



Lycée Jean-Baptiste de Baudre  
Agen

# Parcours de consolidation en mathématiques

*Six semaines pour bien démarrer en BTS*

*Spécialité CPI — Conception des Produits Industriels*

**Version professeur**  
(énoncés et corrigés)

De la rentrée aux vacances de la Toussaint

# Sommaire

<b>1</b>	<b>Semaine 1 : Calcul, formules et unités</b>	<b>1</b>
1.1	Rappel mathématique . . . . .	1
1.2	Exercices classiques . . . . .	3
1.3	Activités d'application . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Semaine 2 : Proportionnalité et géométrie de base</b>	<b>9</b>
2.1	Rappel mathématique . . . . .	9
2.2	Exercices classiques . . . . .	11
2.3	Activités d'application . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Semaine 3 : Trigonométrie</b>	<b>17</b>
3.1	Rappel mathématique . . . . .	17
3.2	Exercices classiques . . . . .	19
3.3	Activités d'application . . . . .	21
<b>4</b>	<b>Semaine 4 : Vecteurs</b>	<b>24</b>
4.1	Rappel mathématique . . . . .	24
4.2	Exercices classiques . . . . .	26
4.3	Activités d'application . . . . .	28
<b>5</b>	<b>Semaine 5 : Fonctions et lecture graphique</b>	<b>31</b>
5.1	Rappel mathématique . . . . .	31
5.2	Exercices classiques . . . . .	34
5.3	Activités d'application . . . . .	36
<b>6</b>	<b>Semaine 6 : Dérivation</b>	<b>40</b>
6.1	Rappel mathématique . . . . .	40
6.2	Exercices classiques . . . . .	43
6.3	Activités d'application . . . . .	45
<b>7</b>	<b>Annexe : prise en main de la calculatrice</b>	<b>48</b>

# Chapitre 1

## Semaine 1 : Calcul, formules et unités

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPI, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

### Rappel mathématique

Cette première semaine consolide les gestes de calcul élémentaires : manipuler les fractions, manier les puissances et la notation scientifique, convertir des unités sans se tromper, isoler une grandeur dans une formule. Ces gestes seront réinvestis dans toutes les semaines suivantes.

#### §1. Calcul sur les fractions

##### Définition – fraction

Une fraction  $\frac{a}{b}$  représente le partage de  $a$  par  $b$  (avec  $b \neq 0$ ). Le nombre  $a$  est le *numérateur*,  $b$  est le *dénominateur*.

##### Propriété – simplifier

Si l'on multiplie (ou divise) numérateur et dénominateur par un même nombre non nul, la fraction ne change pas de valeur :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}, \quad k \neq 0.$$

*Exemple* -  $\frac{12}{18} = \frac{12 \div 6}{18 \div 6} = \frac{2}{3}$ .

##### Propriété – additionner ou soustraire

Pour ajouter (ou retrancher) deux fractions, on les met au **même dénominateur**, puis on additionne (ou retranche) les numérateurs :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{db} = \frac{ad + cb}{bd}.$$

*Exemple* -  $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2 \times 4}{12} + \frac{1 \times 3}{12} = \frac{8 + 3}{12} = \frac{11}{12}$ .

**Propriété – multiplier ou diviser**

Pour multiplier deux fractions, on multiplie numérateurs entre eux et dénominateurs entre eux :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

Pour diviser par une fraction, on multiplie par son inverse :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

*Exemple* –  $\frac{3}{5} \times \frac{10}{9} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$ .  $\frac{5}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8}$ .

**Point de vigilance.** On additionne avec un dénominateur commun, mais on multiplie *sans* le faire. Confondre les deux est l'erreur la plus fréquente.

**§2. Puissances et notation scientifique****Définition – puissance d'un nombre**

Pour un entier  $n \geq 1$ ,  $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$ . On pose  $a^0 = 1$  et  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ .

**Propriété – règles de calcul**

Pour tous nombres  $a, b$  non nuls et entiers  $m, n$  :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \quad (a^m)^n = a^{mn}, \quad (a \times b)^n = a^n \times b^n.$$

*Exemple* –  $10^3 \times 10^{-5} = 10^{3+(-5)} = 10^{-2}$  ;  $(10^{-3})^2 = 10^{-6}$ .

**Définition – notation scientifique**

Un nombre est en notation scientifique s'il s'écrit  $a \times 10^n$ , avec  $1 \leq |a| < 10$  et  $n$  entier relatif.

*Exemple* –  $3\,200 = 3,2 \times 10^3$  ;  $0,000\,034 = 3,4 \times 10^{-5}$ .

**À la calculatrice.** Voir l'*Annexe : prise en main de la calculatrice*, §4 (saisie d'une notation scientifique) et §5 (lecture d'un résultat).

**§3. Conversions d'unités**

Les **préfixes du Système international** permettent d'exprimer une grandeur en multipliant l'unité de base par une puissance de 10 :

Préfixe	Symbole	Facteur	Préfixe	Symbole	Facteur
giga	G	$10^9$	milli	m	$10^{-3}$
méga	M	$10^6$	micro	$\mu$	$10^{-6}$
kilo	k	$10^3$	nano	n	$10^{-9}$

*Exemple* –  $3,3 \text{ V} = 3,3 \times 10^3 \text{ mV} = 3\,300 \text{ mV}$  ;  $20 \mu\text{s} = 20 \times 10^{-6} \text{ s} = 2 \times 10^{-5} \text{ s}$ .

**Méthode – conversion d'une aire ou d'un volume**

Pour convertir une aire ou un volume entre deux unités, on convertit d'abord la dimension linéaire correspondante, puis on l'élève à la puissance appropriée.

**Aire** :  $1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$ , donc  $1 \text{ mm}^2 = (10^{-3})^2 \text{ m}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$ .

**Volume** :  $1 \text{ mm} = 10^{-1} \text{ cm}$ , donc  $1 \text{ mm}^3 = (10^{-1})^3 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ cm}^3$ .

**Point de vigilance.** L'erreur classique est de croire que  $1 \text{ mm}^2 = 10^{-3} \text{ m}^2$  (faux : l'exposant doit aussi être au carré).

**§4. Isoler une grandeur dans une formule**

Dans un calcul métier, on n'utilise pas toujours une formule dans le sens où elle est écrite. Si l'on connaît certaines grandeurs et que l'on cherche celle qui reste, il faut *isoler* cette grandeur.

**Méthode – isoler une grandeur**

On effectue les opérations inverses, dans l'ordre inverse, sur les deux membres de l'égalité, jusqu'à ce que la grandeur cherchée soit seule.

- Pour annuler une addition, on soustrait ; pour annuler une soustraction, on additionne.
- Pour annuler une multiplication, on divise ; pour annuler une division, on multiplie.
- Pour annuler un carré (sur un nombre positif), on prend la racine carrée.

*Exemple – Isoler  $I$  dans  $U = R \times I$ .* On divise les deux membres par  $R$  :  $\frac{U}{R} = I$ , soit  $I = \frac{U}{R}$ .

*Exemple – Isoler  $h$  dans  $V = L \times \ell \times h$ .* On divise par  $L \times \ell$  :  $h = \frac{V}{L \times \ell}$ .

*Exemple – Isoler  $r$  dans  $S = \pi r^2$ .* On divise par  $\pi$  :  $\frac{S}{\pi} = r^2$ . Puis on prend la racine carrée :

$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

**Exercices classiques**

Ces exercices courts exercent les gestes mathématiques vus dans le rappel, sans contexte métier. Les corrigés détaillés sont visibles dans la version professeur. Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

**Exercice 1**

Simplifier les fractions suivantes au maximum.

$$\frac{12}{18}, \quad \frac{15}{25}, \quad \frac{42}{56}$$

**Corrigé**

$$\frac{12}{18} = \frac{12/6}{18/6} = \frac{2}{3}; \quad \frac{15}{25} = \frac{15/5}{25/5} = \frac{3}{5}; \quad \frac{42}{56} = \frac{42/14}{56/14} = \frac{3}{4}$$

**Exercice 2**

Calculer en réduisant au même dénominateur :

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4}, \quad \frac{5}{6} - \frac{1}{2}.$$

**Corrigé**

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}; \quad \frac{5}{6} - \frac{1}{2} = \frac{5}{6} - \frac{3}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

**Exercice 3**

Calculer (puis simplifier) :

$$\frac{3}{5} \times \frac{10}{9}, \quad \frac{5}{4} \div \frac{2}{3}.$$

**Corrigé**

$$\frac{3}{5} \times \frac{10}{9} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}; \quad \frac{5}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8}.$$

**Exercice 4**

Calculer sans calculatrice :

$$2^5, \quad 10^{-2}, \quad (-3)^2, \quad 5^0.$$

**Corrigé**

$$2^5 = 32; \quad 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01; \quad (-3)^2 = 9; \quad 5^0 = 1.$$

**Exercice 5**

Écrire en notation scientifique :

$$0,000\,034, \quad 5\,200\,000, \quad 12,5.$$

**Corrigé**

$$0,000\,034 = 3,4 \times 10^{-5}; \quad 5\,200\,000 = 5,2 \times 10^6; \quad 12,5 = 1,25 \times 10^1.$$

**Exercice 6**

Effectuer les conversions de longueur ou de durée :

- 250 mm en m ;
- 0,04 km en m ;
- 1,5 h en s.

**Corrigé**

$$250 \text{ mm} = 250 \times 10^{-3} \text{ m} = 0,25 \text{ m}; \quad 0,04 \text{ km} = 0,04 \times 10^3 \text{ m} = 40 \text{ m}; \quad 1,5 \text{ h} = 1,5 \times 3\,600 \text{ s} = 5\,400 \text{ s}.$$

## Exercice 7

Convertir  $400 \text{ mm}^2$  en  $\text{cm}^2$  puis en  $\text{m}^2$ , en passant explicitement par la dimension linéaire.

## Corrigé

$1 \text{ mm} = 10^{-1} \text{ cm}$ , donc  $1 \text{ mm}^2 = 10^{-2} \text{ cm}^2$ , donc  $400 \text{ mm}^2 = 4 \text{ cm}^2$ .  
 $1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$ , donc  $1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$ , donc  $400 \text{ mm}^2 = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ .

## Exercice 8

Dans chacune des relations suivantes, isoler la grandeur indiquée.

- Dans  $y = 3x + 2$ , exprimer  $x$  en fonction de  $y$ .
- Dans  $v = \frac{d}{t}$ , exprimer  $d$ , puis  $t$ .
- Dans  $P = U \times I$ , exprimer  $I$ .

## Corrigé

$$y = 3x + 2 \Rightarrow y - 2 = 3x \Rightarrow x = \frac{y - 2}{3}.$$

$$v = \frac{d}{t} \Rightarrow d = v \times t; \quad \text{et } t = \frac{d}{v}.$$

$$P = U \times I \Rightarrow I = \frac{P}{U}.$$

————— Pour aller plus loin —————

## Exercice 9

Calculer :

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{1}{2}.$$

## Corrigé

$$\text{Dénominateur commun 12 : } \frac{9}{12} + \frac{10}{12} - \frac{6}{12} = \frac{13}{12}.$$

## Exercice 10

Simplifier l'expression à l'aide des règles de calcul sur les puissances :

$$\frac{10^5 \times 10^{-2}}{10^4}.$$

## Corrigé

$$\frac{10^5 \times 10^{-2}}{10^4} = \frac{10^{5-2}}{10^4} = \frac{10^3}{10^4} = 10^{3-4} = 10^{-1} = 0,1.$$

## Exercice 11

Convertir  $2500 \text{ mm}^3$  en  $\text{cm}^3$ , puis en litres ( $1 \text{ L} = 10^3 \text{ cm}^3$ ).

## Corrigé

$1 \text{ mm}^3 = 10^{-3} \text{ cm}^3$ , donc  $2\,500 \text{ mm}^3 = 2,5 \text{ cm}^3$ .  
Puis  $2,5 \text{ cm}^3 = 2,5 \times 10^{-3} \text{ L} = 0,0025 \text{ L}$ .

## Exercice 12

Isoler  $h$  dans la formule du volume d'un cylindre  $V = \pi r^2 h$ , puis isoler  $r$  dans la même formule.

## Corrigé

$$h = \frac{V}{\pi r^2}.$$

Pour isoler  $r$  : on divise par  $\pi h$  :  $\frac{V}{\pi h} = r^2$ , puis on prend la racine carrée :  $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$ .

## Activités d'application

## Activité 1 • Aire d'une section carrée

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : calcul numérique, conversion  $\text{mm}^2 \rightarrow \text{m}^2$     **Lien référentiel** : lecture de plan, sections de pièces

1. Donner la formule de l'aire  $S$  d'un carré de côté  $a$ .
2. Une pièce a une section carrée de côté  $a = 20 \text{ mm}$ . Calculer son aire  $S$  en  $\text{mm}^2$ .
3. Exprimer  $1 \text{ mm}$  en mètres sous la forme d'une puissance de 10, puis en déduire à quoi est égal  $1 \text{ mm}^2$  en  $\text{m}^2$ .
4. En déduire l'aire  $S$  de la pièce, exprimée en  $\text{m}^2$ .

## Corrigé

1.  $S = a^2$ .
2.  $S = 20^2 = 400 \text{ mm}^2$ .
3.  $1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$ , donc  $1 \text{ mm}^2 = (10^{-3})^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$ .
4.  $S = 400 \text{ mm}^2 = 400 \times 10^{-6} = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ .

## Activité 2 • Contrainte dans une pièce

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : application d'une formule, comparaison    **Lien référentiel** : RDM, condition de résistance

Une pièce de section  $S = 50 \text{ mm}^2$  subit un effort de traction  $F = 5\,000 \text{ N}$ . La contrainte vaut  $\sigma = \frac{F}{S}$ .

