Lycée Jean-Baptiste de Baudre
Agen

Parcours de consolidation en mathématiques

Six semaines pour bien démarrer en BTS

Spécialité CPI — Conception des Produits Industriels

Version étudiant
(énoncés et espaces de réponse)

De la rentrée aux vacances de la Toussaint

Sommaire

Chapitre 1

Semaine 1 : Calcul, formules et unités

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPI, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

Rappel mathématique

Cette première semaine consolide les gestes de calcul élémentaires : manipuler les fractions, manier les puissances et la notation scientifique, convertir des unités sans se tromper, isoler une grandeur dans une formule. Ces gestes seront réinvestis dans toutes les semaines suivantes.

§1. Calcul sur les fractions

Définition – fraction

Une fraction $\dfrac{a}{b}$ représente le partage de a par b (avec $b \neq 0$). Le nombre a est le *numérateur*, b est le *dénominateur*.

Propriété – simplifier

Si l'on multiplie (ou divise) numérateur et dénominateur par un même nombre non nul, la fraction ne change pas de valeur :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}, \quad k \neq 0.$$

Exemple – $\dfrac{12}{18} = \dfrac{12 \div 6}{18 \div 6} = \dfrac{2}{3}$.

Propriété – additionner ou soustraire

Pour ajouter (ou retrancher) deux fractions, on les met au **même dénominateur**, puis on additionne (ou retranche) les numérateurs :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a\,d}{b\,d} + \frac{c\,b}{d\,b} = \frac{a\,d + c\,b}{b\,d}.$$

Exemple – $\dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{2 \times 4}{12} + \dfrac{1 \times 3}{12} = \dfrac{8+3}{12} = \dfrac{11}{12}$.

Propriété – multiplier ou diviser

Pour multiplier deux fractions, on multiplie numérateurs entre eux et dénominateurs entre eux :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

Pour diviser par une fraction, on multiplie par son inverse :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

Exemple – $\frac{3}{5} \times \frac{10}{9} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$. $\frac{5}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8}$.

Point de vigilance. On additionne avec un dénominateur commun, mais on multiplie *sans* le faire. Confondre les deux est l'erreur la plus fréquente.

§2. Puissances et notation scientifique

Définition – puissance d'un nombre

Pour un entier $n \geq 1$, $a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ fois}}$. On pose $a^0 = 1$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Propriété – règles de calcul

Pour tous nombres a, b non nuls et entiers m, n :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \quad (a^m)^n = a^{m\,n}, \quad (a \times b)^n = a^n \times b^n.$$

Exemple – $10^3 \times 10^{-5} = 10^{3+(-5)} = 10^{-2}$; $(10^{-3})^2 = 10^{-6}$.

Définition – notation scientifique

Un nombre est en notation scientifique s'il s'écrit $a \times 10^n$, avec $1 \leq |a| < 10$ et n entier relatif.

Exemple – $3\,200 = 3{,}2 \times 10^3$; $0{,}000\,034 = 3{,}4 \times 10^{-5}$.

À la calculatrice. Voir l'*Annexe : prise en main de la calculatrice*, §4 (saisie d'une notation scientifique) et §5 (lecture d'un résultat).

§3. Conversions d'unités

Les **préfixes du Système international** permettent d'exprimer une grandeur en multipliant l'unité de base par une puissance de 10 :

Préfixe	Symbole	Facteur	Préfixe	Symbole	Facteur
giga	G	10^9	milli	m	10^{-3}
méga	M	10^6	micro	µ	10^{-6}
kilo	k	10^3	nano	n	10^{-9}

Exemple – $3{,}3\ V = 3{,}3 \times 10^3\ mV = 3\,300\ mV$; $20\ \mu s = 20 \times 10^{-6}\ s = 2 \times 10^{-5}\ s$.

Méthode – conversion d'une aire ou d'un volume

Pour convertir une aire ou un volume entre deux unités, on convertit d'abord la dimension linéaire correspondante, puis on l'élève à la puissance appropriée.
Aire : 1 mm $= 10^{-3}$ m, donc 1 mm$^2 = (10^{-3})^2$ m$^2 = 10^{-6}$ m^2.
Volume : 1 mm $= 10^{-1}$ cm, donc 1 mm$^3 = (10^{-1})^3$ cm$^3 = 10^{-3}$ cm^3.

Point de vigilance. L'erreur classique est de croire que 1 mm$^2 = 10^{-3}$ m^2 (faux : l'exposant doit aussi être au carré).

§4. Isoler une grandeur dans une formule

Dans un calcul métier, on n'utilise pas toujours une formule dans le sens où elle est écrite. Si l'on connaît certaines grandeurs et que l'on cherche celle qui reste, il faut *isoler* cette grandeur.

Méthode – isoler une grandeur

On effectue les opérations inverses, dans l'ordre inverse, sur les deux membres de l'égalité, jusqu'à ce que la grandeur cherchée soit seule.

- Pour annuler une addition, on soustrait ; pour annuler une soustraction, on additionne.
- Pour annuler une multiplication, on divise ; pour annuler une division, on multiplie.
- Pour annuler un carré (sur un nombre positif), on prend la racine carrée.

Exemple – Isoler I dans $U = R \times I$. On divise les deux membres par R : $\dfrac{U}{R} = I$, soit $I = \dfrac{U}{R}$.

Exemple – Isoler h dans $V = L \times \ell \times h$. On divise par $L \times \ell$: $h = \dfrac{V}{L \times \ell}$.

Exemple – Isoler r dans $S = \pi r^2$. On divise par π : $\dfrac{S}{\pi} = r^2$. Puis on prend la racine carrée : $r = \sqrt{\dfrac{S}{\pi}}$.

Exercices classiques

Ces exercices courts exercent les gestes mathématiques vus dans le rappel, sans contexte métier. Les corrigés détaillés sont visibles dans la version professeur. Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Simplifier les fractions suivantes au maximum.

$$\frac{12}{18}, \qquad \frac{15}{25}, \qquad \frac{42}{56}.$$

Réponse :

Exercice 2

Calculer en réduisant au même dénominateur :

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\,, \qquad \frac{5}{6} - \frac{1}{2}\,.$$

Réponse :

Exercice 3

Calculer (puis simplifier) :

$$\frac{3}{5} \times \frac{10}{9}\,, \qquad \frac{5}{4} \div \frac{2}{3}\,.$$

Réponse :

Exercice 4

Calculer sans calculatrice :

$$2^5\,, \qquad 10^{-2}\,, \qquad (-3)^2\,, \qquad 5^0\,.$$

Réponse :

Exercice 5

Écrire en notation scientifique :

$$0{,}000\,034\,, \qquad 5\,200\,000\,, \qquad 12{,}5\,.$$

Réponse :

Exercice 6

Effectuer les conversions de longueur ou de durée :

- 250 mm en m ;
- 0,04 km en m ;
- 1,5 h en s.

