times 0{,}5}{1{,}5} \approx 0{,}333$, donc $i_2 \approx 19{,}5°$. Le rayon se rapproche de la normale en entrant dans la fibre.

## Activité 6 • Période et fréquence d'un signal sinusoïdal

PHYSIQUE APPLIQUÉE

***Outil réinvesti :** application d'une formule, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :** Physique-chimie — signaux périodiques*

La fréquence $f$ d'un signal périodique est l'inverse de sa période : $f = 1/T$, avec $T$ en secondes et $f$ en hertz.

1. Un signal a une période $T = 20$ ms. Convertir $T$ en secondes puis calculer la fréquence $f$.
2. Un signal a une fréquence $f = 50$ kHz. Convertir $f$ en Hz, puis calculer la période $T$ en secondes, puis en microsecondes. (isoler $T$)

### Corrigé

1. $T = 20 \times 10^{-3} = 0{,}02$ s, donc $f = \dfrac{1}{0{,}02} = 50$ Hz.
2. $f = 50 \times 10^{3} = 50\,000$ Hz, donc $T = \dfrac{1}{50\,000} = 2 \times 10^{-5}$ s $= 20$ µs.

# Chapitre 4

# Semaine 4 : Vecteurs

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CIEL, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

## Rappel mathématique

Cette semaine consolide les outils sur les vecteurs : représentation graphique, composantes, addition, et calcul de la norme. Ces outils sont mobilisés dès qu'on travaille sur des forces, des vitesses, des courants ou des grandeurs alternatives représentés vectoriellement.

### §1. Vecteur, composantes

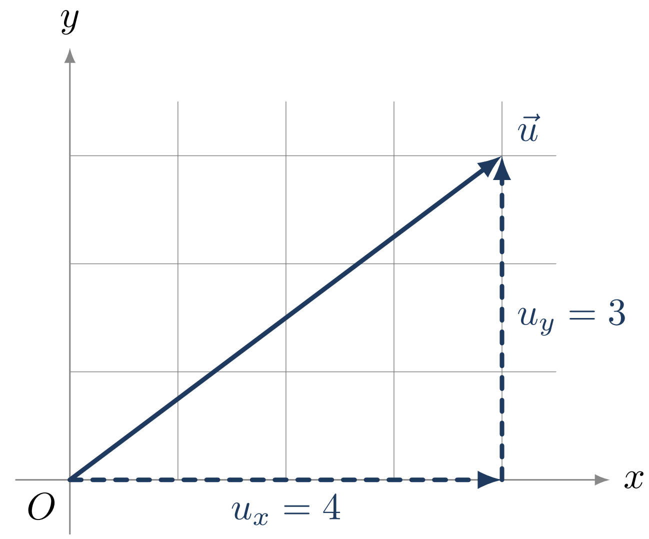
**Définition – vecteur**

Un vecteur, noté $\overrightarrow{u}$ ou $\overrightarrow{AB}$, est caractérisé par trois éléments : une **direction** (la droite qui le porte), un **sens** (de $A$ vers $B$), et une **norme** (sa longueur), notée $\|\overrightarrow{u}\|$ ou $\|\overrightarrow{AB}\|$.

**Définition – composantes d'un vecteur**

Dans un repère orthonormé du plan, un vecteur $\overrightarrow{u}$ est décrit par ses *composantes* $(x\,;\,y)$, où $x$ est son déplacement horizontal et $y$ son déplacement vertical.

*Exemple – Si* $A(1\,;\,2)$ *et* $B(4\,;\,6)$*, alors* $\overrightarrow{AB} = (4-1\,;\,6-2) = (3\,;\,4)$.




## §2. Norme d'un vecteur

**Propriété – norme**

La norme d'un vecteur de composantes $(x\,;\,y)$ vaut

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}\,.$$

C'est la longueur du vecteur, calculée par le théorème de Pythagore.

*Exemple – Pour* $\vec{u} = (3\,;\,4)$ *:* $\|\vec{u}\| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

## §3. Somme de vecteurs

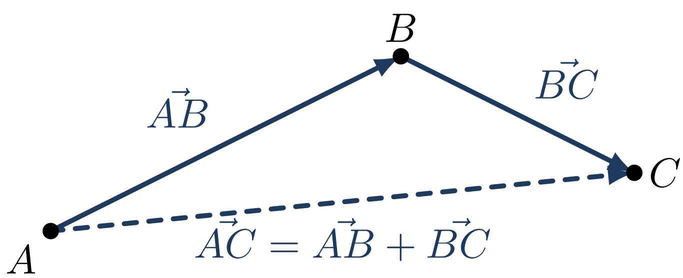
**Propriété – somme par composantes**

Pour additionner deux vecteurs, on additionne les composantes de même nature :

$$\vec{u_1} = (x_1\,;\,y_1)\,,\quad \vec{u_2} = (x_2\,;\,y_2)\,,\quad \vec{u_1} + \vec{u_2} = (x_1 + x_2\,;\,y_1 + y_2)\,.$$

*Exemple – Si* $\vec{u_1} = (3\,;\,0)$ *et* $\vec{u_2} = (0\,;\,4)$*, alors* $\vec{u_1} + \vec{u_2} = (3\,;\,4)$*, de norme* $5$.

**Représentation graphique.** On place les vecteurs bout à bout (origine du second sur l'extrémité du premier) ; la somme va de l'origine du premier à l'extrémité du second. C'est la *relation de Chasles* : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.



## §4. Direction d'un vecteur

**Méthode – angle d'un vecteur avec l'axe horizontal**

Pour un vecteur $\overrightarrow{u} = (x\,;\,y)$ avec $x > 0$, l'angle $\theta$ qu'il fait avec l'axe horizontal se calcule par

$$\tan\theta = \frac{y}{x}, \quad \text{donc} \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right).$$

*Exemple – Pour* $\overrightarrow{u} = (3\,;\,4)$ *:* $\tan\theta = \dfrac{4}{3} \approx 1{,}33$, *donc* $\theta \approx 53°$.

**À la calculatrice.** L'angle est obtenu en mode degré avec la fonction $\tan^{-1}$ (voir Annexe Calculatrice §8).

## §5. Vecteurs colinéaires opposés

Quand deux vecteurs ont la même direction mais des sens opposés, leur somme algébrique sur cette direction est leur différence en valeur absolue, et le sens est celui du plus grand.

*Exemple – Une force de* 50 *N vers le bas et une autre de* 30 *N vers le haut ont pour résultante* $50 - 30 = 20$ *N vers le bas.*

### Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

**Exercice 1**

Soit $A(2\,;\,3)$ et $B(8\,;\,11)$. Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

**Corrigé**

$\overrightarrow{AB} = (8 - 2\,;\,11 - 3) = (6\,;\,8)$.

**Exercice 2**

Calculer la norme des vecteurs suivants.

- $\overrightarrow{u_1} = (3\,;\,4)$
- $\overrightarrow{u_2} = (5\,;\,12)$
- $\overrightarrow{u_3} = (-6\,;\,8)$

**Corrigé**

$\|\overrightarrow{u_1}\| = \sqrt{9+16} = 5$ ; $\quad \|\overrightarrow{u_2}\| = \sqrt{25+144} = 13$ ; $\quad \|\overrightarrow{u_3}\| = \sqrt{36+64} = 10$.

**Exercice 3**

Calculer la somme $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ pour les vecteurs suivants.

- $\overrightarrow{u} = (2\,;\,5)$, $\overrightarrow{v} = (3\,;\,-1)$ ;
- $\overrightarrow{u} = (-4\,;\,7)$, $\overrightarrow{v} = (4\,;\,-2)$.