1. Calculer  $\sigma$  (le résultat est en  $\text{N}/\text{mm}^2$ , c'est-à-dire en MPa).
2. La pièce résiste si  $\sigma$  reste inférieure à  $150 \text{ MPa}$ . Est-ce le cas ?

## Corrigé

1.  $\sigma = \frac{5\,000}{50} = 100 \text{ MPa}$ .
2.  $100 < 150$  : la pièce résiste.

## Activité 3 • Puissance d'un moteur

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : application d'une formule, isoler une grandeur **Lien référentiel** : chaîne d'énergie, motorisation

La puissance d'un moteur en rotation est  $P = C \times \omega$ , avec  $C$  le couple (en N·m) et  $\omega$  la vitesse (en rad/s).

1. Pour  $C = 8 \text{ N} \cdot \text{m}$  et  $\omega = 150 \text{ rad/s}$ , calculer la puissance  $P$ .
2. On veut une puissance  $P = 1\,200 \text{ W}$  avec le même couple. Quelle vitesse  $\omega$  faut-il ? (isoler  $\omega$ )

## Corrigé

1.  $P = 8 \times 150 = 1\,200 \text{ W}$ .
2.  $\omega = \frac{P}{C} = \frac{1\,200}{8} = 150 \text{ rad/s}$ .

## Activité 4 • Rendement d'un réducteur

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : pourcentage, isoler une grandeur **Lien référentiel** : chaîne d'énergie, rendement

Le rendement d'un réducteur est  $\eta = \frac{P_u}{P_a}$  ( $P_u$  puissance utile,  $P_a$  puissance absorbée). Un réducteur reçoit  $P_a = 1\,000 \text{ W}$  et restitue  $P_u = 900 \text{ W}$ .

1. Calculer  $\eta$  et l'exprimer en pourcentage.
2. Pour le même rendement, quelle puissance  $P_a$  faut-il fournir pour obtenir  $P_u = 450 \text{ W}$  ? (isoler  $P_a$ )

## Corrigé

1.  $\eta = \frac{900}{1\,000} = 0,9 = 90 \%$ .
2.  $P_a = \frac{P_u}{\eta} = \frac{450}{0,9} = 500 \text{ W}$ .

## Activité 5 • Puissance électrique d'un récepteur

PHYSIQUE APPLIQUÉE

**Outil réinvesti** : application d'une formule, isoler une grandeur **Lien référentiel** : S11 — Électricité (puissance et énergie)

La puissance électrique d'un récepteur en courant continu est  $P = U \times I$ , avec  $U$  la tension (en volts) et  $I$  l'intensité (en ampères).

1. Un moteur est alimenté sous  $U = 24 \text{ V}$  avec un courant  $I = 5 \text{ A}$ . Calculer sa puissance électrique  $P$ .
2. On veut limiter la puissance à  $P = 96 \text{ W}$  sous la même tension. Quelle intensité ne faut-il pas dépasser ? (isoler  $I$ )

## Corrigé

1.  $P = 24 \times 5 = 120 \text{ W}$ .
2.  $I = \frac{P}{U} = \frac{96}{24} = 4 \text{ A}$ .

## Activité 6 • Pression au fond d'un réservoir

PHYSIQUE APPLIQUÉE

**Outil réinvesti** : application d'une formule, isoler une grandeur    **Lien référentiel** : S11 — Statique des fluides

Le principe fondamental de l'hydrostatique donne la différence de pression  $\Delta P = \rho \times g \times h$ , avec  $\rho$  la masse volumique du fluide,  $g$  l'intensité de la pesanteur et  $h$  la profondeur. Pour l'eau :  $\rho = 1\,000 \text{ kg/m}^3$  et  $g \approx 10 \text{ N/kg}$ .

1. Calculer la différence de pression  $\Delta P$  à une profondeur  $h = 3 \text{ m}$  (résultat en pascals).
2. À quelle profondeur  $h$  la différence de pression atteint-elle  $50\,000 \text{ Pa}$  ? (isoler  $h$ )

## Corrigé

1.  $\Delta P = 1\,000 \times 10 \times 3 = 30\,000 \text{ Pa}$ .

2.  $h = \frac{\Delta P}{\rho g} = \frac{50\,000}{1\,000 \times 10} = 5 \text{ m}$ .

## Chapitre 2

# Semaine 2 : Proportionnalité et géométrie de base

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPI, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

### Rappel mathématique

Cette deuxième semaine consolide les outils qui interviennent dans presque tous les calculs métier : reconnaître une situation de proportionnalité et l'exploiter, manier les pourcentages dans les deux sens, lire une échelle, et appliquer correctement les formules d'aires et de volumes usuels.

### §1. Proportionnalité

#### Définition – deux grandeurs proportionnelles

Deux grandeurs  $x$  et  $y$  sont *proportionnelles* si le rapport  $\frac{y}{x}$  est constant. Ce rapport est appelé **coefficient de proportionnalité**, noté  $k$  :  $y = k \times x$ .

*Exemple* – Le prix à payer pour de l'essence est proportionnel au volume servi : si 20 L coûtent 34 €, alors  $k = \frac{34}{20} = 1,70$  €/L.

#### Propriété – produit en croix

Si quatre nombres  $a, b, c, d$  (avec  $b$  et  $d$  non nuls) vérifient  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , alors  $a \times d = b \times c$ . On peut isoler n'importe laquelle des quatre grandeurs si l'on connaît les trois autres.

*Exemple* – Si  $\frac{a}{3} = \frac{20}{12}$ , alors  $a \times 12 = 3 \times 20$ , soit  $a = \frac{60}{12} = 5$ .

**Point de vigilance.** Avant d'appliquer le produit en croix, il faut s'assurer que la situation est bien proportionnelle. Par exemple, l'âge et la taille d'un enfant ne le sont pas.

## §2. Pourcentages

### Définition – pourcentage

Un pourcentage  $p\%$  représente la fraction  $\frac{p}{100}$ . Calculer  $p\%$  d'une quantité  $Q$ , c'est calculer  $\frac{p}{100} \times Q$ .

*Exemple* – 30% de 250 € vaut  $\frac{30}{100} \times 250 = 75$  €.

### Méthode – augmentation et diminution

Augmenter une quantité de  $p\%$  revient à la multiplier par  $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$ .  
Diminuer une quantité de  $p\%$  revient à la multiplier par  $\left(1 - \frac{p}{100}\right)$ .

*Exemple* – Un prix de 80 € subit une hausse de 15% : nouveau prix =  $80 \times 1,15 = 92$  €.  
Une remise de 20% sur 80 € : prix soldé =  $80 \times 0,80 = 64$  €.

**Point de vigilance.** Une hausse de 20% suivie d'une baisse de 20% ne ramène pas au prix initial :  $100 \times 1,20 \times 0,80 = 96$ , pas 100.

## §3. Échelles

### Définition – échelle

Sur un plan ou une carte, l'*échelle* est le rapport entre une longueur sur le plan et la longueur réelle correspondante, exprimées dans la même unité :

$$\text{échelle} = \frac{\text{longueur sur le plan}}{\text{longueur réelle}}.$$

Une échelle s'écrit souvent sous la forme 1 :  $n$  (un sur  $n$ ). Avec une échelle 1 : 50, 1 cm sur le plan représente 50 cm en réalité ; ou encore, 1 mm sur le plan représente 50 mm.

*Exemple* – Sur un plan à l'échelle 1 : 100, un mur mesure 4 cm. Sa longueur réelle est  $4 \times 100 = 400$  cm = 4 m.

## §4. Aires usuelles

### Propriété – formules d'aires

**Rectangle** de longueur  $L$  et largeur  $\ell$  :  $S = L \times \ell$ .

**Triangle** de base  $b$  et hauteur  $h$  :  $S = \frac{b \times h}{2}$ .

**Disque** de rayon  $r$  :  $S = \pi r^2$ . Circonférence (périmètre) :  $\mathcal{P} = 2\pi r$ .

*Exemple* – Disque de rayon  $r = 5$  cm :  $S = \pi \times 5^2 = 25\pi \approx 78,5$  cm<sup>2</sup>.

**Conversions d'aires.** Pour passer d'une unité d'aire à une autre, on convertit la dimension linéaire correspondante et on élève au carré (voir semaine 1, §3).

## §5. Volumes usuels

### Propriété – formules de volumes

**Parallélépipède rectangle** de longueur  $L$ , largeur  $\ell$ , hauteur  $h$  :  $V = L \times \ell \times h$ .

**Cylindre** de rayon  $r$  et hauteur  $h$  :  $V = \pi r^2 h$ .

**Sphère** de rayon  $r$  :  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ .

*Exemple – Cylindre de rayon  $r = 2$  cm et hauteur  $h = 10$  cm :  $V = \pi \times 2^2 \times 10 = 40\pi \approx 125,7$  cm<sup>3</sup>.*

**Conversions de volumes.** Pour passer d'une unité de volume à une autre, on convertit la dimension linéaire et on élève au cube (voir semaine 1, §3).

### Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

#### Exercice 1

Quatre stylos coûtent 6 €. En supposant la proportionnalité, calculer le prix de 10 stylos, puis combien on peut en acheter avec 21 €.

#### Corrigé

Coefficient :  $\frac{6}{4} = 1,5$  €/stylo. Prix de 10 stylos :  $10 \times 1,5 = 15$  €. Nombre de stylos avec 21 € :  $\frac{21}{1,5} = 14$ .

#### Exercice 2

Une voiture parcourt 180 km en 2 h à vitesse constante. Calculer la distance parcourue en 3 h 30 min (avec produit en croix).

#### Corrigé

3 h 30 min = 3,5 h.  
 $\frac{180}{2} = \frac{d}{3,5}$ , donc  $d = \frac{180 \times 3,5}{2} = 315$  km.

#### Exercice 3

Calculer mentalement (ou en posant le calcul) :

- 25 % de 200 € ;
- 10 % de 45 kg ;
- 75 % de 80 m.

#### Corrigé

25 % de 200 =  $\frac{25}{100} \times 200 = 50$  € ; 10 % de 45 = 4,5 kg ; 75 % de 80 =  $\frac{75}{100} \times 80 = 60$  m.

**Exercice 4**

Un article coûte 120 €. Calculer son nouveau prix après :

- une augmentation de 15 % ;
- une remise de 30 %.

**Corrigé**

Nouveau prix après hausse :  $120 \times 1,15 = 138$  €.

Nouveau prix après remise :  $120 \times 0,70 = 84$  €.

**Exercice 5**

Sur un plan à l'échelle 1 : 50, une pièce mesure 8 cm de long et 6 cm de large. Calculer ses dimensions réelles, en mètres.

**Corrigé**

Longueur réelle :  $8 \times 50 = 400$  cm = 4 m.

Largeur réelle :  $6 \times 50 = 300$  cm = 3 m.

**Exercice 6**

Calculer l'aire des figures suivantes.

- Rectangle de longueur 12 cm et largeur 5 cm.
- Triangle de base 8 cm et hauteur 6 cm.
- Disque de rayon 4 cm (valeur exacte, puis approchée au dixième).

**Corrigé**

Rectangle :  $12 \times 5 = 60$  cm<sup>2</sup>.

Triangle :  $\frac{8 \times 6}{2} = 24$  cm<sup>2</sup>.

Disque :  $\pi \times 4^2 = 16\pi \approx 50,3$  cm<sup>2</sup>.

**Exercice 7**

Calculer le volume des solides suivants.

- Parallélépipède rectangle de dimensions 10 cm × 6 cm × 4 cm.
- Cylindre de rayon 3 cm et hauteur 10 cm (valeur exacte puis approchée).

**Corrigé**

Parallélépipède :  $10 \times 6 \times 4 = 240$  cm<sup>3</sup>.

Cylindre :  $\pi \times 3^2 \times 10 = 90\pi \approx 282,7$  cm<sup>3</sup>.

**Exercice 8**

Un disque de rayon  $r$  a une aire de  $S = 100\pi$  cm<sup>2</sup>. Calculer la valeur de  $r$ .

**Corrigé**

$\pi r^2 = 100\pi \Rightarrow r^2 = 100 \Rightarrow r = 10$  cm.

————— Pour aller plus loin —————

## Exercice 9

Le prix d'un produit augmente de 20 %, puis baisse de 20 %. Le prix de départ étant de 100 €, calculer le prix final. Que constate-t-on ?

## Corrigé

Prix après hausse :  $100 \times 1,20 = 120$  €.

Prix après baisse :  $120 \times 0,80 = 96$  €.

Le prix final est inférieur au prix initial : une hausse puis une baisse de même pourcentage ne ramènent pas au prix de départ.

## Exercice 10

Sur un plan à l'échelle 1 : 200, on mesure 35 mm entre deux points. Quelle est la distance réelle correspondante, en mètres ?

## Corrigé

Distance réelle =  $35 \times 200 = 7\,000$  mm = 7 m.

## Exercice 11

Un cylindre a une hauteur  $h = 20$  cm et un volume  $V = 500\pi$  cm<sup>3</sup>. Calculer son rayon  $r$ .

## Corrigé

$$\pi r^2 h = 500\pi \Rightarrow r^2 = \frac{500}{h} = \frac{500}{20} = 25 \Rightarrow r = 5 \text{ cm.}$$

## Exercice 12

Un terrain rectangulaire mesure 30 m de long et 20 m de large.

- Calculer son aire en mètres carrés.
- Sur un plan à l'échelle 1 : 500, quelles sont les dimensions du terrain sur le plan, en centimètres ?

## Corrigé

Aire :  $30 \times 20 = 600$  m<sup>2</sup>.

Sur le plan : longueur =  $\frac{30 \text{ m}}{500} = \frac{3\,000 \text{ cm}}{500} = 6$  cm ; largeur = 4 cm.