Réponse :

Exercice 7

Convertir 400 mm^2 en cm^2 puis en m^2, en passant explicitement par la dimension linéaire.

Réponse :

Exercice 8

Dans chacune des relations suivantes, isoler la grandeur indiquée.

- Dans $y = 3x + 2$, exprimer x en fonction de y.
- Dans $v = \dfrac{d}{t}$, exprimer d, puis t.
- Dans $P = U \times I$, exprimer I.

Réponse :

Pour aller plus loin

Exercice 9

Calculer :

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{1}{2}.$$

Réponse :

Exercice 10

Simplifier l'expression à l'aide des règles de calcul sur les puissances :

$$\frac{10^5 \times 10^{-2}}{10^4}.$$

Réponse :

Exercice 11

Convertir 2 500 mm^3 en cm^3, puis en litres (1 L = 10^3 cm^3).

Réponse :

Exercice 12

Isoler h dans la formule du volume d'un cylindre $V = \pi r^2 h$, puis isoler r dans la même formule.

Réponse :

Activités d'application

Activité 1 • Aire d'une section carrée MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *calcul numérique, conversion $mm^2 \to m^2$* ***Lien référentiel :*** *lecture de plan, sections de pièces*

1. Donner la formule de l'aire S d'un carré de côté a.
2. Une pièce a une section carrée de côté $a = 20$ mm. Calculer son aire S en mm^2.
3. Exprimer 1 mm en mètres sous la forme d'une puissance de 10, puis en déduire à quoi est égal 1 mm^2 en m^2.
4. En déduire l'aire S de la pièce, exprimée en m^2.

Réponse :

Activité 2 • Contrainte dans une pièce — MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *application d'une formule, comparaison* ***Lien référentiel :*** *RDM, condition de résistance*

Une pièce de section $S = 50\ \text{mm}^2$ subit un effort de traction $F = 5\,000$ N. La contrainte vaut $\sigma = \dfrac{F}{S}$.

1. Calculer σ (le résultat est en N/mm^2, c'est-à-dire en MPa).
2. La pièce résiste si σ reste inférieure à 150 MPa. Est-ce le cas ?

Réponse :

Activité 3 • Puissance d'un moteur — MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *application d'une formule, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :*** *chaîne d'énergie, motorisation*

La puissance d'un moteur en rotation est $P = C \times \omega$, avec C le couple (en N·m) et ω la vitesse (en rad/s).

1. Pour $C = 8\ \text{N} \cdot \text{m}$ et $\omega = 150\ \text{rad/s}$, calculer la puissance P.
2. On veut une puissance $P = 1\,200$ W avec le même couple. Quelle vitesse ω faut-il ? (isoler ω)

Réponse :

Activité 4 • Rendement d'un réducteur — MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *pourcentage, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :*** *chaîne d'énergie, rendement*

Le rendement d'un réducteur est $\eta = \dfrac{P_u}{P_a}$ (P_u puissance utile, P_a puissance absorbée). Un réducteur reçoit $P_a = 1\,000$ W et restitue $P_u = 900$ W.

1. Calculer η et l'exprimer en pourcentage.
2. Pour le même rendement, quelle puissance P_a faut-il fournir pour obtenir $P_u = 450$ W ? (isoler P_a)

Réponse :

Activité 5 • Puissance électrique d'un récepteur PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *application d'une formule, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :*** *S11 — Électricité (puissance et énergie)*

La puissance électrique d'un récepteur en courant continu est $P = U \times I$, avec U la tension (en volts) et I l'intensité (en ampères).

1. Un moteur est alimenté sous $U = 24$ V avec un courant $I = 5$ A. Calculer sa puissance électrique P.
2. On veut limiter la puissance à $P = 96$ W sous la même tension. Quelle intensité ne faut-il pas dépasser ? (isoler I)

Réponse :

Activité 6 • Pression au fond d'un réservoir PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *application d'une formule, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :*** *S11 — Statique des fluides*

Le principe fondamental de l'hydrostatique donne la différence de pression $\Delta P = \rho \times g \times h$, avec ρ la masse volumique du fluide, g l'intensité de la pesanteur et h la profondeur. Pour l'eau : $\rho = 1\,000$ kg/m^3 et $g \approx 10$ N/kg.

1. Calculer la différence de pression ΔP à une profondeur $h = 3$ m (résultat en pascals).
2. À quelle profondeur h la différence de pression atteint-elle $50\,000$ Pa ? (isoler h)

Réponse :

Chapitre 2

Semaine 2 : Proportionnalité et géométrie de base

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPI, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

Rappel mathématique

Cette deuxième semaine consolide les outils qui interviennent dans presque tous les calculs métier : reconnaître une situation de proportionnalité et l'exploiter, manier les pourcentages dans les deux sens, lire une échelle, et appliquer correctement les formules d'aires et de volumes usuels.

§1. Proportionnalité

Définition – deux grandeurs proportionnelles

Deux grandeurs x et y sont *proportionnelles* si le rapport $\frac{y}{x}$ est constant. Ce rapport est appelé **coefficient de proportionnalité**, noté k : $y = k \times x$.

Exemple – Le prix à payer pour de l'essence est proportionnel au volume servi : si 20 *L coûtent* 34 *€, alors* $k = \frac{34}{20} = 1{,}70$ *€/L.*

Propriété – produit en croix

Si quatre nombres a, b, c, d (avec b et d non nuls) vérifient $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $a \times d = b \times c$. On peut isoler n'importe laquelle des quatre grandeurs si l'on connaît les trois autres.

Exemple – Si $\frac{a}{3} = \frac{20}{12}$*, alors* $a \times 12 = 3 \times 20$*, soit* $a = \frac{60}{12} = 5$.

Point de vigilance. Avant d'appliquer le produit en croix, il faut s'assurer que la situation est bien proportionnelle. Par exemple, l'âge et la taille d'un enfant ne le sont pas.

§2. Pourcentages

Définition – pourcentage

Un pourcentage $p\,\%$ représente la fraction $\dfrac{p}{100}$. Calculer $p\,\%$ d'une quantité Q, c'est calculer $\dfrac{p}{100} \times Q$.