**Corrigé**

$\vec{u} + \vec{v} = (2+3\,;\,5-1) = (5\,;\,4)$.
$\vec{u} + \vec{v} = (-4+4\,;\,7-2) = (0\,;\,5)$.

## Exercice 4

On donne $\vec{u_1} = (3\,;\,0)$ et $\vec{u_2} = (0\,;\,4)$. Calculer les composantes de la somme $\vec{S} = \vec{u_1} + \vec{u_2}$, puis sa norme.

**Corrigé**

$\vec{S} = (3\,;\,4)$ ; $\|\vec{S}\| = \sqrt{9+16} = 5$.

## Exercice 5

Soit le vecteur $\vec{u} = (6\,;\,8)$. Calculer l'angle $\theta$ qu'il fait avec l'axe horizontal (résultat arrondi au degré).

**Corrigé**

$\tan\theta = \frac{8}{6} \approx 1{,}33$, donc $\theta = \tan^{-1}(1{,}33) \approx 53°$.

## Exercice 6

Soit le vecteur $\vec{u} = (5\,;\,12)$. Calculer sa norme et l'angle qu'il fait avec l'axe horizontal.

**Corrigé**

$\|\vec{u}\| = \sqrt{25+144} = 13$.
$\tan\theta = \frac{12}{5} = 2{,}4$, donc $\theta \approx 67{,}4°$.

## Exercice 7

Deux forces colinéaires de sens opposés s'appliquent sur un objet : $F_1 = 80$ N vers la droite et $F_2 = 50$ N vers la gauche. Calculer la valeur et le sens de la force résultante.

**Corrigé**

Résultante $= 80 - 50 = 30$ N, dirigée vers la droite (sens de la plus grande des deux forces).

## Exercice 8

Sur un schéma, $A(1\,;\,1)$, $B(4\,;\,5)$, $C(9\,;\,5)$. Calculer les composantes de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$. Vérifier la relation $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

**Corrigé**

$\overrightarrow{AB} = (3\,;\,4)$ ; $\overrightarrow{BC} = (5\,;\,0)$ ; $\overrightarrow{AC} = (8\,;\,4)$.
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (3+5\,;\,4+0) = (8\,;\,4) = \overrightarrow{AC}$. La relation est vérifiée.

*Pour aller plus loin*

### Exercice 9

Un objet est soumis à deux forces perpendiculaires : $F_1 = 12$ N horizontalement et $F_2 = 5$ N verticalement. Calculer la valeur et la direction (angle avec l'horizontale) de la force résultante.

**Corrigé**

$\|\overrightarrow{F}\| = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$ N.
$\tan\theta = \dfrac{5}{12} \approx 0{,}417$, donc $\theta \approx 22{,}6°$.

### Exercice 10

Soient $\overrightarrow{u} = (4\,;\,3)$ et $\overrightarrow{v} = (-1\,;\,2)$. Calculer la norme de $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$.

**Corrigé**

$\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} = (3\,;\,5)$, donc $\|\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\| = \sqrt{9+25} = \sqrt{34} \approx 5{,}83$.

### Exercice 11

Un vecteur $\overrightarrow{u}$ a une norme $\|\overrightarrow{u}\| = 10$ et fait un angle $\theta = 30°$ avec l'axe horizontal. Calculer ses composantes $x$ et $y$ (rappel : $x = \|\overrightarrow{u}\|\cos\theta$, $y = \|\overrightarrow{u}\|\sin\theta$).

**Corrigé**

$x = 10 \times \cos 30° \approx 10 \times 0{,}866 \approx 8{,}66$.
$y = 10 \times \sin 30° = 10 \times 0{,}5 = 5$.
Donc $\overrightarrow{u} \approx (8{,}66\,;\,5)$.

### Exercice 12

Deux vecteurs $\overrightarrow{u_1}$ et $\overrightarrow{u_2}$ ont pour composantes $(2\,;\,3)$ et $(5\,;\,-1)$ respectivement. Calculer les composantes de $\overrightarrow{u_1} - \overrightarrow{u_2}$ (rappel : $-\overrightarrow{u_2}$ a pour composantes $(-x_2\,;\,-y_2)$).

**Corrigé**

$\overrightarrow{u_1} - \overrightarrow{u_2} = (2-5\,;\,3-(-1)) = (-3\,;\,4)$.
Norme : $\sqrt{9+16} = 5$.

## Activités d'application

### Activité 1 • Composition de deux signaux en quadrature — ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :** somme de vecteurs, norme* ***Lien référentiel :** C04 — caractérisation des signaux*

On combine deux signaux périodiques de même fréquence, en quadrature de phase. Représentés comme des vecteurs dans un plan, leurs amplitudes sont $\overrightarrow{S_1} = (3\,;\,0)$ V et $\overrightarrow{S_2} = (0\,;\,4)$ V.

1. Donner les composantes du signal résultant $\overrightarrow{S} = \overrightarrow{S_1} + \overrightarrow{S_2}$.
2. Calculer la norme $\|\overrightarrow{S}\|$ : c'est l'amplitude du signal mesuré à l'oscilloscope.

**Corrigé**

1. $\overrightarrow{S} = (3\,;\,4)$ V.
2. $\|\overrightarrow{S}\| = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{25} = 5$ V.

## Activité 2 • Distance entre deux composants sur un PCB — ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *composantes, norme* ***Lien référentiel :*** *C07 — placement et routage d'une carte*

Sur un plan de carte électronique, deux composants sont repérés par leurs coordonnées (en mm) : $A(10\,;\,20)$ et $B(40\,;\,60)$.

1. Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}$ (rappel : $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A\,;\,y_B - y_A)$).
2. Calculer $\|\overrightarrow{AB}\|$ : c'est la distance entre les deux composants.

**Corrigé**

1. $\overrightarrow{AB} = (40 - 10\,;\,60 - 20) = (30\,;\,40)$.
2. $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{2\,500} = 50$ mm.

## Activité 3 • Somme de courants à un nœud — ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *somme de vecteurs colinéaires, signe* ***Lien référentiel :*** *C04 — lois de l'électricité (loi des nœuds)*

À un nœud d'un circuit, la loi des nœuds dit que la somme des courants entrants est égale à la somme des courants sortants. On peut la voir comme une somme vectorielle de courants algébriques (positifs entrants, négatifs sortants), et la résultante doit être nulle.
À un nœud, trois courants se rencontrent : $I_1 = +5$ A (entrant), $I_2 = -2$ A (sortant), $I_3$ (inconnu).

1. Écrire la loi des nœuds : la somme algébrique des trois courants doit être nulle.
2. Calculer $I_3$, puis préciser s'il est entrant ou sortant.

**Corrigé**

1. $I_1 + I_2 + I_3 = 0$.
2. $I_3 = -I_1 - I_2 = -5 - (-2) = -3$ A : le signe négatif indique que le courant est *sortant*.

## Activité 4 • Vecteur déplacement d'un drone en 2D — ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *norme, direction* ***Lien référentiel :*** *C09 — systèmes communicants mobiles*

Un drone d'inspection se déplace à vitesse constante. Son vecteur vitesse a pour composantes $v_x = 6$ m/s (vers l'est) et $v_y = 8$ m/s (vers le nord).

1. Calculer la norme de sa vitesse (vitesse réelle de déplacement).
2. Déterminer l'angle $\theta$ que fait le vecteur vitesse avec l'axe est ($\tan\theta = v_y/v_x$).

**Corrigé**

1. $\|\overrightarrow{v}\| = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$ m/s.
2. $\tan\theta = \dfrac{8}{6} \approx 1{,}33$, donc $\theta \approx 53°$ (au nord-est).