## Activités d'application

## Activité 1 • Une relation de proportionnalité (contrainte–déformation) MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : proportionnalité, application de formule, isoler une grandeur **Lien référentiel** : RDM, relation contrainte-déformation (S3.2.6)

On donne la relation  $\sigma = E \times \varepsilon$ , où  $\sigma$  est la contrainte (en MPa),  $E$  le module du matériau (en MPa) et  $\varepsilon$  la déformation (sans unité). Dans le domaine élastique, contrainte et déformation sont proportionnelles.

1. Pour un acier de module  $E = 200\,000$  MPa et une déformation  $\varepsilon = 0,001$ , calculer la contrainte  $\sigma$  (en MPa).
2. Pour une contrainte  $\sigma = 150$  MPa dans le même acier, calculer la déformation  $\varepsilon$ . (isoler  $\varepsilon$ )

## Corrigé

- $\sigma = 200\,000 \times 0,001 = 200 \text{ MPa}$ .
- $\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{150}{200\,000} = 7,5 \times 10^{-4}$ .

## Activité 2 • Aire d'une section circulaire

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : formule d'aire, calcul numérique    **Lien référentiel** : lecture de plan, sections d'arbres

Beaucoup de pièces (arbres, axes) ont une section circulaire. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon  $r$  est  $S = \pi r^2$ .

- Un arbre a un diamètre de 40 mm. Donner son rayon, puis calculer l'aire de sa section (en  $\text{mm}^2$ ).
- Un autre arbre a un rayon  $r = 10$  mm. Calculer l'aire de sa section.

## Corrigé

- $r = \frac{40}{2} = 20$  mm, donc  $S = \pi \times 20^2 = 400\pi \approx 1\,257 \text{ mm}^2$ .
- $S = \pi \times 10^2 = 100\pi \approx 314 \text{ mm}^2$ .

## Activité 3 • Volume et masse d'une pièce cylindrique

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : volume d'un cylindre, conversion  $\text{mm}^3 \rightarrow \text{cm}^3$ , masse volumique    **Lien référentiel** : géométrie d'une pièce, devis matière

On rappelle que le volume d'un cylindre de rayon  $r$  et de hauteur  $h$  vaut  $V = \pi r^2 h$ . La masse d'une pièce se calcule à partir de la masse volumique du matériau :  $m = \rho \times V$ . Pour l'acier, on prendra  $\rho = 7,85 \text{ g/cm}^3$ .

Une pièce cylindrique en acier a un rayon  $r = 10$  mm et une hauteur  $h = 100$  mm.

- Calculer le volume  $V$  de la pièce, en  $\text{mm}^3$  (on donnera la valeur approchée à l'unité).
- Exprimer 1 mm en centimètres sous la forme d'une puissance de 10, puis en déduire à quoi est égal  $1 \text{ mm}^3$  en  $\text{cm}^3$ .
- En déduire le volume  $V$  de la pièce, exprimé en  $\text{cm}^3$ .
- Calculer la masse  $m$  de la pièce, en grammes.

## Corrigé

- $V = \pi \times 10^2 \times 100 = 10\,000\pi \approx 31\,416 \text{ mm}^3$ .
- $1 \text{ mm} = 10^{-1} \text{ cm}$ , donc  $1 \text{ mm}^3 = (10^{-1})^3 = 10^{-3} \text{ cm}^3$ .
- $V \approx 31\,416 \times 10^{-3} \approx 31,4 \text{ cm}^3$ .
- $m = \rho \times V \approx 7,85 \times 31,4 \approx 247 \text{ g}$ .

## Activité 4 • Moment quadratique d'une poutre rectangulaire

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : application d'une formule, puissances    **Lien référentiel** : RDM, moments quadratiques (S3.2.6)

La rigidité en flexion d'une poutre dépend du moment quadratique  $I$  de sa section. On donne la formule pour une section rectangulaire de base  $b$  et de hauteur  $h$  :  $I = \frac{bh^3}{12}$  (la hauteur  $h$  étant la dimension dans le sens de la flexion).

1. Pour  $b = 30$  mm et  $h = 20$  mm, calculer  $I$  (en  $\text{mm}^4$ ).
2. On garde la même base  $b = 30$  mm mais on double la hauteur :  $h = 40$  mm. Calculer le nouveau  $I$ , puis dire par combien il a été multiplié.

**Corrigé**

1.  $I = \frac{30 \times 20^3}{12} = \frac{30 \times 8\,000}{12} = 20\,000 \text{ mm}^4$ .
2.  $I = \frac{30 \times 40^3}{12} = \frac{30 \times 64\,000}{12} = 160\,000 \text{ mm}^4$ , soit 8 fois plus (la hauteur intervient au cube :  $2^3 = 8$ ).

**Activité 5 • Lecture d'un plan à l'échelle**

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : proportionnalité, échelle **Lien référentiel** : lecture de mise en plan (S2.4)

Un dessin de définition est tracé à l'échelle **1:2** : une longueur sur le dessin représente une longueur deux fois plus grande en réalité.

1. Écrire la relation entre une longueur réelle et la longueur correspondante sur le dessin.
2. Une longueur mesurée de 75 mm sur le plan correspond à quelle longueur réelle ?
3. Une pièce mesure réellement 240 mm. Quelle est sa longueur sur le plan ?

**Corrigé**

1. Échelle 1:2  $\Rightarrow$  longueur réelle =  $2 \times$  longueur sur le dessin.
2. Longueur réelle =  $2 \times 75 = 150$  mm.
3. Longueur sur le plan =  $\frac{240}{2} = 120$  mm.

**Activité 6 • Identifier un matériau par sa masse volumique**

PHYSIQUE APPLIQUÉE

**Outil réinvesti** : proportionnalité, application de formule, comparaison **Lien référentiel** : S11 — Matière et matériaux (masse volumique)

La masse volumique relie la masse  $m$  d'un échantillon à son volume  $V$ .

1. Écrire la relation entre la masse volumique  $\rho$ , la masse  $m$  et le volume  $V$ .
2. Un échantillon a une masse  $m = 270$  g pour un volume  $V = 100 \text{ cm}^3$ . Calculer sa masse volumique (en  $\text{g/cm}^3$ ).
3. Sachant que l'aluminium a une masse volumique de  $2,7 \text{ g/cm}^3$ , de quel matériau s'agit-il probablement ?

**Corrigé**

1.  $\rho = \frac{m}{V}$ .
2.  $\rho = \frac{270}{100} = 2,7 \text{ g/cm}^3$ .
3. Cette valeur correspond à celle de l'aluminium : l'échantillon est probablement en aluminium.

**Activité 7 • Loi d'Ohm dans un circuit**

PHYSIQUE APPLIQUÉE

**Outil réinvesti** : proportionnalité, application de formule, isoler une grandeur **Lien référentiel** : S11 — Électricité (tension, intensité)

Dans un conducteur ohmique, la tension  $U$  à ses bornes est proportionnelle à l'intensité  $I$  qui le traverse : c'est la loi d'Ohm, où  $R$  est la résistance (en ohms,  $\Omega$ ).

1. Écrire la loi d'Ohm reliant  $U$ ,  $R$  et  $I$ .
2. Pour une résistance  $R = 220 \Omega$  traversée par un courant  $I = 0,5 \text{ A}$ , calculer la tension  $U$ .
3. On applique une tension  $U = 24 \text{ V}$  aux bornes d'une résistance  $R = 12 \Omega$ . Calculer l'intensité  $I$ . (isoler  $I$ )

### Corrigé

1.  $U = R \times I$ .
2.  $U = 220 \times 0,5 = 110 \text{ V}$ .
3.  $I = \frac{U}{R} = \frac{24}{12} = 2 \text{ A}$ .

# Chapitre 3

## Semaine 3 : Trigonométrie

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPI, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

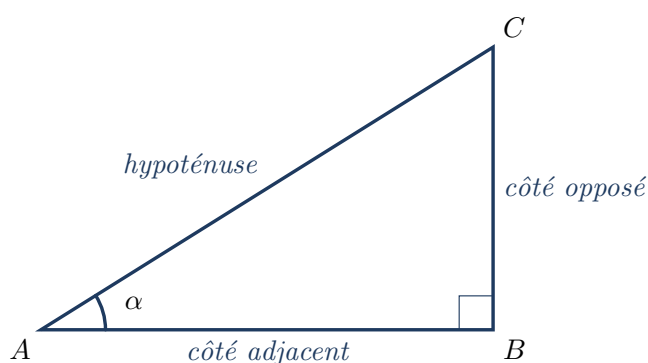
### Rappel mathématique

Cette semaine consolide les outils de la trigonométrie du triangle rectangle : théorème de Pythagore, et relations entre les côtés et les angles via sinus, cosinus et tangente. Ces outils sont mobilisés dès qu'on travaille sur une géométrie inclinée, une force décomposée, ou un signal périodique.

#### §1. Triangle rectangle : vocabulaire

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit est appelé **hypoténuse** ; c'est toujours le côté le plus long. Les deux autres côtés forment les *côtés de l'angle droit*. Pour un angle aigu  $\alpha$  donné du triangle, on distingue :

- le **côté opposé** à  $\alpha$  : le côté qui ne touche pas  $\alpha$  ;
- le **côté adjacent** à  $\alpha$  : le côté de l'angle droit qui touche  $\alpha$ .



#### §2. Théorème de Pythagore

##### Propriété – théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés :

$$(\text{hypoténuse})^2 = (\text{côté 1})^2 + (\text{côté 2})^2.$$

*Exemple* – Pour un triangle rectangle de côtés  $a = 3$ ,  $b = 4$  : l'hypoténuse vaut  $c = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ .

**Réciproque utile.** Si l'on connaît l'hypoténuse  $c$  et un côté  $a$ , on isole l'autre côté :  $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ .

### §3. Sinus, cosinus, tangente

#### Définition – rapports trigonométriques

Pour un angle aigu  $\alpha$  d'un triangle rectangle :

$$\sin \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}, \quad \cos \alpha = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}, \quad \tan \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}.$$

**Moyen mnémotechnique : SOH-CAH-TOA.** *Sinus = Opposé / Hypoténuse, Cosinus = Adjacent / Hypoténuse, Tangente = Opposé / Adjacent.*

*Exemple* – Dans un triangle rectangle avec  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\sin 30^\circ = 0,5$ . Si l'hypoténuse vaut 10 cm, le côté opposé vaut  $10 \times 0,5 = 5$  cm.

### §4. Valeurs particulières

#### Propriété – angles remarquables

Angle $\alpha$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

On retient au minimum  $\sin 30^\circ = 0,5$  et  $\cos 60^\circ = 0,5$  : les autres se retrouvent à la calculatrice.

**À la calculatrice.** Avant tout calcul de sinus, cosinus ou tangente, vérifier que la calculatrice est bien en mode **degré** (voir l'Annexe : prise en main de la calculatrice, §1).

### §5. Trouver un angle à partir d'un rapport

#### Méthode – retrouver un angle (trigonométrie inverse)

Si l'on connaît la valeur d'un rapport trigonométrique et qu'on cherche l'angle correspondant, on utilise les fonctions *inverses* :

$$\alpha = \sin^{-1}(\dots) \quad \text{ou} \quad \alpha = \cos^{-1}(\dots) \quad \text{ou} \quad \alpha = \tan^{-1}(\dots).$$

On les note aussi arcsin, arccos, arctan. La calculatrice y accède par SHIFT puis la touche correspondante.

*Exemple* – Si  $\tan \alpha = 0,75$ , alors  $\alpha = \tan^{-1}(0,75) \approx 36,87^\circ$ .

**Point de vigilance.** L'unité du résultat dépend du mode actif. En mode degré,  $\tan^{-1}(1) = 45^\circ$  ; en mode radian,  $\tan^{-1}(1) \approx 0,7854$ . **Toujours vérifier le mode** (voir Annexe Calculatrice §8).

### Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

#### Exercice 1

Un triangle rectangle a des côtés de l'angle droit  $a = 6$  cm et  $b = 8$  cm. Calculer la longueur de l'hypoténuse.

##### Corrigé

$$c = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm.}$$

#### Exercice 2

Un triangle rectangle a une hypoténuse  $c = 13$  cm et un côté  $a = 5$  cm. Calculer la longueur du second côté.

##### Corrigé

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm.}$$

#### Exercice 3

Calculer (à la calculatrice, en mode degré) :

$$\sin 30^\circ, \quad \cos 60^\circ, \quad \tan 45^\circ, \quad \sin 90^\circ.$$

##### Corrigé

$$\sin 30^\circ = 0,5 ; \quad \cos 60^\circ = 0,5 ; \quad \tan 45^\circ = 1 ; \quad \sin 90^\circ = 1.$$

#### Exercice 4

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure 10 cm et l'un des angles aigus vaut  $\alpha = 30^\circ$ . Calculer la longueur du côté opposé à  $\alpha$ .

##### Corrigé

$$\sin \alpha = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}, \text{ donc opposé} = 10 \times \sin 30^\circ = 10 \times 0,5 = 5 \text{ cm.}$$

#### Exercice 5

Dans un triangle rectangle, le côté adjacent à  $\alpha = 40^\circ$  mesure 8 cm. Calculer la longueur de l'hypoténuse (résultat arrondi au dixième).

##### Corrigé

$$\cos \alpha = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}, \text{ donc hypoténuse} = \frac{8}{\cos 40^\circ} \approx \frac{8}{0,766} \approx 10,4 \text{ cm.}$$

#### Exercice 6

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à  $\alpha$  mesure 7 cm et le côté adjacent mesure 24 cm. Calculer l'angle  $\alpha$  (résultat arrondi au degré).