Exemple – *30 % de 250 € vaut* $\dfrac{30}{100} \times 250 = 75$ *€.*

Méthode – augmentation et diminution

Augmenter une quantité de $p\,\%$ revient à la multiplier par $\left(1 + \dfrac{p}{100}\right)$.
Diminuer une quantité de $p\,\%$ revient à la multiplier par $\left(1 - \dfrac{p}{100}\right)$.

Exemple – *Un prix de 80 € subit une hausse de 15 % : nouveau prix* $= 80 \times 1{,}15 = 92$ *€.*
Une remise de 20 % sur 80 € : prix soldé $= 80 \times 0{,}80 = 64$ *€.*

Point de vigilance. Une hausse de 20 % suivie d'une baisse de 20 % ne ramène pas au prix initial : $100 \times 1{,}20 \times 0{,}80 = 96$, pas 100.

§3. Échelles

Définition – échelle

Sur un plan ou une carte, l'*échelle* est le rapport entre une longueur sur le plan et la longueur réelle correspondante, exprimées dans la même unité :

$$\text{échelle} = \frac{\text{longueur sur le plan}}{\text{longueur réelle}}.$$

Une échelle s'écrit souvent sous la forme $1 : n$ (un sur n). Avec une échelle $1 : 50$, 1 cm sur le plan représente 50 cm en réalité ; ou encore, 1 mm sur le plan représente 50 mm.

Exemple – *Sur un plan à l'échelle* $1 : 100$*, un mur mesure 4 cm. Sa longueur réelle est* $4 \times 100 = 400$ *cm* $= 4$ *m.*

§4. Aires usuelles

Propriété – formules d'aires

Rectangle de longueur L et largeur ℓ : $S = L \times \ell$.
Triangle de base b et hauteur h : $S = \dfrac{b \times h}{2}$.
Disque de rayon r : $S = \pi r^2$. Circonférence (périmètre) : $\mathcal{P} = 2\pi r$.

Exemple – *Disque de rayon* $r = 5$ *cm :* $S = \pi \times 5^2 = 25\pi \approx 78{,}5$ *cm*^{2}.

Conversions d'aires. Pour passer d'une unité d'aire à une autre, on convertit la dimension linéaire correspondante et on élève au carré (voir semaine 1, §3).

§5. Volumes usuels

Propriété – formules de volumes

Parallélépipède rectangle de longueur L, largeur ℓ, hauteur h : $V = L \times \ell \times h$.
Cylindre de rayon r et hauteur h : $V = \pi r^2 h$.
Sphère de rayon r : $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$.

Exemple – Cylindre de rayon $r = 2$ *cm et hauteur* $h = 10$ *cm :* $V = \pi \times 2^2 \times 10 = 40\pi \approx 125{,}7$ *cm*^{3}.

Conversions de volumes. Pour passer d'une unité de volume à une autre, on convertit la dimension linéaire et on élève au cube (voir semaine 1, §3).

Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Quatre stylos coûtent 6 €. En supposant la proportionnalité, calculer le prix de 10 stylos, puis combien on peut en acheter avec 21 €.

Réponse :

Exercice 2

Une voiture parcourt 180 km en 2 h à vitesse constante. Calculer la distance parcourue en 3 h 30 min (avec produit en croix).

Réponse :

Exercice 3

Calculer mentalement (ou en posant le calcul) :
- 25 % de 200 € ;
- 10 % de 45 kg ;
- 75 % de 80 m.

Réponse :

Exercice 4

Un article coûte 120 €. Calculer son nouveau prix après :

- une augmentation de 15 % ;
- une remise de 30 %.

Réponse :

Exercice 5

Sur un plan à l'échelle 1 : 50, une pièce mesure 8 cm de long et 6 cm de large. Calculer ses dimensions réelles, en mètres.

Réponse :

Exercice 6

Calculer l'aire des figures suivantes.

- Rectangle de longueur 12 cm et largeur 5 cm.
- Triangle de base 8 cm et hauteur 6 cm.
- Disque de rayon 4 cm (valeur exacte, puis approchée au dixième).

Réponse :

Exercice 7

Calculer le volume des solides suivants.

- Parallélépipède rectangle de dimensions 10 cm $\times$ 6 cm $\times$ 4 cm.
- Cylindre de rayon 3 cm et hauteur 10 cm (valeur exacte puis approchée).

Réponse :

Exercice 8

Un disque de rayon r a une aire de $S = 100\,\pi$ cm^2. Calculer la valeur de r.

Réponse :

Pour aller plus loin

Exercice 9

Le prix d'un produit augmente de 20 %, puis baisse de 20 %. Le prix de départ étant de 100 €, calculer le prix final. Que constate-t-on ?

Réponse :

Exercice 10

Sur un plan à l'échelle 1 : 200, on mesure 35 mm entre deux points. Quelle est la distance réelle correspondante, en mètres ?

Réponse :

Exercice 11

Un cylindre a une hauteur $h = 20$ cm et un volume $V = 500\,\pi$ cm^3. Calculer son rayon r.

Réponse :

Exercice 12

Un terrain rectangulaire mesure 30 m de long et 20 m de large.

- Calculer son aire en mètres carrés.
- Sur un plan à l'échelle 1 : 500, quelles sont les dimensions du terrain sur le plan, en centimètres ?

Réponse :

Activités d'application

Activité 1 • Une relation de proportionnalité (contrainte–déformation) MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *proportionnalité, application de formule, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :*** *RDM, relation contrainte-déformation (S3.2.6)*

On donne la relation $\sigma = E \times \varepsilon$, où σ est la contrainte (en MPa), E le module du matériau (en MPa) et ε la déformation (sans unité). Dans le domaine élastique, contrainte et déformation sont proportionnelles.

1. Pour un acier de module $E = 200\,000$ MPa et une déformation $\varepsilon = 0{,}001$, calculer la contrainte σ (en MPa).
2. Pour une contrainte $\sigma = 150$ MPa dans le même acier, calculer la déformation ε. (isoler ε)

Réponse :

Activité 2 • Aire d'une section circulaire MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *formule d'aire, calcul numérique* ***Lien référentiel :*** *lecture de plan, sections d'arbres*

Beaucoup de pièces (arbres, axes) ont une section circulaire. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $S = \pi r^2$.

1. Un arbre a un diamètre de 40 mm. Donner son rayon, puis calculer l'aire de sa section (en mm^2).
2. Un autre arbre a un rayon $r = 10$ mm. Calculer l'aire de sa section.