## Activité 5 • Composition de deux vitesses — PHYSIQUE APPLIQUÉE

***Outil réinvesti :*** *somme de vecteurs, norme* ***Lien référentiel :*** *Physique-chimie — composition des vitesses*

Un nageur traverse une rivière. Il nage à 4 m/s perpendiculairement à la berge, tandis que le courant l'emporte à 3 m/s le long de la rivière.

1. Calculer la norme de la vitesse réelle du nageur.

2. Calculer l'angle de sa trajectoire par rapport à la direction où il nage ($\tan\theta = 3/4$).

**Corrigé**

1. $\|\vec{v}\| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ m/s.
2. $\tan\theta = 0{,}75$, donc $\theta \approx 37°$ : le nageur est dévié par le courant.

## Activité 6 • Poussée d'Archimède : forces verticales opposées — PHYSIQUE APPLIQUÉE

***Outil réinvesti :*** *somme de vecteurs colinéaires, signe* ***Lien référentiel :*** *Physique-chimie — statique des fluides*

Un objet plongé dans l'eau subit deux forces verticales opposées : son poids $P = 50$ N (vers le bas) et la poussée d'Archimède $F_A = 30$ N (vers le haut).

1. Calculer la valeur de la force résultante et préciser son sens.
2. En déduire si l'objet coule ou remonte.

**Corrigé**

1. $R = 50 - 30 = 20$ N, dirigée vers le bas.
2. La résultante est vers le bas : l'objet coule.

# Chapitre 5

# Semaine 5 : Fonctions et lecture graphique

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CIEL, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

## Rappel mathématique

Cette semaine consolide les outils pour décrire et interpréter une dépendance entre deux grandeurs : fonction linéaire, fonction affine, fonction carré, et lecture graphique. Ces outils permettent de modéliser un grand nombre de situations métier (loi d'Ohm, dilatation, débit, étalonnage de capteur).

### §1. Notion de fonction

**Définition – fonction**

Une fonction $f$ associe à chaque valeur $x$ (la variable) une unique valeur $f(x)$ (l'image de $x$). La représentation graphique de $f$ est l'ensemble des points de coordonnées $(x\,;\,f(x))$.

*Exemple – Pour* $f(x) = 2x + 1$*, on a* $f(0) = 1$, $f(3) = 7$, $f(-2) = -3$.

### §2. Fonction linéaire

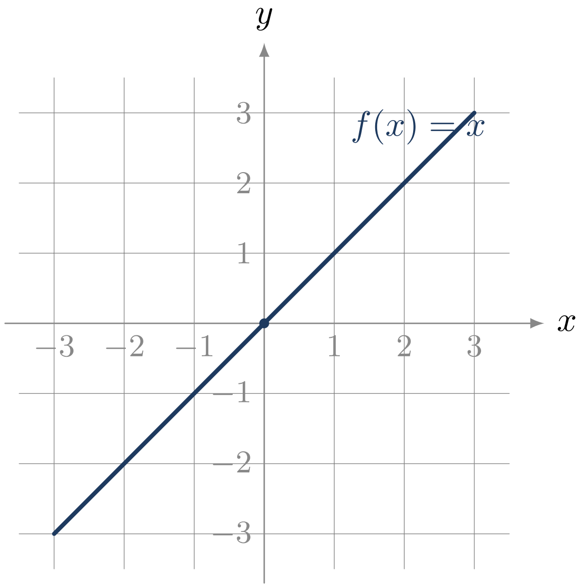
**Définition – fonction linéaire**

Une fonction linéaire est de la forme $f(x) = k\,x$, où $k$ est un coefficient constant. Sa représentation graphique est une droite passant par l'origine.

**Propriété – proportionnalité**

Une fonction linéaire $f(x) = k\,x$ traduit une situation de **proportionnalité** entre $x$ et $f(x)$, de coefficient $k$. Sur la droite, $k$ est le *coefficient directeur* (la pente).

*Exemple – Pour la loi d'Ohm* $U = R\,I$*, la tension* $U$ *est une fonction linéaire de l'intensité* $I$*, de pente* $R$ *(la résistance).*



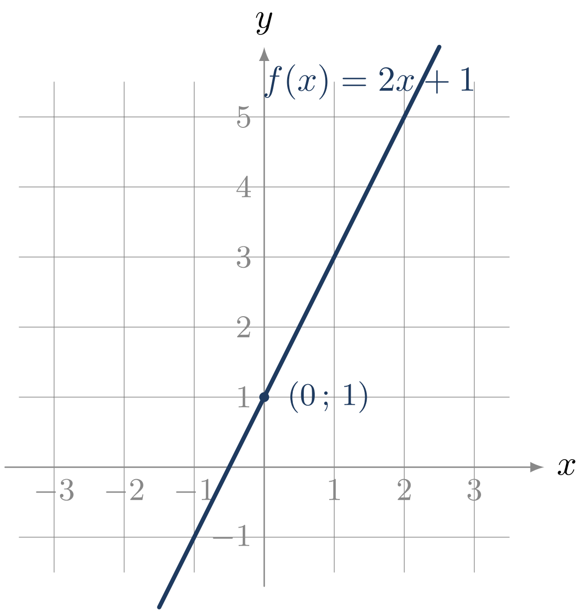

## §3. Fonction affine

**Définition – fonction affine**

Une fonction affine est de la forme $f(x) = a\,x + b$, où $a$ est le coefficient directeur (pente) et $b$ l'ordonnée à l'origine. Sa représentation graphique est une droite, qui passe par le point $(0\,;\,b)$.

Si $b = 0$, la fonction est linéaire ; on retrouve le cas précédent.

*Exemple – Pour* $f(x) = 3x + 2$ *:* $f(0) = 2$, $f(1) = 5$*. La droite passe par* $(0\,;\,2)$ *et a pour pente* $3$*.*




**Méthode – calculer la pente entre deux points**

Pour une droite passant par les points $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ (avec $x_A \neq x_B$), la pente vaut

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\,.$$

## §4. Fonction carré

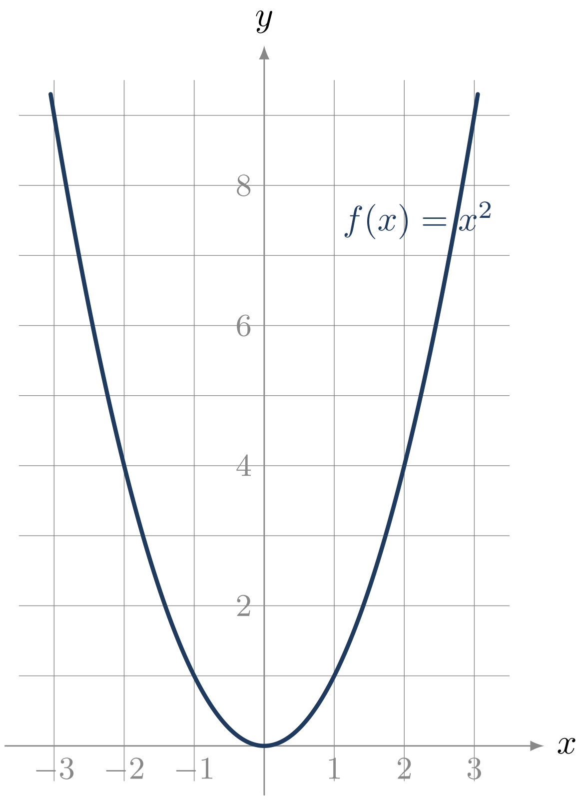
**Définition – fonction carré**

La fonction carré est définie par $f(x) = x^2$. Pour $a \neq 0$, on appelle parfois ainsi toute fonction de la forme $f(x) = a\,x^2$.