**Corrigé**

$$\tan \alpha = \frac{7}{24} \approx 0,292, \text{ donc } \alpha = \tan^{-1}(0,292) \approx 16^\circ.$$

**Exercice 7**

Un triangle rectangle a une hypoténuse de 15 cm et un côté opposé à un angle  $\alpha$  de 9 cm. Calculer l'angle  $\alpha$  (résultat arrondi au degré).

**Corrigé**

$$\sin \alpha = \frac{9}{15} = 0,6, \text{ donc } \alpha = \sin^{-1}(0,6) \approx 37^\circ.$$

**Exercice 8**

Vérifier sur sa calculatrice qu'on est bien en mode degré, en calculant  $\sin 90^\circ$ . Quel résultat doit-on obtenir ? Et si le mode est radian, que donne le calcul ?

**Corrigé**

En mode degré :  $\sin 90^\circ = 1$  (exactement).

En mode radian :  $\sin 90 \approx 0,894$  (la calculatrice interprète 90 comme 90 radians). Si l'on obtient ce résultat, c'est qu'il faut basculer en mode degré.

————— *Pour aller plus loin* —————

**Exercice 9**

Un triangle rectangle a une hypoténuse de longueur  $c$ . Démontrer, à partir des définitions, que pour tout angle aigu  $\alpha$  de ce triangle on a  $(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$ .

**Corrigé**

Soit  $a$  le côté opposé à  $\alpha$ ,  $b$  le côté adjacent. Alors  $\sin \alpha = a/c$  et  $\cos \alpha = b/c$ . Donc

$$(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1,$$

par le théorème de Pythagore.

**Exercice 10**

Une échelle est appuyée contre un mur. Elle mesure 5 m et fait un angle de  $70^\circ$  avec le sol. Calculer la hauteur atteinte sur le mur (résultat arrondi au centimètre).

**Corrigé**

La hauteur est le côté opposé à l'angle  $70^\circ$  ; l'échelle est l'hypoténuse.

$$\text{Hauteur} = 5 \times \sin 70^\circ \approx 5 \times 0,9397 \approx 4,70 \text{ m} = 470 \text{ cm}.$$

**Exercice 11**

Un triangle rectangle a pour côtés 1,  $\sqrt{3}$ , 2. Identifier l'hypoténuse, puis calculer les trois angles (aidé du tableau des valeurs particulières).

**Corrigé**

L'hypoténuse est le côté le plus long : 2. On a un angle droit ; les deux autres angles  $\alpha$  et  $\beta$  vérifient  $\alpha + \beta = 90^\circ$ .

$\sin \alpha = \frac{1}{2}$  donc  $\alpha = 30^\circ$  ; et donc  $\beta = 60^\circ$ .

**Exercice 12**

Dans un triangle rectangle, on connaît  $\sin \alpha = 0,28$ . Calculer  $\alpha$  (au degré près), puis  $\cos \alpha$  et  $\tan \alpha$  (à  $10^{-2}$  près).

**Corrigé**

$\alpha = \sin^{-1}(0,28) \approx 16^\circ$ .

$\cos \alpha \approx \cos 16^\circ \approx 0,96$  ;  $\tan \alpha \approx \tan 16^\circ \approx 0,29$ .

**Activités d'application****Activité 1 • Projeter une force sur deux axes**

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : cosinus, sinus, projection **Lien référentiel** : statique, modélisation des actions mécaniques (S3.2.4)

Pour écrire l'équilibre d'une pièce, on remplace une force inclinée par ses deux composantes. On donne : la composante horizontale est  $F_x = F \cos \alpha$  et la composante verticale  $F_y = F \sin \alpha$ . Ici  $F = 200$  N et  $\alpha = 30^\circ$ .

1. Calculer la composante horizontale  $F_x$ .
2. Calculer la composante verticale  $F_y$ .
3. Vérifier que  $\sqrt{F_x^2 + F_y^2}$  redonne bien  $F$ .

**Corrigé**

1.  $F_x = 200 \times \cos 30^\circ \approx 200 \times 0,866 = 173$  N.

2.  $F_y = 200 \times \sin 30^\circ = 200 \times 0,5 = 100$  N.

3.  $\sqrt{173^2 + 100^2} = \sqrt{39\,929} \approx 200$  N. On retrouve bien  $F$ .

**Activité 2 • Longueur d'une hypoténuse (équerre)**

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : théorème de Pythagore **Lien référentiel** : géométrie d'une pièce, lecture de plan

Une équerre a deux côtés perpendiculaires de longueurs 30 mm et 40 mm.

1. Énoncer la relation de Pythagore dans un triangle rectangle d'hypoténuse  $c$  et de côtés  $a$  et  $b$ .
2. Calculer la longueur de l'hypoténuse de l'équerre.

**Corrigé**

1.  $c^2 = a^2 + b^2$ .

2.  $c = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{2\,500} = 50$  mm.

## Activité 3 • Angle d'une glissière

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : tangente, angle    **Lien référentiel** : géométrie d'un mécanisme (S3.2.2-3)

Une glissière monte d'une hauteur de 50 mm sur une avance horizontale de 50 mm. On note  $\alpha$  son angle d'inclinaison.

1. Rappeler la définition de  $\tan \alpha$  dans un triangle rectangle (à partir des côtés opposé et adjacent).
2. Calculer  $\tan \alpha$ , puis en déduire l'angle  $\alpha$ .

## Corrigé

1.  $\tan \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$ .
2.  $\tan \alpha = \frac{50}{50} = 1$ , donc  $\alpha = 45^\circ$ .

## Activité 4 • Longueur d'une barre inclinée

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : sinus, isoler une grandeur    **Lien référentiel** : conception, implantation d'une barre de support

Une barre de support inclinée à  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale doit atteindre un point situé à une hauteur  $h = 150$  mm. On note  $L$  la longueur de la barre (son hypoténuse).

1. Exprimer  $\sin \alpha$  en fonction de la hauteur  $h$  et de la longueur  $L$ .
2. En déduire la longueur  $L$  de la barre. (isoler  $L$ )

## Corrigé

1.  $\sin \alpha = \frac{h}{L}$  ( $h$  est le côté opposé à l'angle,  $L$  l'hypoténuse).
2.  $L = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{150}{\sin 30^\circ} = \frac{150}{0,5} = 300$  mm.

## Activité 5 • Réfraction de la lumière

PHYSIQUE APPLIQUÉE

**Outil réinvesti** : sinus, isoler une grandeur    **Lien référentiel** : S11 — Optique (principe des fibres optiques)

Lorsqu'un rayon lumineux passe de l'air dans le verre, il est dévié selon la loi de la réfraction (Snell–Descartes), que l'on donne :  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ . Ici l'air a un indice  $n_1 = 1$ , le verre  $n_2 = 1,5$ , et le rayon arrive avec un angle d'incidence  $i_1 = 30^\circ$ .

1. À partir de la loi de la réfraction, exprimer  $\sin i_2$ . (isoler  $\sin i_2$ )
2. Calculer  $\sin i_2$ , puis en déduire l'angle de réfraction  $i_2$ .

## Corrigé

1.  $\sin i_2 = \frac{n_1 \sin i_1}{n_2}$ .
2.  $\sin i_2 = \frac{1 \times \sin 30^\circ}{1,5} = \frac{0,5}{1,5} \approx 0,333$ , donc  $i_2 \approx 19,5^\circ$ . Le rayon se rapproche de la normale en entrant dans le verre.

## Activité 6 • Valeur instantanée d'une tension sinusoïdale

PHYSIQUE APPLIQUÉE

**Outil réinvesti :** sinus    **Lien référentiel :** S11 — Électricité (grandeurs alternatives)

Une tension alternative suit le modèle  $u = U_{\max} \sin \theta$ , où  $U_{\max}$  est la tension de crête et  $\theta$  l'angle (en degrés). On donne  $U_{\max} = 325$  V.

1. Calculer la valeur de la tension  $u$  pour  $\theta = 30^\circ$ .
2. Calculer  $u$  pour  $\theta = 90^\circ$ . Que représente cette valeur ?

**Corrigé**

1.  $u = 325 \times \sin 30^\circ = 325 \times 0,5 = 162,5$  V.
2.  $u = 325 \times \sin 90^\circ = 325 \times 1 = 325$  V : c'est la valeur maximale (tension de crête).

# Chapitre 4

## Semaine 4 : Vecteurs

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPI, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

### Rappel mathématique

Cette semaine consolide les outils sur les vecteurs : représentation graphique, composantes, addition, et calcul de la norme. Ces outils sont mobilisés dès qu'on travaille sur des forces, des vitesses, des courants ou des grandeurs alternatives représentés vectoriellement.

#### §1. Vecteur, composantes

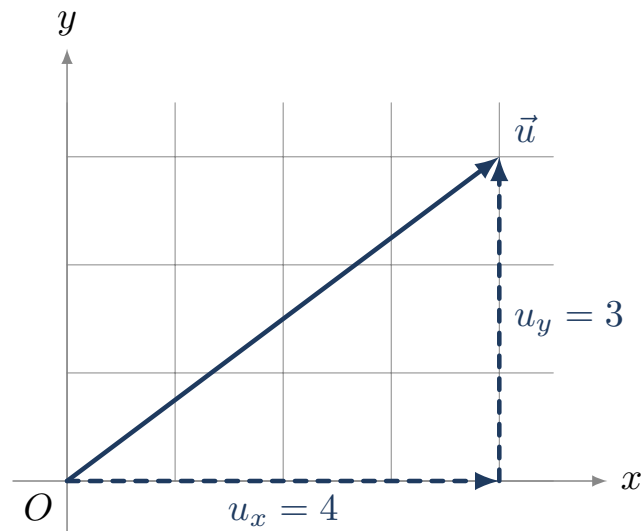
##### Définition – vecteur

Un vecteur, noté  $\vec{u}$  ou  $\overrightarrow{AB}$ , est caractérisé par trois éléments : une **direction** (la droite qui le porte), un **sens** (de  $A$  vers  $B$ ), et une **norme** (sa longueur), notée  $\|\vec{u}\|$  ou  $\|\overrightarrow{AB}\|$ .

##### Définition – composantes d'un vecteur

Dans un repère orthonormé du plan, un vecteur  $\vec{u}$  est décrit par ses *composantes*  $(x; y)$ , où  $x$  est son déplacement horizontal et  $y$  son déplacement vertical.

*Exemple* – Si  $A(1; 2)$  et  $B(4; 6)$ , alors  $\overrightarrow{AB} = (4 - 1; 6 - 2) = (3; 4)$ .



## §2. Norme d'un vecteur

### Propriété – norme

La norme d'un vecteur de composantes  $(x; y)$  vaut

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

C'est la longueur du vecteur, calculée par le théorème de Pythagore.

*Exemple* – Pour  $\vec{u} = (3; 4)$  :  $\|\vec{u}\| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ .

## §3. Somme de vecteurs

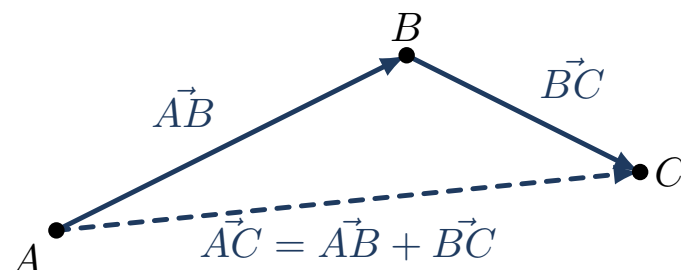
### Propriété – somme par composantes

Pour additionner deux vecteurs, on additionne les composantes de même nature :

$$\vec{u}_1 = (x_1; y_1), \quad \vec{u}_2 = (x_2; y_2), \quad \vec{u}_1 + \vec{u}_2 = (x_1 + x_2; y_1 + y_2).$$

*Exemple* – Si  $\vec{u}_1 = (3; 0)$  et  $\vec{u}_2 = (0; 4)$ , alors  $\vec{u}_1 + \vec{u}_2 = (3; 4)$ , de norme 5.

**Représentation graphique.** On place les vecteurs bout à bout (origine du second sur l'extrémité du premier) ; la somme va de l'origine du premier à l'extrémité du second. C'est la *relation de Chasles* :  $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ .



## §4. Direction d'un vecteur

### Méthode – angle d'un vecteur avec l'axe horizontal

Pour un vecteur  $\vec{u} = (x; y)$  avec  $x > 0$ , l'angle  $\theta$  qu'il fait avec l'axe horizontal se calcule par

$$\tan \theta = \frac{y}{x}, \quad \text{donc} \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right).$$

*Exemple* – Pour  $\vec{u} = (3; 4)$  :  $\tan \theta = \frac{4}{3} \approx 1,33$ , donc  $\theta \approx 53^\circ$ .

**À la calculatrice.** L'angle est obtenu en mode degré avec la fonction  $\tan^{-1}$  (voir Annexe Calculatrice §8).

## §5. Vecteurs colinéaires opposés

Quand deux vecteurs ont la même direction mais des sens opposés, leur somme algébrique sur cette direction est leur différence en valeur absolue, et le sens est celui du plus grand.

*Exemple* – Une force de 50 N vers le bas et une autre de 30 N vers le haut ont pour résultante  $50 - 30 = 20$  N vers le bas.

### Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

#### Exercice 1

Soit  $A(2; 3)$  et  $B(8; 11)$ . Calculer les composantes du vecteur  $\overrightarrow{AB}$ .

#### Corrigé

$$\overrightarrow{AB} = (8 - 2; 11 - 3) = (6; 8).$$

#### Exercice 2

Calculer la norme des vecteurs suivants.