Réponse :

Activité 3 • Volume et masse d'une pièce cylindrique MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *volume d'un cylindre, conversion* $mm^3 \to cm^3$*, masse volumique* ***Lien référentiel :*** *géométrie d'une pièce, devis matière*

On rappelle que le volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h vaut $V = \pi\, r^2\, h$. La masse d'une pièce se calcule à partir de la masse volumique du matériau : $m = \rho \times V$. Pour l'acier, on prendra $\rho = 7{,}85$ g/cm^3.
Une pièce cylindrique en acier a un rayon $r = 10$ mm et une hauteur $h = 100$ mm.

1. Calculer le volume V de la pièce, en mm^3 (on donnera la valeur approchée à l'unité).
2. Exprimer 1 mm en centimètres sous la forme d'une puissance de 10, puis en déduire à quoi est égal 1 mm^3 en cm^3.
3. En déduire le volume V de la pièce, exprimé en cm^3.
4. Calculer la masse m de la pièce, en grammes.

Réponse :

Activité 4 • Moment quadratique d'une poutre rectangulaire MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *application d'une formule, puissances* ***Lien référentiel :*** *RDM, moments quadratiques (S3.2.6)*

La rigidité en flexion d'une poutre dépend du moment quadratique I de sa section. On donne la formule pour une section rectangulaire de base b et de hauteur h : $I = \dfrac{b\, h^3}{12}$ (la hauteur h étant la dimension dans le sens de la flexion).

1. Pour $b = 30$ mm et $h = 20$ mm, calculer I (en mm^4).
2. On garde la même base $b = 30$ mm mais on double la hauteur : $h = 40$ mm. Calculer le nouveau I, puis dire par combien il a été multiplié.

Réponse :

Activité 5 • Lecture d'un plan à l'échelle — MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *proportionnalité, échelle* ***Lien référentiel :*** *lecture de mise en plan (S2.4)*

Un dessin de définition est tracé à l'échelle **1:2** : une longueur sur le dessin représente une longueur deux fois plus grande en réalité.

1. Écrire la relation entre une longueur réelle et la longueur correspondante sur le dessin.
2. Une longueur mesurée de 75 mm sur le plan correspond à quelle longueur réelle ?
3. Une pièce mesure réellement 240 mm. Quelle est sa longueur sur le plan ?

Réponse :

Activité 6 • Identifier un matériau par sa masse volumique — PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *proportionnalité, application de formule, comparaison* ***Lien référentiel :*** *S11 — Matière et matériaux (masse volumique)*

La masse volumique relie la masse m d'un échantillon à son volume V.

1. Écrire la relation entre la masse volumique ρ, la masse m et le volume V.
2. Un échantillon a une masse $m = 270$ g pour un volume $V = 100$ cm^3. Calculer sa masse volumique (en g/cm^3).
3. Sachant que l'aluminium a une masse volumique de 2,7 g/cm^3, de quel matériau s'agit-il probablement ?

Réponse :

Activité 7 • Loi d'Ohm dans un circuit — PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *proportionnalité, application de formule, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :*** *S11 — Électricité (tension, intensité)*

Dans un conducteur ohmique, la tension U à ses bornes est proportionnelle à l'intensité I qui le traverse : c'est la loi d'Ohm, où R est la résistance (en ohms, Ω).

1. Écrire la loi d'Ohm reliant U, R et I.
2. Pour une résistance $R = 220\ \Omega$ traversée par un courant $I = 0{,}5$ A, calculer la tension U.
3. On applique une tension $U = 24$ V aux bornes d'une résistance $R = 12\ \Omega$. Calculer l'intensité I. (isoler I)

Réponse :

Chapitre 3

Semaine 3 : Trigonométrie

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPI, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

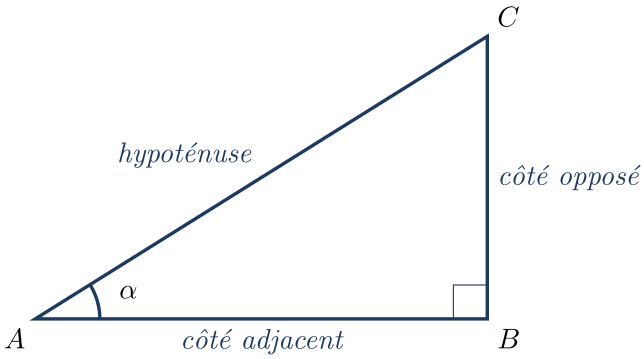
Rappel mathématique

Cette semaine consolide les outils de la trigonométrie du triangle rectangle : théorème de Pythagore, et relations entre les côtés et les angles via sinus, cosinus et tangente. Ces outils sont mobilisés dès qu'on travaille sur une géométrie inclinée, une force décomposée, ou un signal périodique.

§1. Triangle rectangle : vocabulaire

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit est appelé **hypoténuse** ; c'est toujours le côté le plus long. Les deux autres côtés forment les *côtés de l'angle droit*. Pour un angle aigu α donné du triangle, on distingue :

- le **côté opposé** à α : le côté qui ne touche pas α ;
- le **côté adjacent** à α : le côté de l'angle droit qui touche α.



§2. Théorème de Pythagore

Propriété – théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés :

$$(\text{hypoténuse})^2 = (\text{côté } 1)^2 + (\text{côté } 2)^2 .$$

Exemple – Pour un triangle rectangle de côtés $a = 3$, $b = 4$ *: l'hypoténuse vaut* $c = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$.

Réciproque utile. Si l'on connaît l'hypoténuse c et un côté a, on isole l'autre côté : $b = \sqrt{c^2 - a^2}$.

§3. Sinus, cosinus, tangente

Définition – rapports trigonométriques

Pour un angle aigu α d'un triangle rectangle :

$$\sin\alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}, \quad \cos\alpha = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}, \quad \tan\alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}.$$

Moyen mnémotechnique : SOH-CAH-TOA. *Sinus = Opposé / Hypoténuse, Cosinus = Adjacent / Hypoténuse, Tangente = Opposé / Adjacent.*

Exemple – Dans un triangle rectangle avec $\alpha = 30°$, $\sin 30° = 0{,}5$. *Si l'hypoténuse vaut* 10 *cm, le côté opposé vaut* $10 \times 0{,}5 = 5$ *cm.*

§4. Valeurs particulières

Propriété – angles remarquables

Angle α	$30°$	$45°$	$60°$
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

On retient au minimum $\sin 30° = 0{,}5$ et $\cos 60° = 0{,}5$: les autres se retrouvent à la calculatrice.

À la calculatrice. Avant tout calcul de sinus, cosinus ou tangente, vérifier que la calculatrice est bien en mode **degré** (voir l'*Annexe : prise en main de la calculatrice*, §1).