**Propriété – effet du carré**

Si l'on multiplie la variable par 2, l'image est multipliée par $2^2 = 4$. Plus généralement, multiplier par $k$ multiplie l'image par $k^2$.

*Exemple – Pour $f(x) = x^2$ : $f(2) = 4$, $f(4) = 16$ (quatre fois plus pour une variable doublée). C'est la signature visuelle d'une dépendance en carré.*




**Cas métier.** La puissance dissipée par effet Joule $P = R\,I^2$ est une fonction carré de l'intensité : doubler $I$ quadruple la puissance.

## §5. Lecture graphique

**Méthode – lire une courbe**

Pour exploiter une représentation graphique :

- **Image d'une valeur** : pour lire $f(a)$, on repère $a$ sur l'axe des abscisses, on monte verticalement jusqu'à la courbe, puis horizontalement jusqu'à l'axe des ordonnées.
- **Antécédent** : pour trouver les valeurs $x$ telles que $f(x) = c$, on repère $c$ sur l'axe des ordonnées, on va horizontalement jusqu'à la courbe, puis verticalement jusqu'à l'axe des abscisses.
- **Point d'intersection** : entre deux courbes, le point d'intersection donne une valeur de $x$ pour laquelle les deux fonctions prennent la même valeur.

## Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

**Exercice 1**

Soit la fonction $f(x) = 2x + 5$. Calculer $f(0)$, $f(3)$, $f(-2)$.

**Corrigé**

$f(0) = 5$ ; $f(3) = 6 + 5 = 11$ ; $f(-2) = -4 + 5 = 1$.

**Exercice 2**

Pour la fonction linéaire $f(x) = 4x$, compléter le tableau et vérifier qu'il s'agit bien d'une situation de proportionnalité.

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | |

**Corrigé**

$f(0) = 0$, $f(1) = 4$, $f(2) = 8$, $f(3) = 12$. Le rapport $f(x)/x$ vaut 4 pour toutes les valeurs non nulles : c'est bien une situation de proportionnalité de coefficient 4.

**Exercice 3**

Soit la fonction affine $f(x) = 3x - 1$. Calculer $f(0)$, $f(2)$ et $f(4)$. Vérifier ensuite la pente entre les points $(2\,;\,f(2))$ et $(4\,;\,f(4))$.

**Corrigé**

$f(0) = -1$ ; $f(2) = 5$ ; $f(4) = 11$.

Pente $= \dfrac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \dfrac{11 - 5}{2} = 3$. C'est bien le coefficient directeur de la fonction.

**Exercice 4**

Une droite passe par les points $A(1\,;\,2)$ et $B(5\,;\,10)$. Calculer son coefficient directeur, puis écrire l'équation de la droite $y = a\,x + b$.

**Corrigé**

$a = \dfrac{10-2}{5-1} = \dfrac{8}{4} = 2.$
On a $y = 2x + b$ ; en utilisant $A$ : $2 = 2 \times 1 + b$, donc $b = 0$.
Équation : $y = 2x$.

**Exercice 5**

Soit la fonction carré $f(x) = x^2$. Calculer $f(2)$, $f(4)$, $f(8)$. Si l'on double la variable, par quel facteur l'image est-elle multipliée ?

**Corrigé**

$f(2) = 4$, $f(4) = 16$, $f(8) = 64$.
Doubler la variable multiplie l'image par 4 (signature du carré).

**Exercice 6**

Soit la fonction $f(x) = 5\,x^2$. Compléter le tableau de valeurs.

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | |

**Corrigé**

$f(0) = 0$, $f(1) = 5$, $f(2) = 20$, $f(3) = 45$, $f(4) = 80$.

**Exercice 7**

Le tableau de valeurs ci-dessous est-il celui d'une fonction linéaire, affine, ou carré ?

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 |

**Corrigé**

Les valeurs augmentent de 2 à chaque fois (pas constant) : c'est une fonction affine. Pente $a = 2$, et $f(0) = 3$, donc $f(x) = 2x + 3$. Ce n'est pas une fonction linéaire car $f(0) \neq 0$.

**Exercice 8**

Sur un graphique, la droite représentative d'une fonction $f$ passe par $(0\,;\,4)$ et $(2\,;\,0)$. En déduire l'expression de $f$.

**Corrigé**

Pente : $a = \dfrac{0-4}{2-0} = -2.$
Ordonnée à l'origine : $b = 4$.
Donc $f(x) = -2x + 4$.

*Pour aller plus loin*

### Exercice 9

Une fonction $f$ vérifie $f(x) = a\,x + b$ avec $f(2) = 7$ et $f(5) = 16$. Déterminer $a$ et $b$.

**Corrigé**

$a = \dfrac{16-7}{5-2} = 3$.
$7 = 3 \times 2 + b$, donc $b = 1$.
Donc $f(x) = 3x + 1$.

### Exercice 10

Deux droites ont pour équations $y = 2x + 1$ et $y = -x + 4$. Calculer le point d'intersection (résoudre $2x + 1 = -x + 4$).

**Corrigé**

$2x + 1 = -x + 4 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$.
$y = 2 \times 1 + 1 = 3$ (ou $y = -1 + 4 = 3$).
Point d'intersection : $(1\,;\,3)$.

### Exercice 11

Soit $f(x) = x^2$. Pour quelles valeurs de $x$ a-t-on $f(x) = 49$ ?

**Corrigé**

$x^2 = 49 \Rightarrow x = 7$ ou $x = -7$ (deux antécédents possibles).

### Exercice 12

Lecture graphique. Sur un graphique non fourni ici, on lit que la droite passe par $(1\,;\,3)$ et $(4\,;\,9)$, et la parabole d'équation $y = x^2$ passe (notamment) par $(3\,;\,9)$. La droite et la parabole se coupent en deux points. En partant des équations, calculer les abscisses de ces deux points d'intersection.

**Corrigé**

Pente de la droite : $a = \dfrac{9-3}{4-1} = 2$. Avec $3 = 2 \times 1 + b$, on a $b = 1$, donc $y = 2x + 1$.
Intersection avec $y = x^2$ : $x^2 = 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$.
$\Delta = 4 + 4 = 8$, donc $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$, soit $x \approx 2{,}41$ ou $x \approx -0{,}41$.

## Activités d'application

### Activité 1 • Décharge d'une batterie d'onduleur (fonction affine) — ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *fonction affine, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :*** *C09 — alimentation de secours (onduleur)*

La tension aux bornes d'une batterie d'onduleur qui se décharge à courant constant suit une loi affine : $U(t) = U_0 - k\,t$, où $U_0$ est la tension initiale et $k$ la vitesse de chute (en V/min). On donne $U_0 = 12$ V et $k = 0{,}1$ V/min.

1. Calculer $U$ au bout de $t = 20$ min.

2. L'onduleur s'arrête quand $U$ atteint 9 V. Calculer la durée d'autonomie correspondante. (isoler $t$)

**Corrigé**

1. $U = 12 - 0{,}1 \times 20 = 12 - 2 = 10$ V.
2. $9 = 12 - 0{,}1\,t \Rightarrow 0{,}1\,t = 3 \Rightarrow t = 30$ min.