- $\vec{u}_1 = (3; 4)$
- $\vec{u}_2 = (5; 12)$
- $\vec{u}_3 = (-6; 8)$

#### Corrigé

$$\|\vec{u}_1\| = \sqrt{9 + 16} = 5; \quad \|\vec{u}_2\| = \sqrt{25 + 144} = 13; \quad \|\vec{u}_3\| = \sqrt{36 + 64} = 10.$$

#### Exercice 3

Calculer la somme  $\vec{u} + \vec{v}$  pour les vecteurs suivants.

- $\vec{u} = (2; 5)$ ,  $\vec{v} = (3; -1)$  ;
- $\vec{u} = (-4; 7)$ ,  $\vec{v} = (4; -2)$ .

## Corrigé

$$\vec{u} + \vec{v} = (2 + 3; 5 - 1) = (5; 4).$$

$$\vec{u} + \vec{v} = (-4 + 4; 7 - 2) = (0; 5).$$

## Exercice 4

On donne  $\vec{u}_1 = (3; 0)$  et  $\vec{u}_2 = (0; 4)$ . Calculer les composantes de la somme  $\vec{S} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$ , puis sa norme.

## Corrigé

$$\vec{S} = (3; 4); \|\vec{S}\| = \sqrt{9 + 16} = 5.$$

## Exercice 5

Soit le vecteur  $\vec{u} = (6; 8)$ . Calculer l'angle  $\theta$  qu'il fait avec l'axe horizontal (résultat arrondi au degré).

## Corrigé

$$\tan \theta = \frac{8}{6} \approx 1,33, \text{ donc } \theta = \tan^{-1}(1,33) \approx 53^\circ.$$

## Exercice 6

Soit le vecteur  $\vec{u} = (5; 12)$ . Calculer sa norme et l'angle qu'il fait avec l'axe horizontal.

## Corrigé

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{25 + 144} = 13.$$

$$\tan \theta = \frac{12}{5} = 2,4, \text{ donc } \theta \approx 67,4^\circ.$$

## Exercice 7

Deux forces colinéaires de sens opposés s'appliquent sur un objet :  $F_1 = 80$  N vers la droite et  $F_2 = 50$  N vers la gauche. Calculer la valeur et le sens de la force résultante.

## Corrigé

Résultante =  $80 - 50 = 30$  N, dirigée vers la droite (sens de la plus grande des deux forces).

## Exercice 8

Sur un schéma,  $A(1; 1)$ ,  $B(4; 5)$ ,  $C(9; 5)$ . Calculer les composantes de  $\vec{AB}$ ,  $\vec{BC}$  et  $\vec{AC}$ . Vérifier la relation  $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ .

## Corrigé

$$\vec{AB} = (3; 4); \vec{BC} = (5; 0); \vec{AC} = (8; 4).$$

$$\vec{AB} + \vec{BC} = (3 + 5; 4 + 0) = (8; 4) = \vec{AC}. \text{ La relation est vérifiée.}$$

## Exercice 9

Un objet est soumis à deux forces perpendiculaires :  $F_1 = 12$  N horizontalement et  $F_2 = 5$  N verticalement. Calculer la valeur et la direction (angle avec l'horizontale) de la force résultante.

## Corrigé

$$\|\vec{F}\| = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ N.}$$

$$\tan \theta = \frac{5}{12} \approx 0,417, \text{ donc } \theta \approx 22,6^\circ.$$

## Exercice 10

Soient  $\vec{u} = (4; 3)$  et  $\vec{v} = (-1; 2)$ . Calculer la norme de  $\vec{u} + \vec{v}$ .

## Corrigé

$$\vec{u} + \vec{v} = (3; 5), \text{ donc } \|\vec{u} + \vec{v}\| = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34} \approx 5,83.$$

## Exercice 11

Un vecteur  $\vec{u}$  a une norme  $\|\vec{u}\| = 10$  et fait un angle  $\theta = 30^\circ$  avec l'axe horizontal. Calculer ses composantes  $x$  et  $y$  (rappel :  $x = \|\vec{u}\| \cos \theta$ ,  $y = \|\vec{u}\| \sin \theta$ ).

## Corrigé

$$x = 10 \times \cos 30^\circ \approx 10 \times 0,866 \approx 8,66.$$

$$y = 10 \times \sin 30^\circ = 10 \times 0,5 = 5.$$

Donc  $\vec{u} \approx (8,66; 5)$ .

## Exercice 12

Deux vecteurs  $\vec{u}_1$  et  $\vec{u}_2$  ont pour composantes  $(2; 3)$  et  $(5; -1)$  respectivement. Calculer les composantes de  $\vec{u}_1 - \vec{u}_2$  (rappel :  $-\vec{u}_2$  a pour composantes  $(-x_2; -y_2)$ ).

## Corrigé

$$\vec{u}_1 - \vec{u}_2 = (2 - 5; 3 - (-1)) = (-3; 4).$$

Norme :  $\sqrt{9 + 16} = 5$ .

## Activités d'application

## Activité 1 • Résultante de deux forces

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : somme de vecteurs, norme **Lien référentiel** : statique, actions mécaniques (S3.2.4-5)

Sur une pièce s'exercent deux forces, données par leurs composantes :  $\vec{F}_1 = (300; 0)$  N (horizontale) et  $\vec{F}_2 = (0; 400)$  N (verticale).

1. Donner les composantes de la résultante  $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ .
2. Calculer la norme de  $\vec{R}$ .

## Corrigé

- $\vec{R} = (300 + 0; 0 + 400) = (300; 400) \text{ N}$ .
- $\|\vec{R}\| = \sqrt{300^2 + 400^2} = \sqrt{250\,000} = 500 \text{ N}$ .

## Activité 2 • Moment d'une force de serrage

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : produit, isoler une grandeur **Lien référentiel** : statique, moment d'une force (S3.2.4)

Le moment d'une force par rapport à un axe est  $M = F \times d$ , où  $d$  est le bras de levier (distance perpendiculaire). On serre une vis avec une force  $F = 150 \text{ N}$  à une distance  $d = 0,2 \text{ m}$  de l'axe.

- Calculer le moment de serrage  $M$  (en  $\text{N}\cdot\text{m}$ ).
- On veut un moment  $M = 45 \text{ N}\cdot\text{m}$  avec la même force. Quel bras de levier  $d$  faut-il ? (isoler  $d$ )

## Corrigé

- $M = 150 \times 0,2 = 30 \text{ N}\cdot\text{m}$ .
- $d = \frac{M}{F} = \frac{45}{150} = 0,3 \text{ m}$ .

## Activité 3 • Vecteur défini par deux points

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : composantes, norme **Lien référentiel** : lecture de plan, géométrie d'une pièce

Sur un plan, deux perçages sont repérés par leurs coordonnées (en mm) :  $A(10; 20)$  et  $B(40; 60)$ .

- Calculer les composantes du vecteur  $\vec{AB}$  (rappel :  $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$ ).
- Calculer la norme de  $\vec{AB}$ , c'est-à-dire la distance entre les deux perçages.

## Corrigé

- $\vec{AB} = (40 - 10; 60 - 20) = (30; 40)$ .
- $\|\vec{AB}\| = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{2\,500} = 50 \text{ mm}$ .

## Activité 4 • Vecteur vitesse d'un point

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : norme, direction **Lien référentiel** : cinématique d'un point (S3.2.2)

Un point d'un chariot a un vecteur vitesse de composantes  $v_x = 6 \text{ m/s}$  et  $v_y = 8 \text{ m/s}$ .

- Calculer la norme du vecteur vitesse (la vitesse réelle du point).
- Déterminer l'angle  $\theta$  que fait le vecteur avec l'horizontale ( $\tan \theta = v_y/v_x$ ).

## Corrigé

- $\|\vec{v}\| = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ m/s}$ .
- $\tan \theta = \frac{8}{6} \approx 1,33$ , donc  $\theta \approx 53^\circ$ .

## Activité 5 • Composition de deux vitesses

PHYSIQUE APPLIQUÉE

**Outil réinvesti** : somme de vecteurs, norme    **Lien référentiel** : S11 — composition des vitesses

Un nageur traverse une rivière. Il nage à 4 m/s perpendiculairement à la berge, tandis que le courant l'emporte à 3 m/s le long de la rivière. Sa vitesse réelle est la somme (vectorielle) de ces deux vitesses perpendiculaires.

1. Calculer la norme de la vitesse réelle du nageur.
2. Calculer l'angle de sa trajectoire par rapport à la direction où il nage ( $\tan \theta = 3/4$ ).

## Corrigé

1.  $\|\vec{v}\| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ m/s}$ .
2.  $\tan \theta = \frac{3}{4} = 0,75$ , donc  $\theta \approx 37^\circ$  : le nageur est dévié par le courant.

## Activité 6 • Poussée d'Archimède : forces verticales opposées

PHYSIQUE APPLIQUÉE

**Outil réinvesti** : somme de vecteurs colinéaires, signe    **Lien référentiel** : S11 — statique des fluides

Un objet plongé dans l'eau subit deux forces verticales opposées : son poids  $P = 50 \text{ N}$  (vers le bas) et la poussée d'Archimède  $F_A = 30 \text{ N}$  (vers le haut). La force résultante est leur somme vectorielle ; comme elles sont opposées, on soustrait leurs valeurs.

1. Calculer la valeur de la force résultante et préciser son sens.
2. En déduire si l'objet coule ou remonte.

## Corrigé

1. Résultante =  $50 - 30 = 20 \text{ N}$ , dirigée vers le bas (le poids l'emporte).
2. La résultante est vers le bas : l'objet coule.

# Chapitre 5

## Semaine 5 : Fonctions et lecture graphique

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPI, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

### Rappel mathématique

Cette semaine consolide les outils pour décrire et interpréter une dépendance entre deux grandeurs : fonction linéaire, fonction affine, fonction carré, et lecture graphique. Ces outils permettent de modéliser un grand nombre de situations métier (loi d'Ohm, dilatation, débit, étalonnage de capteur).

### §1. Notion de fonction

#### Définition – fonction

Une fonction  $f$  associe à chaque valeur  $x$  (la variable) une unique valeur  $f(x)$  (l'image de  $x$ ). La représentation graphique de  $f$  est l'ensemble des points de coordonnées  $(x ; f(x))$ .

*Exemple* – Pour  $f(x) = 2x + 1$ , on a  $f(0) = 1$ ,  $f(3) = 7$ ,  $f(-2) = -3$ .

### §2. Fonction linéaire

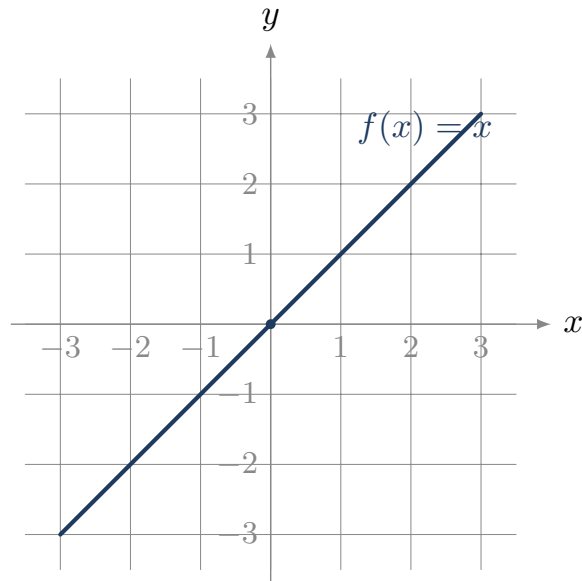
#### Définition – fonction linéaire

Une fonction linéaire est de la forme  $f(x) = kx$ , où  $k$  est un coefficient constant. Sa représentation graphique est une droite passant par l'origine.

#### Propriété – proportionnalité

Une fonction linéaire  $f(x) = kx$  traduit une situation de **proportionnalité** entre  $x$  et  $f(x)$ , de coefficient  $k$ . Sur la droite,  $k$  est le *coefficient directeur* (la pente).

*Exemple* – Pour la loi d'Ohm  $U = RI$ , la tension  $U$  est une fonction linéaire de l'intensité  $I$ , de pente  $R$  (la résistance).



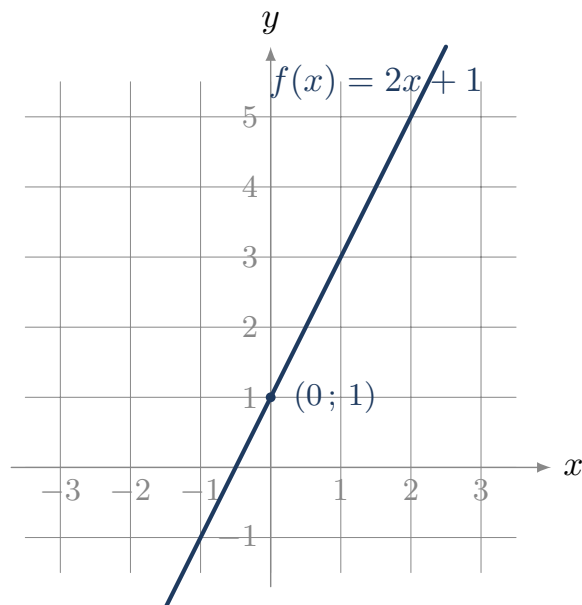
### §3. Fonction affine

#### Définition – fonction affine

Une fonction affine est de la forme  $f(x) = ax + b$ , où  $a$  est le coefficient directeur (pente) et  $b$  l'ordonnée à l'origine. Sa représentation graphique est une droite, qui passe par le point  $(0; b)$ .

Si  $b = 0$ , la fonction est linéaire ; on retrouve le cas précédent.