§5. Trouver un angle à partir d'un rapport

Méthode – retrouver un angle (trigonométrie inverse)

Si l'on connaît la valeur d'un rapport trigonométrique et qu'on cherche l'angle correspondant, on utilise les fonctions *inverses* :

$$\alpha = \sin^{-1}(\dots) \quad \text{ou} \quad \alpha = \cos^{-1}(\dots) \quad \text{ou} \quad \alpha = \tan^{-1}(\dots).$$

On les note aussi arcsin, arccos, arctan. La calculatrice y accède par `SHIFT` puis la touche correspondante.

Exemple – Si $\tan\alpha = 0{,}75$, *alors* $\alpha = \tan^{-1}(0{,}75) \approx 36{,}87°$.

Point de vigilance. L'unité du résultat dépend du mode actif. En mode degré, $\tan^{-1}(1) = 45°$; en mode radian, $\tan^{-1}(1) \approx 0{,}785\,4$. **Toujours vérifier le mode** (voir Annexe Calculatrice §8).

Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Un triangle rectangle a des côtés de l'angle droit $a = 6$ cm et $b = 8$ cm. Calculer la longueur de l'hypoténuse.

Réponse :

Exercice 2

Un triangle rectangle a une hypoténuse $c = 13$ cm et un côté $a = 5$ cm. Calculer la longueur du second côté.

Réponse :

Exercice 3

Calculer (à la calculatrice, en mode degré) :

$$\sin 30^\circ\,, \quad \cos 60^\circ\,, \quad \tan 45^\circ\,, \quad \sin 90^\circ\,.$$

Réponse :

Exercice 4

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure 10 cm et l'un des angles aigus vaut $\alpha = 30^\circ$. Calculer la longueur du côté opposé à α.

Réponse :

Exercice 5

Dans un triangle rectangle, le côté adjacent à $\alpha = 40°$ mesure 8 cm. Calculer la longueur de l'hypoténuse (résultat arrondi au dixième).

Réponse :

Exercice 6

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à α mesure 7 cm et le côté adjacent mesure 24 cm. Calculer l'angle α (résultat arrondi au degré).

Réponse :

Exercice 7

Un triangle rectangle a une hypoténuse de 15 cm et un côté opposé à un angle α de 9 cm. Calculer l'angle α (résultat arrondi au degré).

Réponse :

Exercice 8

Vérifier sur sa calculatrice qu'on est bien en mode degré, en calculant $\sin 90°$. Quel résultat doit-on obtenir ? Et si le mode est radian, que donne le calcul ?

Réponse :

Pour aller plus loin

Exercice 9

Un triangle rectangle a une hypoténuse de longueur c. Démontrer, à partir des définitions, que pour tout angle aigu α de ce triangle on a $(\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$.

Réponse :

Exercice 10

Une échelle est appuyée contre un mur. Elle mesure 5 m et fait un angle de 70° avec le sol. Calculer la hauteur atteinte sur le mur (résultat arrondi au centimètre).

Réponse :

Exercice 11

Un triangle rectangle a pour côtés 1, $\sqrt{3}$, 2. Identifier l'hypoténuse, puis calculer les trois angles (aidé du tableau des valeurs particulières).

Réponse :

Exercice 12

Dans un triangle rectangle, on connaît $\sin\alpha = 0{,}28$. Calculer α (au degré près), puis $\cos\alpha$ et $\tan\alpha$ (à 10^{-2} près).

Réponse :

Activités d'application

Activité 1 • Projeter une force sur deux axes MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *cosinus, sinus, projection* ***Lien référentiel :*** *statique, modélisation des actions mécaniques (S3.2.4)*

Pour écrire l'équilibre d'une pièce, on remplace une force inclinée par ses deux composantes. On donne : la composante horizontale est $F_x = F\cos\alpha$ et la composante verticale $F_y = F\sin\alpha$. Ici $F = 200$ N et $\alpha = 30°$.

1. Calculer la composante horizontale F_x.
2. Calculer la composante verticale F_y.
3. Vérifier que $\sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ redonne bien F.

Réponse :

Activité 2 • Longueur d'une hypoténuse (équerre) MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *théorème de Pythagore* ***Lien référentiel :*** *géométrie d'une pièce, lecture de plan*

Une équerre a deux côtés perpendiculaires de longueurs 30 mm et 40 mm.

1. Énoncer la relation de Pythagore dans un triangle rectangle d'hypoténuse c et de côtés a et b.
2. Calculer la longueur de l'hypoténuse de l'équerre.

Réponse :

Activité 3 • Angle d'une glissière MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *tangente, angle* ***Lien référentiel :*** *géométrie d'un mécanisme (S3.2.2–3)*

Une glissière monte d'une hauteur de 50 mm sur une avance horizontale de 50 mm. On note α son angle d'inclinaison.

1. Rappeler la définition de $\tan \alpha$ dans un triangle rectangle (à partir des côtés opposé et adjacent).
2. Calculer $\tan \alpha$, puis en déduire l'angle α.

Réponse :

Activité 4 • Longueur d'une barre inclinée MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *sinus, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :*** *conception, implantation d'une barre de support*

Une barre de support inclinée à $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale doit atteindre un point situé à une hauteur $h = 150$ mm. On note L la longueur de la barre (son hypoténuse).

1. Exprimer $\sin \alpha$ en fonction de la hauteur h et de la longueur L.

2. En déduire la longueur L de la barre. (isoler L)

Réponse :

Activité 5 • Réfraction de la lumière — PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *sinus, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :*** *S11 — Optique (principe des fibres optiques)*

Lorsqu'un rayon lumineux passe de l'air dans le verre, il est dévié selon la loi de la réfraction (Snell–Descartes), que l'on donne : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$. Ici l'air a un indice $n_1 = 1$, le verre $n_2 = 1{,}5$, et le rayon arrive avec un angle d'incidence $i_1 = 30°$.

1. À partir de la loi de la réfraction, exprimer $\sin i_2$. (isoler $\sin i_2$)
2. Calculer $\sin i_2$, puis en déduire l'angle de réfraction i_2.

Réponse :

Activité 6 • Valeur instantanée d'une tension sinusoïdale — PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *sinus* ***Lien référentiel :*** *S11 — Électricité (grandeurs alternatives)*

Une tension alternative suit le modèle $u = U_{\max} \sin \theta$, où $U_{\max}$ est la tension de crête et θ l'angle (en degrés). On donne $U_{\max} = 325$ V.