## Activité 2 • Caractéristique d'une résistance (fonction linéaire) — ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *proportionnalité, lecture de tableau, pente* ***Lien référentiel :*** *C04 — loi d'Ohm, caractéristique $U(I)$*

Pour différents courants $I$, on mesure la tension $U$ aux bornes d'une résistance :

| $I$ (mA) | 0 | 10 | 20 | 30 |
|---|---|---|---|---|
| $U$ (V) | 0 | 1 | 2 | 3 |

1. Calculer le rapport $U/I$ pour chaque mesure non nulle (avec $I$ en ampères). Que constate-t-on ?
2. En déduire la valeur de la résistance $R$ (la pente de la droite $U = R\,I$).

**Corrigé**

1. $I = 10$ mA $= 10^{-2}$ A, donc $\dfrac{U}{I} = \dfrac{1}{10^{-2}} = 100$. De même pour les autres : $\dfrac{2}{2 \times 10^{-2}} = 100$, $\dfrac{3}{3 \times 10^{-2}} = 100$. Le rapport est constant.
2. $R = 100\ \Omega$.

## Activité 3 • Puissance par effet Joule en fonction de l'intensité (fonction carré) — ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *fonction carré, tableau de valeurs* ***Lien référentiel :*** *C04 — pertes par effet Joule*

La puissance dissipée par effet Joule dans une résistance $R = 100\ \Omega$ est $P = R\,I^2 = 100\,I^2$.

1. Compléter le tableau de $P$ pour $I = 0;\ 10;\ 20;\ 30;\ 40$ mA (résultats en mW, avec $I$ exprimé en A).
2. Si l'on double l'intensité, par combien la puissance est-elle multipliée ? Justifier.

**Corrigé**

$P = 100 \times I^2$ avec $I$ en A. Par exemple pour $I = 10$ mA $= 10^{-2}$ A : $P = 100 \times (10^{-2})^2 = 100 \times 10^{-4} = 10^{-2}$ W $= 10$ mW.

| $I$ (mA) | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P$ (mW) | 0 | 10 | 40 | 90 | 160 |

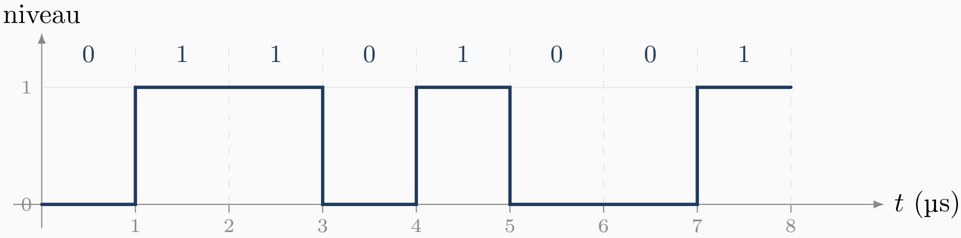
Doubler $I$ multiplie $P$ par $2^2 = 4$ (par exemple de 10 à 40 entre $I = 10$ et $I = 20$ mA) : c'est la signature de la fonction carré.

## Activité 4 • Lecture d'un chronogramme numérique — ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *lecture graphique, période et fréquence, codage binaire* ***Lien référentiel :*** *C04 — caractérisation des signaux numériques*

Le chronogramme ci-dessous représente un signal logique transmis sur une liaison numérique.

Chaque intervalle de durée fixe code un bit (0 ou 1), selon le niveau du signal pendant cet intervalle.




1. Lire la durée d'un bit sur le graphique, en microsecondes.
2. En déduire le débit binaire (nombre de bits transmis par seconde) en bit/s, puis en Mb/s.
3. Lire la séquence de bits transmise sur les 8 µs représentées.

**Corrigé**

1. Durée d'un bit : $1\ \mu s = 10^{-6}$ s.
2. Débit $= \dfrac{1 \text{ bit}}{10^{-6} \text{ s}} = 10^6$ bit/s $= 1$ Mb/s.
3. La séquence est 0 1 1 0 1 0 0 1 (8 bits = 1 octet).

## Activité 5 • Étalonnage d'un capteur de température (fonction linéaire) PHYSIQUE APPLIQUÉE

***Outil réinvesti :*** *proportionnalité, lecture de tableau, pente* ***Lien référentiel :*** *Physique-chimie — mesure et instrumentation*

On étalonne un capteur de température en relevant sa tension de sortie $U$ pour différentes températures $T$ :

| $T$ (°C) | 0 | 20 | 40 | 60 | 80 |
|---|---|---|---|---|---|
| $U$ (mV) | 0 | 100 | 200 | 300 | 400 |

1. Calculer le rapport $U/T$ pour les valeurs non nulles. Que constate-t-on ?
2. En déduire la sensibilité du capteur (en mV par °C), puis prédire la tension obtenue à $T = 100$ °C.

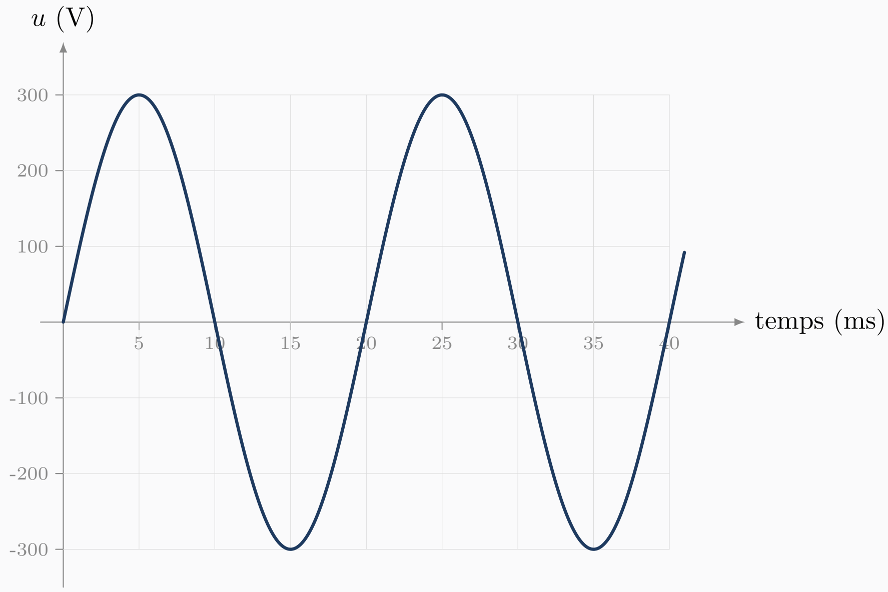
**Corrigé**

1. $\dfrac{100}{20} = \dfrac{200}{40} = \dfrac{300}{60} = \dfrac{400}{80} = 5$ : le rapport est constant.
2. Sensibilité = 5 mV/°C. À $T = 100$ °C : $U = 5 \times 100 = 500$ mV.

## Activité 6 • Lecture d'un oscillogramme (signal sinusoïdal) PHYSIQUE APPLIQUÉE

***Outil réinvesti :*** *lecture graphique, période et fréquence* ***Lien référentiel :*** *Physique-chimie — signaux périodiques*

L'oscillogramme ci-dessous représente une tension alternative en fonction du temps.




1. Lire l'amplitude (valeur de crête) de la tension.
2. Lire la durée d'un cycle complet (la période $T$), puis calculer la fréquence $f$ (rappel : $f = 1/T$).