*Exemple – Pour  $f(x) = 3x + 2$  :  $f(0) = 2$ ,  $f(1) = 5$ . La droite passe par  $(0; 2)$  et a pour pente 3.*



#### Méthode – calculer la pente entre deux points

Pour une droite passant par les points  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$  (avec  $x_A \neq x_B$ ), la pente vaut

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

## §4. Fonction carré

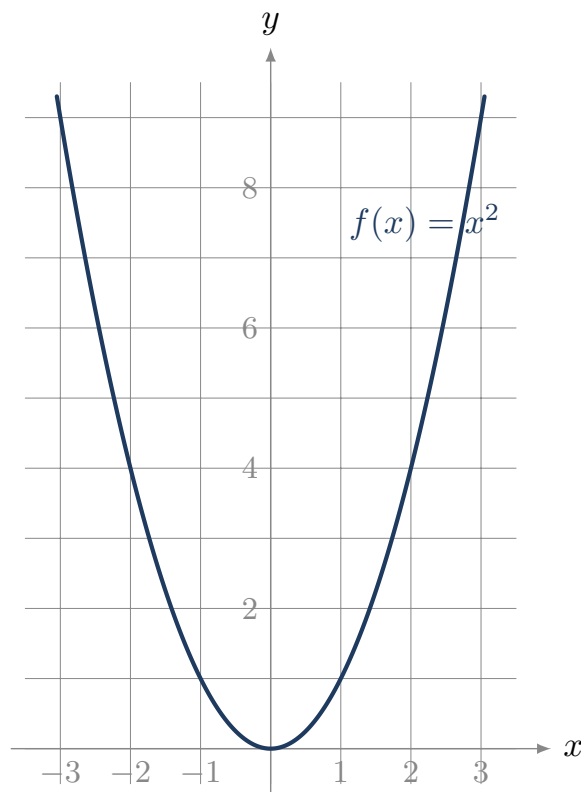
### Définition – fonction carré

La fonction carré est définie par  $f(x) = x^2$ . Pour  $a \neq 0$ , on appelle parfois ainsi toute fonction de la forme  $f(x) = ax^2$ .

### Propriété – effet du carré

Si l'on multiplie la variable par 2, l'image est multipliée par  $2^2 = 4$ . Plus généralement, multiplier par  $k$  multiplie l'image par  $k^2$ .

*Exemple – Pour  $f(x) = x^2$  :  $f(2) = 4$ ,  $f(4) = 16$  (quatre fois plus pour une variable doublée). C'est la signature visuelle d'une dépendance en carré.*



**Cas métier.** La puissance dissipée par effet Joule  $P = RI^2$  est une fonction carré de l'intensité : doubler  $I$  quadruple la puissance.

## §5. Lecture graphique

**Méthode – lire une courbe**

Pour exploiter une représentation graphique :

- **Image d'une valeur** : pour lire  $f(a)$ , on repère  $a$  sur l'axe des abscisses, on monte verticalement jusqu'à la courbe, puis horizontalement jusqu'à l'axe des ordonnées.
- **Antécédent** : pour trouver les valeurs  $x$  telles que  $f(x) = c$ , on repère  $c$  sur l'axe des ordonnées, on va horizontalement jusqu'à la courbe, puis verticalement jusqu'à l'axe des abscisses.
- **Point d'intersection** : entre deux courbes, le point d'intersection donne une valeur de  $x$  pour laquelle les deux fonctions prennent la même valeur.

**Exercices classiques**

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

**Exercice 1**

Soit la fonction  $f(x) = 2x + 5$ . Calculer  $f(0)$ ,  $f(3)$ ,  $f(-2)$ .

**Corrigé**

$$f(0) = 5 ; f(3) = 6 + 5 = 11 ; f(-2) = -4 + 5 = 1.$$

**Exercice 2**

Pour la fonction linéaire  $f(x) = 4x$ , compléter le tableau et vérifier qu'il s'agit bien d'une situation de proportionnalité.

$x$	0	1	2	3
$f(x)$				

**Corrigé**

$f(0) = 0$ ,  $f(1) = 4$ ,  $f(2) = 8$ ,  $f(3) = 12$ . Le rapport  $f(x)/x$  vaut 4 pour toutes les valeurs non nulles : c'est bien une situation de proportionnalité de coefficient 4.

**Exercice 3**

Soit la fonction affine  $f(x) = 3x - 1$ . Calculer  $f(0)$ ,  $f(2)$  et  $f(4)$ . Vérifier ensuite la pente entre les points  $(2; f(2))$  et  $(4; f(4))$ .

**Corrigé**

$$f(0) = -1 ; f(2) = 5 ; f(4) = 11.$$

$$\text{Pente} = \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{11 - 5}{2} = 3. \text{ C'est bien le coefficient directeur de la fonction.}$$

**Exercice 4**

Une droite passe par les points  $A(1; 2)$  et  $B(5; 10)$ . Calculer son coefficient directeur, puis écrire l'équation de la droite  $y = ax + b$ .

**Corrigé**

$$a = \frac{10 - 2}{5 - 1} = \frac{8}{4} = 2.$$

On a  $y = 2x + b$  ; en utilisant  $A : 2 = 2 \times 1 + b$ , donc  $b = 0$ .

Équation :  $y = 2x$ .

**Exercice 5**

Soit la fonction carré  $f(x) = x^2$ . Calculer  $f(2)$ ,  $f(4)$ ,  $f(8)$ . Si l'on double la variable, par quel facteur l'image est-elle multipliée ?

**Corrigé**

$$f(2) = 4, f(4) = 16, f(8) = 64.$$

Doubler la variable multiplie l'image par 4 (signature du carré).

**Exercice 6**

Soit la fonction  $f(x) = 5x^2$ . Compléter le tableau de valeurs.

$x$	0	1	2	3	4
$f(x)$					

**Corrigé**

$$f(0) = 0, f(1) = 5, f(2) = 20, f(3) = 45, f(4) = 80.$$

**Exercice 7**

Le tableau de valeurs ci-dessous est-il celui d'une fonction linéaire, affine, ou carré ?

$x$	0	1	2	3	4
$f(x)$	3	5	7	9	11

**Corrigé**

Les valeurs augmentent de 2 à chaque fois (pas constant) : c'est une fonction affine. Pente  $a = 2$ , et  $f(0) = 3$ , donc  $f(x) = 2x + 3$ . Ce n'est pas une fonction linéaire car  $f(0) \neq 0$ .

**Exercice 8**

Sur un graphique, la droite représentative d'une fonction  $f$  passe par  $(0; 4)$  et  $(2; 0)$ . En déduire l'expression de  $f$ .

**Corrigé**

$$\text{Pente : } a = \frac{0 - 4}{2 - 0} = -2.$$

Ordonnée à l'origine :  $b = 4$ .

$$\text{Donc } f(x) = -2x + 4.$$

Pour aller plus loin

## Exercice 9

Une fonction  $f$  vérifie  $f(x) = ax + b$  avec  $f(2) = 7$  et  $f(5) = 16$ . Déterminer  $a$  et  $b$ .

## Corrigé

$$a = \frac{16 - 7}{5 - 2} = 3.$$

$$7 = 3 \times 2 + b, \text{ donc } b = 1.$$

$$\text{Donc } f(x) = 3x + 1.$$

## Exercice 10

Deux droites ont pour équations  $y = 2x + 1$  et  $y = -x + 4$ . Calculer le point d'intersection (résoudre  $2x + 1 = -x + 4$ ).

## Corrigé

$$2x + 1 = -x + 4 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1.$$

$$y = 2 \times 1 + 1 = 3 \text{ (ou } y = -1 + 4 = 3).$$

$$\text{Point d'intersection : } (1; 3).$$

## Exercice 11

Soit  $f(x) = x^2$ . Pour quelles valeurs de  $x$  a-t-on  $f(x) = 49$  ?

## Corrigé

$$x^2 = 49 \Rightarrow x = 7 \text{ ou } x = -7 \text{ (deux antécédents possibles).}$$

## Exercice 12

Lecture graphique. Sur un graphique non fourni ici, on lit que la droite passe par  $(1; 3)$  et  $(4; 9)$ , et la parabole d'équation  $y = x^2$  passe (notamment) par  $(3; 9)$ . La droite et la parabole se coupent en deux points. En partant des équations, calculer les abscisses de ces deux points d'intersection.

## Corrigé

$$\text{Pente de la droite : } a = \frac{9 - 3}{4 - 1} = 2. \text{ Avec } 3 = 2 \times 1 + b, \text{ on a } b = 1, \text{ donc } y = 2x + 1.$$

$$\text{Intersection avec } y = x^2 : x^2 = 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0.$$

$$\Delta = 4 + 4 = 8, \text{ donc } x = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}, \text{ soit } x \approx 2,41 \text{ ou } x \approx -0,41.$$

## Activités d'application

## Activité 1 • Loi de vitesse d'un axe motorisé (fonction affine)

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti :** fonction affine, isoler une grandeur **Lien référentiel :** cinématique, motorisation (S3.2.2)

Lors d'un démarrage à accélération constante, la vitesse suit la loi  $v = v_0 + at$ , où  $v_0$  est la vitesse initiale et  $a$  l'accélération. On donne  $v_0 = 2 \text{ m/s}$  et  $a = 3 \text{ m/s}^2$ .

- Calculer la vitesse  $v$  à l'instant  $t = 4 \text{ s}$ .
- À quel instant  $t$  la vitesse atteint-elle  $20 \text{ m/s}$  ? (isoler  $t$ )

**Corrigé**

- $v = 2 + 3 \times 4 = 14$  m/s.
- $20 = 2 + 3t \Rightarrow 3t = 18 \Rightarrow t = 6$  s.

**Activité 2 • Caractéristique d'un ressort (fonction linéaire)**

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : proportionnalité, fonction linéaire **Lien référentiel** : ressort, raideur (S5)

Dans sa zone de fonctionnement, l'effort d'un ressort est proportionnel à son allongement :  $F = kx$ , où  $k$  est la raideur. On donne  $k = 20$  N/mm.

- Calculer l'effort  $F$  pour un allongement  $x = 5$  mm.
- Pour un effort  $F = 200$  N, calculer l'allongement  $x$ . (isoler  $x$ )

**Corrigé**

- $F = 20 \times 5 = 100$  N.
- $x = \frac{F}{k} = \frac{200}{20} = 10$  mm.

**Activité 3 • Couple résistant d'un ventilateur (fonction carré)**

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : fonction carré, tableau de valeurs **Lien référentiel** : couple résistant quadratique (S3.1.2)

Le couple résistant d'un ventilateur croît avec le carré de la vitesse :  $C = k\omega^2$ , avec  $k = 0,002$  (unités SI),  $\omega$  en rad/s et  $C$  en N·m.

- Compléter le tableau de  $C$  pour  $\omega = 0, 50, 100, 150, 200$  rad/s.
- Si l'on double la vitesse, par combien le couple est-il multiplié ? Justifier par la forme de la fonction.

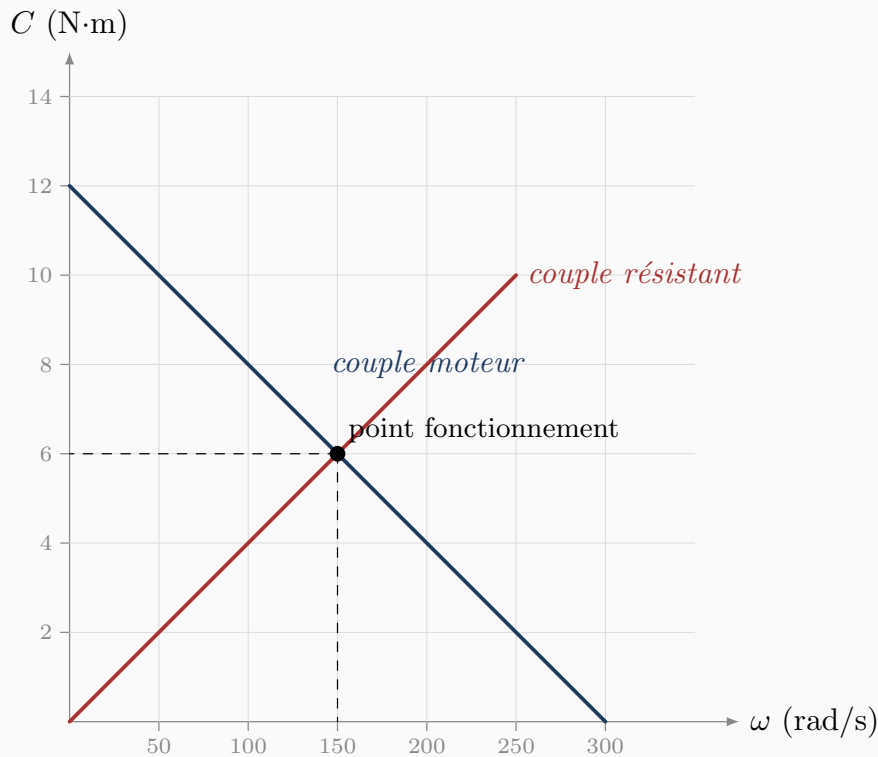
**Corrigé**

$\omega$ (rad/s)	0	50	100	150	200
$C$ (N·m)	0	5	20	45	80

Doubler  $\omega$  multiplie  $C$  par  $2^2 = 4$  (par exemple de 20 à 80 entre 100 et 200 rad/s) : c'est la signature de la fonction carré.

**Activité 4 • Point de fonctionnement d'une motorisation (lecture graphique)** MÉCANIQUE**Outil réinvesti** : lecture graphique, intersection de deux courbes **Lien référentiel** : caractéristique couple-vitesse (S3.1.2)

Le graphique ci-dessous donne, en fonction de la vitesse  $\omega$ , le couple fourni par le moteur et le couple résistant de la charge. Le point de fonctionnement est atteint là où les deux courbes se croisent.



1. Lire sur le graphique le couple disponible au démarrage ( $\omega = 0$ ).
2. Déterminer le point de fonctionnement : lire la vitesse et le couple au point d'intersection des deux courbes.