1. Calculer la valeur de la tension u pour $\theta = 30°$.
2. Calculer u pour $\theta = 90°$. Que représente cette valeur ?

Réponse :

Chapitre 4

Semaine 4 : Vecteurs

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPI, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

Rappel mathématique

Cette semaine consolide les outils sur les vecteurs : représentation graphique, composantes, addition, et calcul de la norme. Ces outils sont mobilisés dès qu'on travaille sur des forces, des vitesses, des courants ou des grandeurs alternatives représentés vectoriellement.

§1. Vecteur, composantes

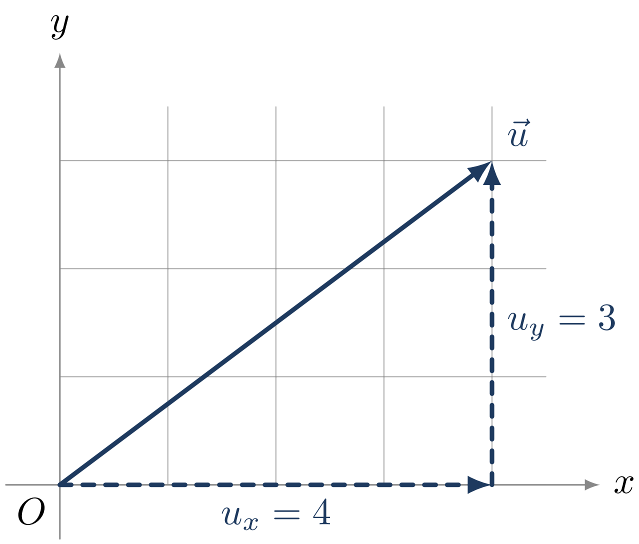
Définition – vecteur

Un vecteur, noté $\overrightarrow{u}$ ou $\overrightarrow{AB}$, est caractérisé par trois éléments : une **direction** (la droite qui le porte), un **sens** (de A vers B), et une **norme** (sa longueur), notée $\|\overrightarrow{u}\|$ ou $\|\overrightarrow{AB}\|$.

Définition – composantes d'un vecteur

Dans un repère orthonormé du plan, un vecteur $\overrightarrow{u}$ est décrit par ses *composantes* $(x\,;\,y)$, où x est son déplacement horizontal et y son déplacement vertical.

Exemple – Si $A(1\,;\,2)$ *et* $B(4\,;\,6)$*, alors* $\overrightarrow{AB} = (4-1\,;\,6-2) = (3\,;\,4)$.



§2. Norme d'un vecteur

Propriété – norme

La norme d'un vecteur de composantes $(x\,;\,y)$ vaut

$$\|\overrightarrow{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}\,.$$

C'est la longueur du vecteur, calculée par le théorème de Pythagore.

Exemple – Pour $\overrightarrow{u} = (3\,;\,4)$ *:* $\|\overrightarrow{u}\| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

§3. Somme de vecteurs

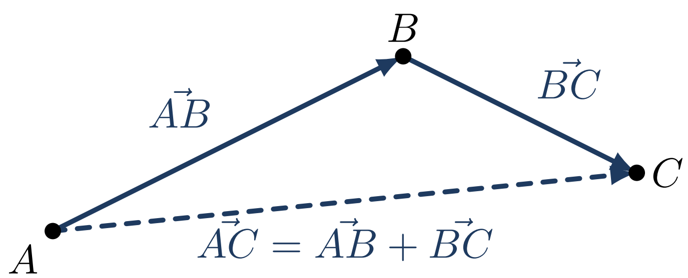
Propriété – somme par composantes

Pour additionner deux vecteurs, on additionne les composantes de même nature :

$$\overrightarrow{u_1} = (x_1\,;\,y_1)\,, \quad \overrightarrow{u_2} = (x_2\,;\,y_2)\,, \quad \overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{u_2} = (x_1 + x_2\,;\,y_1 + y_2)\,.$$

Exemple – Si $\overrightarrow{u_1} = (3\,;\,0)$ *et* $\overrightarrow{u_2} = (0\,;\,4)$, *alors* $\overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{u_2} = (3\,;\,4)$, *de norme* 5.

Représentation graphique. On place les vecteurs bout à bout (origine du second sur l'extrémité du premier) ; la somme va de l'origine du premier à l'extrémité du second. C'est la *relation de Chasles* : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.



§4. Direction d'un vecteur

Méthode – angle d'un vecteur avec l'axe horizontal

Pour un vecteur $\overrightarrow{u} = (x\,;\,y)$ avec $x > 0$, l'angle θ qu'il fait avec l'axe horizontal se calcule par

$$\tan\theta = \frac{y}{x}, \quad \text{donc} \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right).$$

Exemple – Pour $\overrightarrow{u} = (3\,;\,4)$ *:* $\tan\theta = \dfrac{4}{3} \approx 1{,}33$, *donc* $\theta \approx 53°$.

À la calculatrice. L'angle est obtenu en mode degré avec la fonction $\tan^{-1}$ (voir Annexe Calculatrice §8).

§5. Vecteurs colinéaires opposés

Quand deux vecteurs ont la même direction mais des sens opposés, leur somme algébrique sur cette direction est leur différence en valeur absolue, et le sens est celui du plus grand.

Exemple – Une force de 50 *N vers le bas et une autre de* 30 *N vers le haut ont pour résultante* $50 - 30 = 20$ *N vers le bas.*

Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Soit $A(2\,;\,3)$ et $B(8\,;\,11)$. Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Réponse :

Exercice 2

Calculer la norme des vecteurs suivants.

- $\overrightarrow{u_1} = (3\,;\,4)$
- $\overrightarrow{u_2} = (5\,;\,12)$
- $\overrightarrow{u_3} = (-6\,;\,8)$

Réponse :

Exercice 3

Calculer la somme $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ pour les vecteurs suivants.
- $\overrightarrow{u} = (2\,;\,5)$, $\overrightarrow{v} = (3\,;\,-1)$;
- $\overrightarrow{u} = (-4\,;\,7)$, $\overrightarrow{v} = (4\,;\,-2)$.

Réponse :

Exercice 4

On donne $\overrightarrow{u_1} = (3\,;\,0)$ et $\overrightarrow{u_2} = (0\,;\,4)$. Calculer les composantes de la somme $\overrightarrow{S} = \overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{u_2}$, puis sa norme.

Réponse :

Exercice 5

Soit le vecteur $\overrightarrow{u} = (6\,;\,8)$. Calculer l'angle θ qu'il fait avec l'axe horizontal (résultat arrondi au degré).