**Corrigé**

1. Amplitude (valeur de crête) = 300 V.
2. $T = 20$ ms $= 0{,}020$ s, donc $f = \dfrac{1}{0{,}020} = 50$ Hz.

# Chapitre 6

# Semaine 6 : Dérivation

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CIEL, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

## Rappel mathématique

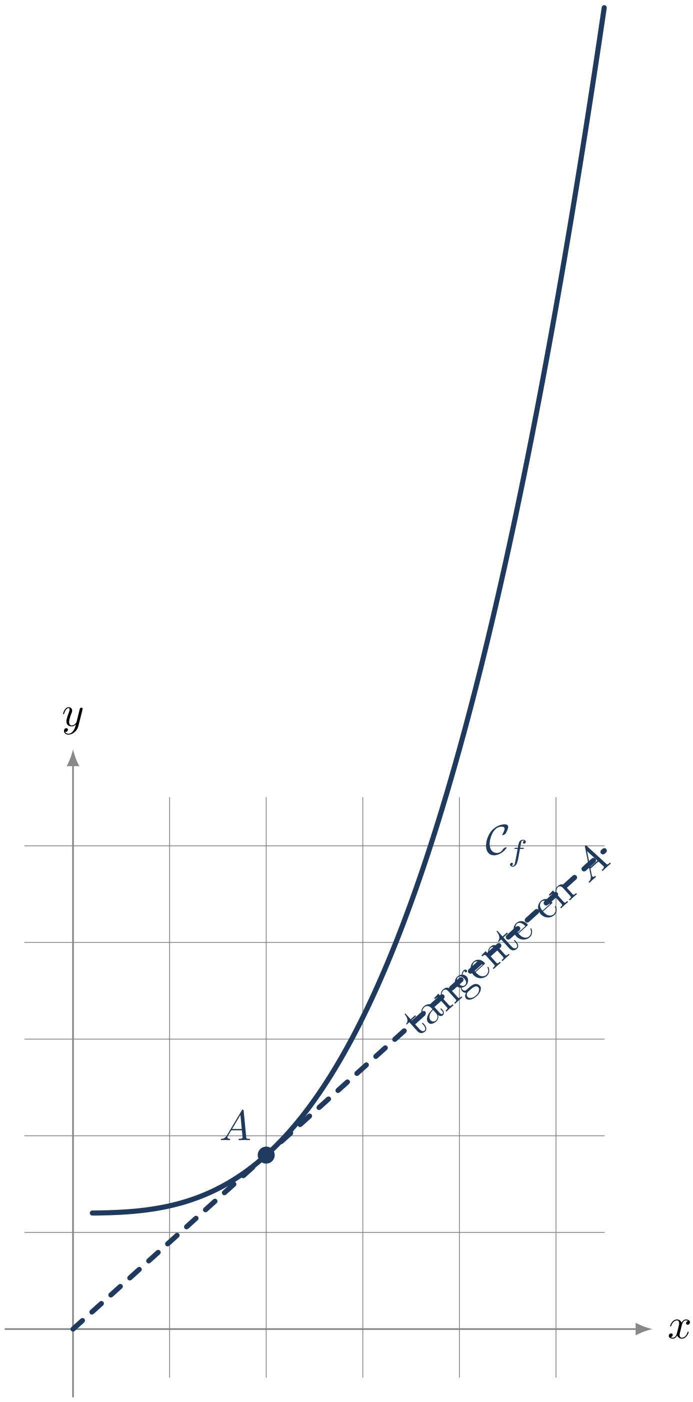
Cette semaine consolide la notion de dérivée d'une fonction et son interprétation comme taux de variation. La dérivation est l'outil de la première année de BTS pour étudier les variations, identifier les extremums et modéliser des grandeurs qui évoluent (vitesse, courant, débit).

### §1. Nombre dérivé et tangente

**Définition – nombre dérivé**

Le *nombre dérivé* d'une fonction $f$ en un point d'abscisse $a$, noté $f'(a)$, est le **coefficient directeur de la tangente** à la courbe représentative de $f$ au point $(a\,;\,f(a))$.

C'est aussi le *taux de variation instantané* de $f$ en $a$ : il indique à quelle vitesse $f$ change autour de cette valeur.




## §2. Fonction dérivée

**Définition – fonction dérivée**

La fonction dérivée de $f$, notée $f'$, associe à chaque $x$ son nombre dérivé $f'(x)$ (lorsqu'il existe).

**Propriété – dérivées usuelles**

| $f(x)$ | $f'(x)$ |
|---|---|
| $k$ (constante) | $0$ |
| $x$ | $1$ |
| $x^2$ | $2x$ |
| $x^3$ | $3x^2$ |
| $x^n$ | $n\,x^{n-1}$ |

*Exemple – Si $f(x) = x^5$, alors $f'(x) = 5\,x^4$.*

## §3. Règles de dérivation

**Propriété – opérations sur les dérivées**

Pour deux fonctions $u$ et $v$ et un réel $k$ :

$$(k\,u)' = k\,u'\,, \quad (u+v)' = u' + v'\,, \quad (u-v)' = u' - v'\,.$$

Ces règles permettent de dériver tous les *polynômes*.

*Exemple – Si $f(x) = 3x^2 - 5x + 4$, alors $f'(x) = 3 \times 2x - 5 \times 1 + 0 = 6x - 5$.*

*Exemple – Si $g(t) = t^2 + 3t$, alors $g'(t) = 2t + 3$.*

**Point de vigilance.** La dérivée d'une constante est nulle : pour $f(x) = 4$, on a $f'(x) = 0$, et non 4.

## §4. Interprétation : taux de variation

**Méthode – interpréter $f'$**

La dérivée $f'(a)$ donne le **taux de variation instantané** de $f$ en $a$.

- Si $f'(a) > 0$, $f$ est croissante autour de $a$.
- Si $f'(a) < 0$, $f$ est décroissante autour de $a$.
- Si $f'(a) = 0$, la courbe a une tangente horizontale en $a$ (souvent un *extremum*).

*Exemple – La position d'un objet mobile est $x(t)$. Sa vitesse instantanée est $v(t) = x'(t)$.*

*Exemple – La charge d'un condensateur est $q(t)$. Le courant qui le traverse est $i(t) = q'(t)$.*

## §5. Optimisation : trouver un extremum

**Méthode – rechercher un extremum**

Pour trouver les valeurs de $x$ où une fonction $f$ admet un maximum ou un minimum :

1. On calcule $f'(x)$.
2. On résout $f'(x) = 0$.
3. On étudie le signe de $f'(x)$ autour des solutions trouvées pour conclure (minimum ou maximum).

*Exemple* – *Soit* $C(x) = x^2 - 6x + 10$. *On a* $C'(x) = 2x - 6$.
$C'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$. *Pour* $x < 3$, $C'(x) < 0$ *(décroissante) ; pour* $x > 3$, $C'(x) > 0$ *(croissante).*
*Donc* $C$ *admet un minimum en* $x = 3$, *et* $C(3) = 9 - 18 + 10 = 1$.

## Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

**Exercice 1**

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

- $f(x) = x^2$
- $f(x) = x^3$
- $f(x) = x^4$

**Corrigé**

$f'(x) = 2x$ ; $f'(x) = 3x^2$ ; $f'(x) = 4x^3$.

**Exercice 2**

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

- $f(x) = 5$
- $f(x) = 3x$
- $f(x) = 7x + 4$

**Corrigé**

$f'(x) = 0$ ; $f'(x) = 3$ ; $f'(x) = 7$.

**Exercice 3**

Soit $f(x) = 3x^2 - 5x + 4$. Calculer $f'(x)$, puis $f'(2)$.

**Corrigé**

$f'(x) = 6x - 5$.
$f'(2) = 12 - 5 = 7$.

**Exercice 4**

Soit $g(t) = 2\,t^2 + 3\,t - 1$. Calculer $g'(t)$, puis $g'(0)$ et $g'(5)$.

**Corrigé**

$g'(t) = 4t + 3$.
$g'(0) = 3$ ; $g'(5) = 20 + 3 = 23$.