### Corrigé

1. Au démarrage ( $\omega = 0$ ), le couple moteur vaut  $12 \text{ N}\cdot\text{m}$ .
2. Les deux courbes se croisent à  $\omega = 150 \text{ rad/s}$  pour un couple  $C = 6 \text{ N}\cdot\text{m}$  : c'est le point de fonctionnement.

### Activité 5 • Caractéristique d'un conducteur ohmique (fonction linéaire) PHYSIQUE APPLIQUÉE

**Outil réinvesti :** proportionnalité, lecture de tableau    **Lien référentiel :** S11 — Électricité (tension, intensité)

On mesure la tension  $U$  aux bornes d'une résistance pour différentes intensités  $I$  :

$I$ (A)	0	1	2	3
$U$ (V)	0	5	10	15

1. Calculer le rapport  $U/I$  pour chaque mesure (sauf la première). Que constate-t-on ?
2. En déduire la valeur de la résistance  $R$  (la pente de la droite  $U = RI$ ).

### Corrigé

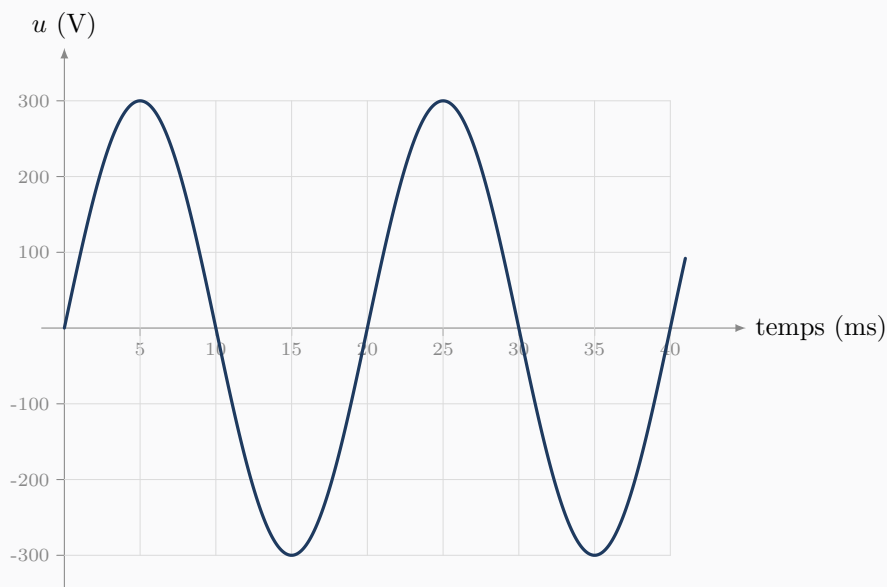
1.  $\frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{15}{3} = 5$  : le rapport est constant, donc  $U$  est proportionnelle à  $I$ .
2.  $R = 5 \Omega$  (le rapport constant est la pente de la droite).

## Activité 6 • Lecture d'un oscillogramme (signal sinusoïdal)

PHYSIQUE APPLIQUÉE

**Outil réinvesti** : lecture graphique, période et fréquence    **Lien référentiel** : S11 — Électricité (grandeurs alternatives)

L'oscillogramme ci-dessous représente une tension alternative en fonction du temps.



1. Lire l'amplitude (valeur de crête) de la tension.
2. Lire la durée d'un cycle complet (la période  $T$ ), puis calculer la fréquence  $f$  (rappel :  $f = 1/T$ ).

**Corrigé**

1. La courbe atteint +300 V et -300 V : l'amplitude (valeur de crête) est de 300 V.
2. Un cycle complet dure  $T = 20 \text{ ms} = 0,020 \text{ s}$ , donc  $f = \frac{1}{0,020} = 50 \text{ Hz}$ .

# Chapitre 6

## Semaine 6 : Dérivation

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPI, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

### Rappel mathématique

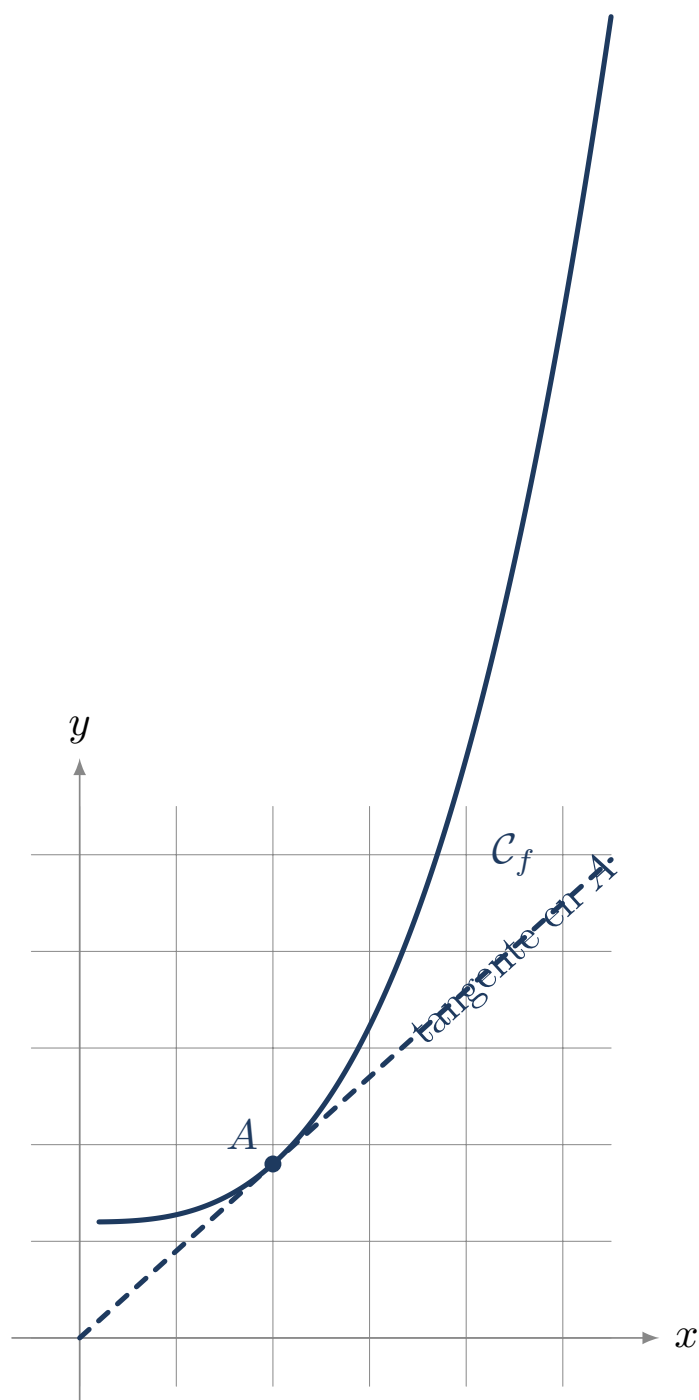
Cette semaine consolide la notion de dérivée d'une fonction et son interprétation comme taux de variation. La dérivation est l'outil de la première année de BTS pour étudier les variations, identifier les extremums et modéliser des grandeurs qui évoluent (vitesse, courant, débit).

### §1. Nombre dérivé et tangente

#### Définition – nombre dérivé

Le *nombre dérivé* d'une fonction  $f$  en un point d'abscisse  $a$ , noté  $f'(a)$ , est le **coefficient directeur de la tangente** à la courbe représentative de  $f$  au point  $(a; f(a))$ .

C'est aussi le *taux de variation instantané* de  $f$  en  $a$  : il indique à quelle vitesse  $f$  change autour de cette valeur.



## §2. Fonction dérivée

### Définition – fonction dérivée

La fonction dérivée de  $f$ , notée  $f'$ , associe à chaque  $x$  son nombre dérivé  $f'(x)$  (lorsqu'il existe).

## Propriété – dérivées usuelles

$f(x)$	$f'(x)$
$k$ (constante)	0
$x$	1
$x^2$	$2x$
$x^3$	$3x^2$
$x^n$	$n x^{n-1}$

Exemple – Si  $f(x) = x^5$ , alors  $f'(x) = 5x^4$ .

## §3. Règles de dérivation

## Propriété – opérations sur les dérivées

Pour deux fonctions  $u$  et  $v$  et un réel  $k$  :

$$(ku)' = k u', \quad (u + v)' = u' + v', \quad (u - v)' = u' - v'.$$

Ces règles permettent de dériver tous les *polynômes*.

Exemple – Si  $f(x) = 3x^2 - 5x + 4$ , alors  $f'(x) = 3 \times 2x - 5 \times 1 + 0 = 6x - 5$ .

Exemple – Si  $g(t) = t^2 + 3t$ , alors  $g'(t) = 2t + 3$ .

**Point de vigilance.** La dérivée d'une constante est nulle : pour  $f(x) = 4$ , on a  $f'(x) = 0$ , et non 4.

## §4. Interprétation : taux de variation

Méthode – interpréter  $f'$ 

La dérivée  $f'(a)$  donne le **taux de variation instantané** de  $f$  en  $a$ .

- Si  $f'(a) > 0$ ,  $f$  est croissante autour de  $a$ .
- Si  $f'(a) < 0$ ,  $f$  est décroissante autour de  $a$ .
- Si  $f'(a) = 0$ , la courbe a une tangente horizontale en  $a$  (souvent un *extremum*).

Exemple – La position d'un objet mobile est  $x(t)$ . Sa vitesse instantanée est  $v(t) = x'(t)$ .

Exemple – La charge d'un condensateur est  $q(t)$ . Le courant qui le traverse est  $i(t) = q'(t)$ .

## §5. Optimisation : trouver un extremum

## Méthode – rechercher un extremum

Pour trouver les valeurs de  $x$  où une fonction  $f$  admet un maximum ou un minimum :

1. On calcule  $f'(x)$ .
2. On résout  $f'(x) = 0$ .
3. On étudie le signe de  $f'(x)$  autour des solutions trouvées pour conclure (minimum ou maximum).

*Exemple - Soit  $C(x) = x^2 - 6x + 10$ . On a  $C'(x) = 2x - 6$ .  
 $C'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$ . Pour  $x < 3$ ,  $C'(x) < 0$  (décroissante) ; pour  $x > 3$ ,  $C'(x) > 0$  (croissante).  
 Donc  $C$  admet un minimum en  $x = 3$ , et  $C(3) = 9 - 18 + 10 = 1$ .*

### Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

#### Exercice 1

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

- $f(x) = x^2$
- $f(x) = x^3$
- $f(x) = x^4$

#### Corrigé

$$f'(x) = 2x ; \quad f'(x) = 3x^2 ; \quad f'(x) = 4x^3.$$

#### Exercice 2

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

- $f(x) = 5$
- $f(x) = 3x$
- $f(x) = 7x + 4$

#### Corrigé

$$f'(x) = 0 ; \quad f'(x) = 3 ; \quad f'(x) = 7.$$

#### Exercice 3

Soit  $f(x) = 3x^2 - 5x + 4$ . Calculer  $f'(x)$ , puis  $f'(2)$ .

#### Corrigé

$$f'(x) = 6x - 5.$$

$$f'(2) = 12 - 5 = 7.$$

#### Exercice 4

Soit  $g(t) = 2t^2 + 3t - 1$ . Calculer  $g'(t)$ , puis  $g'(0)$  et  $g'(5)$ .

#### Corrigé

$$g'(t) = 4t + 3.$$

$$g'(0) = 3 ; \quad g'(5) = 20 + 3 = 23.$$

#### Exercice 5

Pour la fonction  $f(x) = x^2$ , calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse  $x = 4$ .

**Corrigé**

$f'(x) = 2x$ , donc  $f'(4) = 8$ . C'est le coefficient directeur de la tangente.

**Exercice 6**

Soit  $f(x) = -x^2 + 4x$ . Calculer  $f'(x)$ , puis résoudre  $f'(x) = 0$ .

**Corrigé**

$$f'(x) = -2x + 4.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

**Exercice 7**

La position d'un objet mobile est donnée par  $x(t) = t^2 + 2t$ , avec  $t$  en secondes et  $x$  en mètres. Sa vitesse instantanée est  $v(t) = x'(t)$ .

- Calculer  $v(t)$ .
- Calculer la vitesse à  $t = 5$  s.

**Corrigé**

$$v(t) = 2t + 2.$$

$$v(5) = 10 + 2 = 12 \text{ m/s.}$$

**Exercice 8**

Soit  $C(x) = x^2 - 8x + 20$  une fonction de coût. Déterminer la valeur de  $x$  qui minimise  $C$ , et calculer le coût minimal.

**Corrigé**

$$C'(x) = 2x - 8.$$

$$C'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4.$$

Pour  $x < 4$ ,  $C'(x) < 0$  (décroissante) ; pour  $x > 4$ ,  $C'(x) > 0$  (croissante). Donc minimum en  $x = 4$ .

$$C(4) = 16 - 32 + 20 = 4.$$

\_\_\_\_\_ Pour aller plus loin \_\_\_\_\_

**Exercice 9**

Soit  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ . Calculer  $f'(x)$ , puis résoudre  $f'(x) = 0$ .

**Corrigé**

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2).$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 2.$$

**Exercice 10**

Soit  $f(x) = x^2$ . Écrire l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse  $x = 3$  (rappel : équation  $y = f'(a)(x - a) + f(a)$ ).

## Corrigé

$$f(3) = 9 ; f'(x) = 2x, \text{ donc } f'(3) = 6.$$

$$\text{Équation : } y = 6(x - 3) + 9 = 6x - 18 + 9 = 6x - 9.$$

## Exercice 11

La charge d'un condensateur (en coulombs) suit  $q(t) = 0,5t^2 + 2t$ . Calculer le courant  $i(t) = q'(t)$  qui le traverse, puis le courant à l'instant  $t = 4$  s.