Réponse :

Exercice 6

Soit le vecteur $\overrightarrow{u} = (5\,;\,12)$. Calculer sa norme et l'angle qu'il fait avec l'axe horizontal.

Réponse :

Exercice 7

Deux forces colinéaires de sens opposés s'appliquent sur un objet : $F_1 = 80$ N vers la droite et $F_2 = 50$ N vers la gauche. Calculer la valeur et le sens de la force résultante.

Réponse :

Exercice 8

Sur un schéma, $A(1\,;\,1)$, $B(4\,;\,5)$, $C(9\,;\,5)$. Calculer les composantes de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$. Vérifier la relation $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Réponse :

Pour aller plus loin

Exercice 9

Un objet est soumis à deux forces perpendiculaires : $F_1 = 12$ N horizontalement et $F_2 = 5$ N verticalement. Calculer la valeur et la direction (angle avec l'horizontale) de la force résultante.

Réponse :

Exercice 10

Soient $\overrightarrow{u} = (4\,;\,3)$ et $\overrightarrow{v} = (-1\,;\,2)$. Calculer la norme de $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$.

Réponse :

Exercice 11

Un vecteur $\overrightarrow{u}$ a une norme $\|\overrightarrow{u}\| = 10$ et fait un angle $\theta = 30°$ avec l'axe horizontal. Calculer ses composantes x et y (rappel : $x = \|\overrightarrow{u}\|\cos\theta$, $y = \|\overrightarrow{u}\|\sin\theta$).

Réponse :

Exercice 12

Deux vecteurs $\overrightarrow{u_1}$ et $\overrightarrow{u_2}$ ont pour composantes $(2\,;\,3)$ et $(5\,;\,-1)$ respectivement. Calculer les composantes de $\overrightarrow{u_1} - \overrightarrow{u_2}$ (rappel : $-\overrightarrow{u_2}$ a pour composantes $(-x_2\,;\,-y_2)$).

Réponse :

Activités d'application

Activité 1 • Résultante de deux forces — MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *somme de vecteurs, norme* ***Lien référentiel :*** *statique, actions mécaniques (S3.2.4–5)*

Sur une pièce s'exercent deux forces, données par leurs composantes : $\overrightarrow{F_1} = (300\,;\,0)$ N (horizontale) et $\overrightarrow{F_2} = (0\,;\,400)$ N (verticale).

1. Donner les composantes de la résultante $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$.
2. Calculer la norme de $\overrightarrow{R}$.

Réponse :

Activité 2 • Moment d'une force de serrage — MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *produit, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :*** *statique, moment d'une force (S3.2.4)*

Le moment d'une force par rapport à un axe est $M = F \times d$, où d est le bras de levier (distance perpendiculaire). On serre une vis avec une force $F = 150$ N à une distance $d = 0{,}2$ m de l'axe.

1. Calculer le moment de serrage M (en N·m).
2. On veut un moment $M = 45$ N·m avec la même force. Quel bras de levier d faut-il ? (isoler d)

Réponse :

Activité 3 • Vecteur défini par deux points — MÉCANIQUE

***Outil réinvesti :** composantes, norme* ***Lien référentiel :** lecture de plan, géométrie d'une pièce*

Sur un plan, deux perçages sont repérés par leurs coordonnées (en mm) : $A(10\,;20)$ et $B(40\,;60)$.

1. Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}$ (rappel : $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A\,; y_B - y_A)$).
2. Calculer la norme de $\overrightarrow{AB}$, c'est-à-dire la distance entre les deux perçages.

Réponse :

Activité 4 • Vecteur vitesse d'un point — MÉCANIQUE

***Outil réinvesti :** norme, direction* ***Lien référentiel :** cinématique d'un point (S3.2.2)*

Un point d'un chariot a un vecteur vitesse de composantes $v_x = 6$ m/s et $v_y = 8$ m/s.

1. Calculer la norme du vecteur vitesse (la vitesse réelle du point).
2. Déterminer l'angle θ que fait le vecteur avec l'horizontale ($\tan\theta = v_y/v_x$).

Réponse :

Activité 5 • Composition de deux vitesses — PHYSIQUE APPLIQUÉE

***Outil réinvesti :** somme de vecteurs, norme* ***Lien référentiel :** S11 — composition des vitesses*

Un nageur traverse une rivière. Il nage à 4 m/s perpendiculairement à la berge, tandis que le courant l'emporte à 3 m/s le long de la rivière. Sa vitesse réelle est la somme (vectorielle) de ces deux vitesses perpendiculaires.

1. Calculer la norme de la vitesse réelle du nageur.
2. Calculer l'angle de sa trajectoire par rapport à la direction où il nage ($\tan\theta = 3/4$).

Réponse :

Activité 6 • Poussée d'Archimède : forces verticales opposées PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *somme de vecteurs colinéaires, signe* ***Lien référentiel :*** *S11 — statique des fluides*

Un objet plongé dans l'eau subit deux forces verticales opposées : son poids $P = 50$ N (vers le bas) et la poussée d'Archimède $F_A = 30$ N (vers le haut). La force résultante est leur somme vectorielle ; comme elles sont opposées, on soustrait leurs valeurs.

1. Calculer la valeur de la force résultante et préciser son sens.
2. En déduire si l'objet coule ou remonte.

Réponse :

Chapitre 5

Semaine 5 : Fonctions et lecture graphique

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPI, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

Rappel mathématique

Cette semaine consolide les outils pour décrire et interpréter une dépendance entre deux grandeurs : fonction linéaire, fonction affine, fonction carré, et lecture graphique. Ces outils permettent de modéliser un grand nombre de situations métier (loi d'Ohm, dilatation, débit, étalonnage de capteur).

§1. Notion de fonction

Définition – fonction

Une fonction f associe à chaque valeur x (la variable) une unique valeur $f(x)$ (l'image de x). La représentation graphique de f est l'ensemble des points de coordonnées $(x\,;\,f(x))$.

Exemple – Pour $f(x) = 2x + 1$, *on a* $f(0) = 1$, $f(3) = 7$, $f(-2) = -3$.