**Exercice 5**

Pour la fonction $f(x) = x^2$, calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x = 4$.

**Corrigé**

$f'(x) = 2x$, donc $f'(4) = 8$. C'est le coefficient directeur de la tangente.

**Exercice 6**

Soit $f(x) = -x^2 + 4x$. Calculer $f'(x)$, puis résoudre $f'(x) = 0$.

**Corrigé**

$f'(x) = -2x + 4$.
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

**Exercice 7**

La position d'un objet mobile est donnée par $x(t) = t^2 + 2t$, avec $t$ en secondes et $x$ en mètres. Sa vitesse instantanée est $v(t) = x'(t)$.

- Calculer $v(t)$.
- Calculer la vitesse à $t = 5$ s.

**Corrigé**

$v(t) = 2t + 2$.
$v(5) = 10 + 2 = 12$ m/s.

**Exercice 8**

Soit $C(x) = x^2 - 8x + 20$ une fonction de coût. Déterminer la valeur de $x$ qui minimise $C$, et calculer le coût minimal.

**Corrigé**

$C'(x) = 2x - 8$.
$C'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4$.
Pour $x < 4$, $C'(x) < 0$ (décroissante) ; pour $x > 4$, $C'(x) > 0$ (croissante). Donc minimum en $x = 4$.
$C(4) = 16 - 32 + 20 = 4$.

*Pour aller plus loin*

**Exercice 9**

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$. Calculer $f'(x)$, puis résoudre $f'(x) = 0$.

**Corrigé**

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$.
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 2$.

**Exercice 10**

Soit $f(x) = x^2$. Écrire l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x = 3$ (rappel : équation $y = f'(a)(x - a) + f(a)$).

**Corrigé**

$f(3) = 9$ ; $f'(x) = 2x$, donc $f'(3) = 6$.
Équation : $y = 6(x-3) + 9 = 6x - 18 + 9 = 6x - 9$.

**Exercice 11**

La charge d'un condensateur (en coulombs) suit $q(t) = 0{,}5\,t^2 + 2t$. Calculer le courant $i(t) = q'(t)$ qui le traverse, puis le courant à l'instant $t = 4$ s.

**Corrigé**

$i(t) = t + 2$.
$i(4) = 4 + 2 = 6$ A.

**Exercice 12**

Soit $f(x) = 2x^2 - 12x + 5$. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de $f$.

**Corrigé**

$f'(x) = 4x - 12$.
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$.
Pour $x < 3$, $f'(x) < 0$ donc $f$ est décroissante.
Pour $x > 3$, $f'(x) > 0$ donc $f$ est croissante.
$f$ admet un minimum en $x = 3$ ; $f(3) = 18 - 36 + 5 = -13$.

## Activités d'application

**Activité 1 • Courant de charge d'un condensateur (taux de variation)** ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *dérivation d'un polynôme, taux de variation* ***Lien référentiel :*** *C04 — composants passifs (condensateur)*

La charge $q$ d'un condensateur en cours de charge (en coulombs) évolue selon $q(t) = t^2 + 3\,t$, avec $t$ en secondes. Le courant qui le traverse à l'instant $t$ est le taux de variation de la charge : $i(t) = q'(t)$.

1. Déterminer l'expression de $i(t)$.
2. Calculer le courant à l'instant $t = 4$ s.

**Corrigé**

1. $i(t) = q'(t) = 2t + 3$ (en ampères).
2. $i(4) = 8 + 3 = 11$ A.

**Activité 2 • Nombre dérivé et tangente** ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *nombre dérivé, coefficient directeur* ***Lien référentiel :*** *lecture d'une courbe, pente*

Soit la fonction $f(x) = x^2$. Le nombre dérivé $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse $a$.

1. Déterminer la fonction dérivée $f'(x)$.
2. Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x = 3$.

**Corrigé**

1. $f'(x) = 2x$.
2. $f'(3) = 6$.

**Activité 3 • Optimisation du coût d'un déploiement réseau** ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *dérivation, signe de la dérivée, extremum* ***Lien référentiel :*** *C03 — gestion de projet (coûts)*

Le coût total d'un déploiement réseau (matériel + main d'œuvre), exprimé en milliers d'euros, est modélisé par $C(x) = x^2 - 6x + 10$, où $x$ est un paramètre de dimensionnement (par exemple le nombre de commutateurs choisis). Un minimum est atteint là où la dérivée s'annule.

1. Calculer $C'(x)$, puis résoudre $C'(x) = 0$.
2. En déduire le dimensionnement $x$ qui minimise le coût, et la valeur du coût minimal.

**Corrigé**

1. $C'(x) = 2x - 6$ ; $C'(x) = 0 \Rightarrow x = 3$.
2. Pour $x = 3$ : $C(3) = 9 - 18 + 10 = 1$. Coût minimal $= 1\,000$ €.

**Activité 4 • Débit instantané de données** ÉLECTRONIQUE

***Outil réinvesti :*** *dérivation, taux de variation* ***Lien référentiel :*** *C10 — exploitation d'un réseau (mesure de débit)*

La quantité totale de données transférées par un serveur (en mégaoctets) évolue selon $Q(t) = t^2 + 5\,t$, avec $t$ en minutes. Le débit instantané est le taux de variation de la quantité transférée : $D(t) = Q'(t)$.

1. Déterminer l'expression de $D(t)$, en Mo/min.
2. Calculer le débit instantané à $t = 6$ min, en Mo/min.

**Corrigé**

1. $D(t) = Q'(t) = 2t + 5$.
2. $D(6) = 12 + 5 = 17$ Mo/min.

**Activité 5 • Vitesse d'un objet en chute** PHYSIQUE APPLIQUÉE

***Outil réinvesti :*** *dérivation d'un polynôme* ***Lien référentiel :*** *Physique-chimie — cinématique (chute)*

La distance parcourue par un objet en chute (en mètres) est approximativement $x(t) = 5\,t^2$, avec $t$ en secondes. La vitesse est la dérivée de la position : $v(t) = x'(t)$.

1. Déterminer $v(t)$.
2. Calculer la vitesse à $t = 3$ s.

**Corrigé**

1. $v(t) = 10\,t$.
2. $v(3) = 30$ m/s.

## Activité 6 • Vitesse de refroidissement d'un composant

PHYSIQUE APPLIQUÉE

***Outil réinvesti :*** *dérivation d'une fonction affine, signe* ***Lien référentiel :*** *Physique-chimie — thermique*

La température d'un processeur qui refroidit (en °C) suit $T(t) = 80 - 5\,t$, avec $t$ en minutes.

1. Calculer $T'(t)$.
2. Interpréter le signe et la valeur du résultat.

### Corrigé

1. $T'(t) = -5$ °C/min.
2. Le signe est négatif : la température diminue. La valeur indique une perte de 5 °C par minute.

# Chapitre 7

# Annexe : prise en main de la calculatrice

Cette annexe rassemble les gestes de calculatrice les plus utiles pour le parcours de consolidation. Elle s'appuie sur les deux modèles les plus répandus dans les lycées français : les Casio scientifiques (fx-92, Graph 25, Graph 35) et la Numworks. Les gestes décrits ici sont des acquis attendus du collège ou de la seconde, mais l'expérience montre qu'ils méritent d'être rappelés en début de BTS.

## §1 — Choisir l'unité d'angle (degré ou radian)

En consolidation, on travaille en **degrés** : un angle droit vaut 90°, et c'est dans cette unité que sont donnés tous les énoncés de ce cahier. Avant tout calcul de sinus, cosinus ou tangente, il faut vérifier que la calculatrice est bien réglée en mode degré.