## Corrigé

$$i(t) = t + 2.$$

$$i(4) = 4 + 2 = 6 \text{ A.}$$

## Exercice 12

Soit  $f(x) = 2x^2 - 12x + 5$ . Étudier le signe de  $f'(x)$  et en déduire les variations de  $f$ .

## Corrigé

$$f'(x) = 4x - 12.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3.$$

Pour  $x < 3$ ,  $f'(x) < 0$  donc  $f$  est décroissante.

Pour  $x > 3$ ,  $f'(x) > 0$  donc  $f$  est croissante.

$f$  admet un minimum en  $x = 3$  ;  $f(3) = 18 - 36 + 5 = -13$ .

## Activités d'application

## Activité 1 • De la position à l'accélération

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti :** dérivation d'un polynôme    **Lien référentiel :** cinématique d'un point (S3.2.2)

La position d'un chariot (en mètres) est donnée par  $x(t) = 0,5t^2 + 2t$ , avec  $t$  en secondes. On rappelle que la vitesse est la dérivée de la position ( $v = x'$ ) et l'accélération la dérivée de la vitesse ( $a = v'$ ).

- Déterminer l'expression de la vitesse  $v(t)$ , puis de l'accélération  $a(t)$ .
- En déduire la vitesse à l'instant  $t = 3$  s.

## Corrigé

$$1. v(t) = x'(t) = t + 2 ; \quad a(t) = v'(t) = 1 \text{ m/s}^2 \text{ (accélération constante).}$$

$$2. v(3) = 3 + 2 = 5 \text{ m/s.}$$

## Activité 2 • Nombre dérivé et tangente

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti :** nombre dérivé, coefficient directeur    **Lien référentiel :** lecture d'une courbe, pente

Soit la fonction  $f(x) = x^2$ . On rappelle que le nombre dérivé  $f'(a)$  est le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse  $a$ .

- Déterminer l'expression de la fonction dérivée  $f'(x)$ .
- Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse  $x = 3$ .

## Corrigé

1.  $f'(x) = 2x$ .
2.  $f'(3) = 2 \times 3 = 6$  : la tangente en  $x = 3$  a pour coefficient directeur 6.

## Activité 3 • Minimiser un coût (optimisation)

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : dérivation, signe de la dérivée, extremum    **Lien référentiel** : optimisation d'une conception (C10, C12)

Le coût d'usinage d'une série de pièces (en euros par pièce) est modélisé par  $C(x) = x^2 - 6x + 10$ , où  $x$  est un paramètre de réglage. On rappelle qu'un minimum est atteint là où la dérivée s'annule.

1. Calculer la dérivée  $C'(x)$ , puis résoudre  $C'(x) = 0$ .
2. En déduire le réglage  $x$  qui minimise le coût et la valeur de ce coût minimal.

## Corrigé

1.  $C'(x) = 2x - 6$  ;  $C'(x) = 0 \Rightarrow x = 3$ .
2. Pour  $x = 3$  :  $C(3) = 9 - 18 + 10 = 1$ . Le coût minimal est de 1 € par pièce.

## Activité 4 • Débit de remplissage d'un réservoir

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti** : dérivation, taux de variation    **Lien référentiel** : conception, fluides

Le volume d'eau dans un réservoir (en  $\text{m}^3$ ) évolue selon  $V(t) = t^2 + 3t$ , avec  $t$  en secondes. Le débit instantané est le taux de variation du volume, c'est-à-dire sa dérivée  $V'(t)$ .

1. Déterminer l'expression du débit  $V'(t)$ .
2. Calculer le débit à l'instant  $t = 4$  s.

## Corrigé

1.  $V'(t) = 2t + 3$  (en  $\text{m}^3/\text{s}$ ).
2.  $V'(4) = 2 \times 4 + 3 = 11 \text{ m}^3/\text{s}$ .

## Activité 5 • Vitesse d'un objet en chute

PHYSIQUE APPLIQUÉE

**Outil réinvesti** : dérivation d'un polynôme    **Lien référentiel** : S11 — cinématique (chute)

En première approximation, la distance parcourue par un objet en chute (en mètres) est  $x(t) = 5t^2$ , avec  $t$  en secondes. La vitesse est la dérivée de la position ( $v = x'$ ).

1. Déterminer l'expression de la vitesse  $v(t)$ .
2. Calculer la vitesse à l'instant  $t = 3$  s.

## Corrigé

1.  $v(t) = x'(t) = 10t$  (en  $\text{m/s}$ ).
2.  $v(3) = 10 \times 3 = 30 \text{ m/s}$ .

## Activité 6 • Vitesse de refroidissement

PHYSIQUE APPLIQUÉE

**Outil réinvesti** : dérivation d'une fonction affine, signe    **Lien référentiel** : S11 — thermique

La température d'une pièce qui refroidit (en  $^\circ\text{C}$ ) suit la loi  $T(t) = 80 - 5t$ , avec  $t$  en minutes.

La vitesse de refroidissement est le taux de variation de la température, c'est-à-dire  $T'(t)$ .

1. Calculer  $T'(t)$ .
2. Interpréter le signe et la valeur du résultat.

### Corrigé

1.  $T'(t) = -5 \text{ °C/min}$  (constant).
2. Le résultat est négatif : la température *diminue*. Sa valeur indique que la pièce perd  $5 \text{ °C}$  chaque minute.

# Chapitre 7

## Annexe : prise en main de la calculatrice

Cette annexe rassemble les gestes de calculatrice les plus utiles pour le parcours de consolidation. Elle s'appuie sur les deux modèles les plus répandus dans les lycées français : les Casio scientifiques (fx-92, Graph 25, Graph 35) et la Numworks. Les gestes décrits ici sont des acquis attendus du collège ou de la seconde, mais l'expérience montre qu'ils méritent d'être rappelés en début de BTS.

### §1 — Choisir l'unité d'angle (degré ou radian)

En consolidation, on travaille en **degrés** : un angle droit vaut  $90^\circ$ , et c'est dans cette unité que sont donnés tous les énoncés de ce cahier. Avant tout calcul de sinus, cosinus ou tangente, il faut vérifier que la calculatrice est bien réglée en mode degré.

#### Sur Casio (fx-92, Graph 25/35)

Taper **SHIFT** puis **SETUP** (ou **MENU** puis **SETUP** selon le modèle). Choisir **Angle Unit**, puis **Degré** (D). À l'écran, un petit D s'affiche en haut. Si l'on voit R (radian) ou G (grade), on n'est pas en degré.

#### Sur Numworks

Appuyer sur **Réglages**, puis **Forme des angles**, puis sélectionner **Degré**. L'indication apparaît en haut de l'écran principal.

#### Vérification

Taper  $\sin(30)$  et valider. Si le résultat est 0,5, on est bien en degré. Si l'on obtient  $-0,988$ , on est en radian : il faut basculer.

### §2 — La touche $\pi$

Toutes les calculatrices ont une touche dédiée pour  $\pi$ . **On ne saisit jamais 3,14 à la place** : on perd en précision pour rien, et c'est plus long à taper. La touche  $\pi$  donne la valeur la plus précise que la calculatrice connaît.

#### Sur Casio (fx-92, Graph 25/35)

La touche  $\pi$  est au-dessus de la touche **EXP** (ou  $\times 10^x$ ), accessible via **SHIFT**.

#### Sur Numworks

La touche  $\pi$  est directement accessible sur le clavier, sans **SHIFT**.

**Vérification**

Taper  $\pi$  et valider. On doit lire 3,14159... (et non 3,14).

**§3 — Puissances et racines**

Pour saisir une puissance, on utilise la touche  $x^y$  (notée parfois  $\wedge$ ). La racine carrée a sa propre touche  $\sqrt{\phantom{x}}$ .

**Sur Casio** (*fx-92, Graph 25/35*)

Pour  $2^{10}$  : taper 2, puis  $x^y$  (ou  $\wedge$ ), puis 10, puis =. Résultat : 1 024.  
 Pour  $\sqrt{50}$  : taper  $\sqrt{\phantom{x}}$ , puis 50, puis =.

**Sur Numworks**

Pour  $2^{10}$  : taper 2, puis  $\wedge$ , puis 10, puis EXE.  
 Pour  $\sqrt{50}$  : utiliser la touche  $\sqrt{\phantom{x}}$ , puis saisir le contenu.

**Attention au signe moins** : pour saisir un exposant négatif comme  $10^{-3}$ , on utilise la touche du *signe* négatif (souvent notée (-)), pas celle de la soustraction. Voir §4.

**§4 — Notation scientifique : la touche EXP**

Pour saisir un nombre en notation scientifique, comme  $3,14 \times 10^{-6}$ , on utilise la touche EXP (notée parfois EE ou  $\times 10^x$ ). Cette touche signifie « fois dix puissance », il ne faut donc **pas** taper  $\times 10$  avant.

**Sur Casio** (*fx-92, Graph 25/35*)

Pour saisir  $3,14 \times 10^{-6}$  : taper 3.14, puis EXP, puis (-), puis 6.  
 La séquence 3.14  $\times$  10 EXP -6 est *fausse* : elle donne  $3,14 \times 10 \times 10^{-6} = 3,14 \times 10^{-5}$ .

**Sur Numworks**

Numworks utilise plutôt la notation naturelle. Pour saisir  $3,14 \times 10^{-6}$ , on peut soit taper la formule en clair (3.14\*10^(-6)), soit utiliser la touche  $\times 10^n$  dédiée.

**Vérification**

Taper  $10^{-3}$ . On doit obtenir 0,001 (et non -1000, qui serait le résultat d'une mauvaise saisie du signe).

**§5 — Lire un résultat en notation scientifique**

Quand un résultat est très grand ou très petit, la calculatrice l'affiche en notation scientifique. Par exemple,  $3,14 \times 10^{-6}$  peut s'afficher 3.14E-06 ou  $3.14 \times 10^{-6}$  selon le modèle.

**Sur Casio** (*fx-92, Graph 25/35*)

L'affichage par défaut est 3.14E-06. Le E signifie «  $\times 10^{\dots}$  ». On peut basculer entre Norm (notation normale) et Sci (notation scientifique systématique) dans SETUP.

**Sur Numworks**

L'affichage utilise directement la notation  $3,14 \cdot 10^{-6}$ , plus lisible. Pas de risque de confusion avec une variable E.

Dans une copie ou un compte-rendu, on retranscrit toujours en notation mathématique propre :  $3,14 \times 10^{-6}$ , jamais 3.14E-06.

**§6 — Forme exacte ou valeur décimale**

Les calculatrices récentes affichent par défaut les résultats sous **forme exacte** : un résultat avec  $\pi$ , une fraction non simplifiée, ou une racine carrée restent tels quels. Pour obtenir la valeur décimale approchée, on utilise la touche **S↔D** (Standard ↔ Décimal).

**Sur Casio** (fx-92, Graph 25/35)

Calculer  $400 \times \pi$  donne  $400\pi$  à l'écran. Appuyer sur **S↔D** pour obtenir 1 256,637...

**Sur Numworks**

Le résultat exact et la valeur approchée s'affichent souvent ensemble. On peut basculer entre les deux formes avec la touche dédiée.

**Quel format choisir ?** La forme exacte est précieuse pour comparer deux résultats ou pour les calculs en chaîne (pas d'arrondi cumulé). La valeur décimale est nécessaire pour interpréter physiquement un résultat (« la vitesse vaut environ 125,7 m/min »).

**§7 — Calculs en chaîne : la touche Ans**

Quand on enchaîne plusieurs calculs en réutilisant le résultat précédent, on **ne retape pas** le nombre à la main : on utilise la touche **Ans** (Answer), qui rappelle automatiquement le dernier résultat. Cela évite les erreurs de saisie et les arrondis.

**Sur Casio** (fx-92, Graph 25/35)

Après un calcul, taper directement +, -,  $\times$  ou  $\div$  : la calculatrice insère **Ans** automatiquement. On peut aussi insérer **Ans** explicitement avec **SHIFT** puis **Ans**.

**Sur Numworks**

La touche **Ans** est directement accessible. Le résultat précédent est mémorisé après chaque **EXE**.

**Exemple.** Calculer  $V = \pi \times 10^2 \times 100$ , puis en déduire la masse  $m = 7,85 \times V \times 10^{-3}$  (en grammes). Plutôt que de noter le résultat de  $V$  et le retaper, on enchaîne avec  $\times 7.85 \times 10^{(-3)}$ .

**§8 — Trigonométrie inverse**

Pour retrouver un angle à partir de son sinus, son cosinus ou sa tangente, on utilise les fonctions inverses  $\sin^{-1}$ ,  $\cos^{-1}$ ,  $\tan^{-1}$  (souvent notées **ASIN**, **ACOS**, **ATAN**).

**Sur Casio** (fx-92, Graph 25/35)

Pour obtenir l'angle dont la tangente vaut 0,75 : taper **SHIFT**, puis **tan**, puis 0.75, puis =. En mode degré, on obtient  $36,87^\circ$ .

**Sur Numworks**

Les fonctions inverses sont accessibles via **shift** puis la fonction trigonométrique correspondante. Le résultat est dans l'unité d'angle active (degré ou radian).

**Très important** : l'unité du résultat dépend du mode actif. Si la calculatrice est en degré,  $\tan^{-1}(0,75) \approx 36,87^\circ$ . Si elle est en radian, le même calcul donne 0,6435 rad. Toujours vérifier le mode avant un calcul de trigonométrie inverse (voir §1).

**Vérification**

En mode degré :  $\tan^{-1}(1)$  doit donner  $45^\circ$ . Si l'on obtient 0,785..., on est en radian.