**Sur Casio** *(fx-92, Graph 25/35)*

Taper `SHIFT` puis `SETUP` (ou `MENU` puis `SETUP` selon le modèle). Choisir `Angle Unit`, puis `Degré (D)`. À l'écran, un petit `D` s'affiche en haut. Si l'on voit `R` (radian) ou `G` (grade), on n'est pas en degré.

**Sur Numworks**

Appuyer sur `Réglages`, puis `Forme des angles`, puis sélectionner `Degré`. L'indication apparaît en haut de l'écran principal.

**Vérification**

Taper sin(30) et valider. Si le résultat est 0,5, on est bien en degré. Si l'on obtient $-0{,}988$, on est en radian : il faut basculer.

## §2 — La touche $\pi$

Toutes les calculatrices ont une touche dédiée pour $\pi$. **On ne saisit jamais 3,14 à la place :** on perd en précision pour rien, et c'est plus long à taper. La touche $\pi$ donne la valeur la plus précise que la calculatrice connaît.

**Sur Casio** *(fx-92, Graph 25/35)*

La touche $\pi$ est au-dessus de la touche `EXP` (ou $\times 10^x$), accessible via `SHIFT`.

**Sur Numworks**

La touche $\pi$ est directement accessible sur le clavier, sans `SHIFT`.

**Vérification**

Taper $\pi$ et valider. On doit lire 3,14159... (et non 3,14).

## §3 — Puissances et racines

Pour saisir une puissance, on utilise la touche $x^y$ (notée parfois $\wedge$). La racine carrée a sa propre touche $\sqrt{\ }$.

**Sur Casio** *(fx-92, Graph 25/35)*

Pour $2^{10}$ : taper `2`, puis $x^y$ (ou $\wedge$), puis `10`, puis `=`. Résultat : 1 024.
Pour $\sqrt{50}$ : taper $\sqrt{\ }$, puis `50`, puis `=`.

**Sur Numworks**

Pour $2^{10}$ : taper `2`, puis $\wedge$, puis `10`, puis `EXE`.
Pour $\sqrt{50}$ : utiliser la touche $\sqrt{\ }$, puis saisir le contenu.

**Attention au signe moins :** pour saisir un exposant négatif comme $10^{-3}$, on utilise la touche du *signe* négatif (souvent notée `(-)`), pas celle de la soustraction. Voir §4.

## §4 — Notation scientifique : la touche `EXP`

Pour saisir un nombre en notation scientifique, comme $3{,}14 \times 10^{-6}$, on utilise la touche `EXP` (notée parfois `EE` ou $\times 10^x$). Cette touche signifie « fois dix puissance », il ne faut donc **pas** taper `× 10` avant.

**Sur Casio** *(fx-92, Graph 25/35)*

Pour saisir $3{,}14 \times 10^{-6}$ : taper `3.14`, puis `EXP`, puis `(-)`, puis `6`.
La séquence `3.14 × 10 EXP -6` est *fausse* : elle donne $3{,}14 \times 10 \times 10^{-6} = 3{,}14 \times 10^{-5}$.

**Sur Numworks**

Numworks utilise plutôt la notation naturelle. Pour saisir $3{,}14 \times 10^{-6}$, on peut soit taper la formule en clair (`3.14*10^(-6)`), soit utiliser la touche $\times 10^n$ dédiée.

**Vérification**

Taper $10^{-3}$. On doit obtenir 0,001 (et non $-1000$, qui serait le résultat d'une mauvaise saisie du signe).

## §5 — Lire un résultat en notation scientifique

Quand un résultat est très grand ou très petit, la calculatrice l'affiche en notation scientifique. Par exemple, $3{,}14 \times 10^{-6}$ peut s'afficher `3.14E-06` ou `3.14`$\times 10^{-6}$ selon le modèle.

**Sur Casio** *(fx-92, Graph 25/35)*

L'affichage par défaut est `3.14E-06`. Le `E` signifie « $\times 10^{\cdots}$ ». On peut basculer entre `Norm` (notation normale) et `Sci` (notation scientifique systématique) dans `SETUP`.

**Sur Numworks**

L'affichage utilise directement la notation $3{,}14 \cdot 10^{-6}$, plus lisible. Pas de risque de confusion avec une variable `E`.

Dans une copie ou un compte-rendu, on retranscrit toujours en notation mathématique propre : $3{,}14 \times 10^{-6}$, jamais `3.14E-06`.

## §6 — Forme exacte ou valeur décimale

Les calculatrices récentes affichent par défaut les résultats sous **forme exacte** : un résultat avec $\pi$, une fraction non simplifiée, ou une racine carrée restent tels quels. Pour obtenir la valeur décimale approchée, on utilise la touche `S↔D` (Standard ↔ Décimal).

**Sur Casio** *(fx-92, Graph 25/35)*

Calculer $400 \times \pi$ donne `400`$\pi$ à l'écran. Appuyer sur `S↔D` pour obtenir $1\,256{,}637\ldots$

**Sur Numworks**

Le résultat exact et la valeur approchée s'affichent souvent ensemble. On peut basculer entre les deux formes avec la touche dédiée.

**Quel format choisir ?** La forme exacte est précieuse pour comparer deux résultats ou pour les calculs en chaîne (pas d'arrondi cumulé). La valeur décimale est nécessaire pour interpréter physiquement un résultat (« la vitesse vaut environ 125,7 m/min »).

## §7 — Calculs en chaîne : la touche `Ans`

Quand on enchaîne plusieurs calculs en réutilisant le résultat précédent, on **ne retape pas** le nombre à la main : on utilise la touche `Ans` (Answer), qui rappelle automatiquement le dernier résultat. Cela évite les erreurs de saisie et les arrondis.

**Sur Casio** *(fx-92, Graph 25/35)*

Après un calcul, taper directement `+`, `-`, $\times$ ou $\div$ : la calculatrice insère `Ans` automatiquement. On peut aussi insérer `Ans` explicitement avec `SHIFT` puis `Ans`.

**Sur Numworks**

La touche `Ans` est directement accessible. Le résultat précédent est mémorisé après chaque `EXE`.

**Exemple.** Calculer $V = \pi \times 10^2 \times 100$, puis en déduire la masse $m = 7{,}85 \times V \times 10^{-3}$ (en grammes). Plutôt que de noter le résultat de $V$ et le retaper, on enchaîne avec $\times$ `7.85` $\times$ `10^(-3)`.

## §8 — Trigonométrie inverse

Pour retrouver un angle à partir de son sinus, son cosinus ou sa tangente, on utilise les fonctions inverses $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$, $\tan^{-1}$ (souvent notées `ASIN`, `ACOS`, `ATAN`).

**Sur Casio** *(fx-92, Graph 25/35)*

Pour obtenir l'angle dont la tangente vaut 0,75 : taper `SHIFT`, puis `tan`, puis `0.75`, puis `=`. En mode degré, on obtient 36,87°.

**Sur Numworks**

Les fonctions inverses sont accessibles via `shift` puis la fonction trigonométrique correspondante. Le résultat est dans l'unité d'angle active (degré ou radian).

**Très important :** l'unité du résultat dépend du mode actif. Si la calculatrice est en degré, $\tan^{-1}(0{,}75) \approx 36{,}87°$. Si elle est en radian, le même calcul donne 0,6435 rad. Toujours vérifier le mode avant un calcul de trigonométrie inverse (voir §1).

**Vérification**

En mode degré : $\tan^{-1}(1)$ doit donner 45°. Si l'on obtient $0{,}785\ldots$, on est en radian.