§2. Fonction linéaire

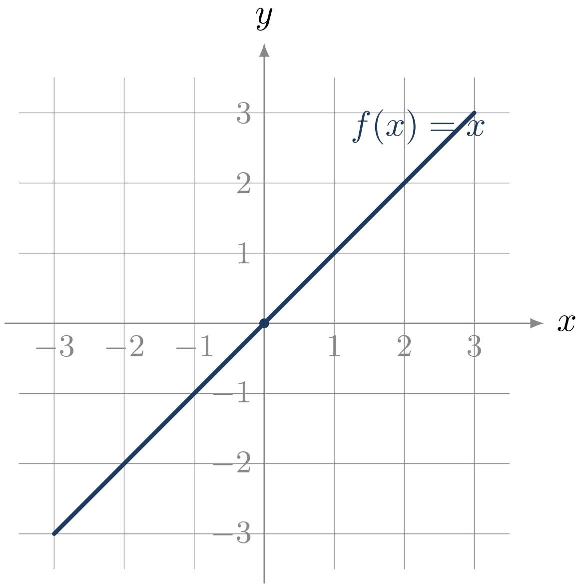
Définition – fonction linéaire

Une fonction linéaire est de la forme $f(x) = k\,x$, où k est un coefficient constant. Sa représentation graphique est une droite passant par l'origine.

Propriété – proportionnalité

Une fonction linéaire $f(x) = k\,x$ traduit une situation de **proportionnalité** entre x et $f(x)$, de coefficient k. Sur la droite, k est le *coefficient directeur* (la pente).

Exemple – Pour la loi d'Ohm $U = R\,I$, *la tension* U *est une fonction linéaire de l'intensité* I, *de pente* R *(la résistance).*



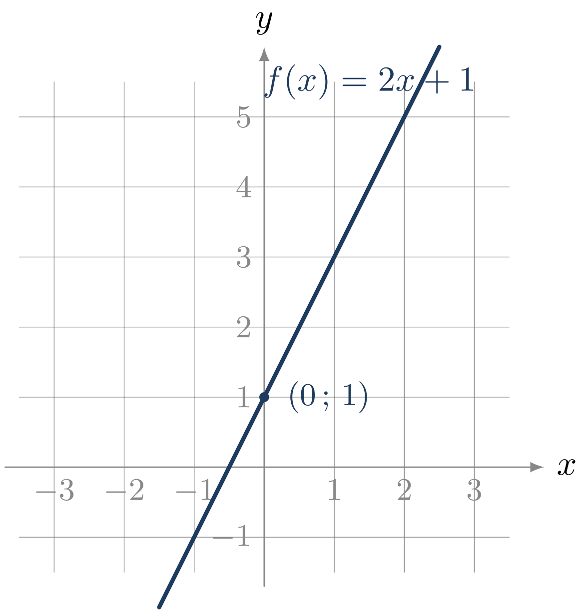
§3. Fonction affine

Définition – fonction affine

Une fonction affine est de la forme $f(x) = a\,x + b$, où a est le coefficient directeur (pente) et b l'ordonnée à l'origine. Sa représentation graphique est une droite, qui passe par le point $(0\,;\,b)$.

Si $b = 0$, la fonction est linéaire ; on retrouve le cas précédent.

Exemple – Pour $f(x) = 3x + 2$ *:* $f(0) = 2$, $f(1) = 5$. *La droite passe par* $(0\,;\,2)$ *et a pour pente* 3.



Méthode – calculer la pente entre deux points

Pour une droite passant par les points $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ (avec $x_A \neq x_B$), la pente vaut

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\,.$$

§4. Fonction carré

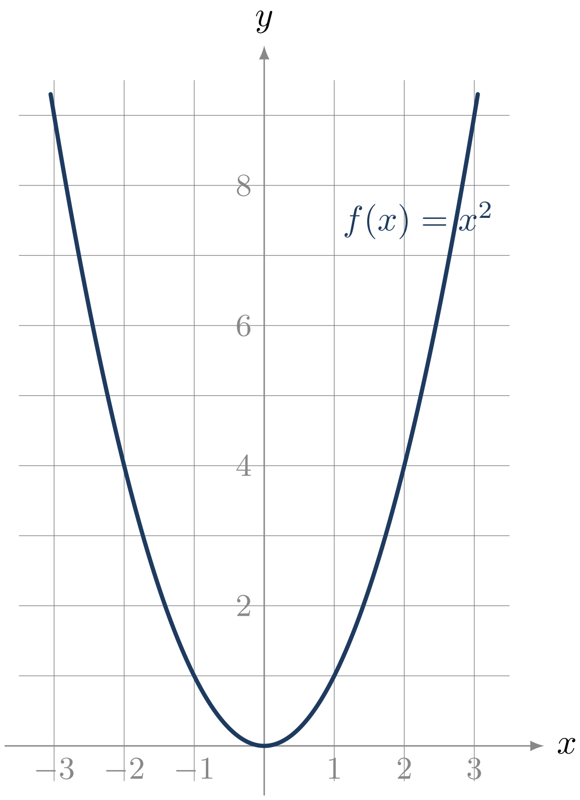
Définition – fonction carré

La fonction carré est définie par $f(x) = x^2$. Pour $a \neq 0$, on appelle parfois ainsi toute fonction de la forme $f(x) = a\,x^2$.

Propriété – effet du carré

Si l'on multiplie la variable par 2, l'image est multipliée par $2^2 = 4$. Plus généralement, multiplier par k multiplie l'image par k^2.

Exemple – Pour $f(x) = x^2$: $f(2) = 4$, $f(4) = 16$ (quatre fois plus pour une variable doublée). C'est la signature visuelle d'une dépendance en carré.



Cas métier. La puissance dissipée par effet Joule $P = R\,I^2$ est une fonction carré de l'intensité : doubler I quadruple la puissance.

§5. Lecture graphique

Méthode – lire une courbe

Pour exploiter une représentation graphique :

- **Image d'une valeur** : pour lire $f(a)$, on repère a sur l'axe des abscisses, on monte verticalement jusqu'à la courbe, puis horizontalement jusqu'à l'axe des ordonnées.
- **Antécédent** : pour trouver les valeurs x telles que $f(x) = c$, on repère c sur l'axe des ordonnées, on va horizontalement jusqu'à la courbe, puis verticalement jusqu'à l'axe des abscisses.
- **Point d'intersection** : entre deux courbes, le point d'intersection donne une valeur de x pour laquelle les deux fonctions prennent la même valeur.

Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Soit la fonction $f(x) = 2x + 5$. Calculer $f(0)$, $f(3)$, $f(-2)$.

Réponse :

Exercice 2

Pour la fonction linéaire $f(x) = 4x$, compléter le tableau et vérifier qu'il s'agit bien d'une situation de proportionnalité.

x	0	1	2	3
$f(x)$				

Réponse :

Exercice 3

Soit la fonction affine $f(x) = 3x - 1$. Calculer $f(0)$, $f(2)$ et $f(4)$. Vérifier ensuite la pente entre les points $(2\,;\,f(2))$ et $(4\,;\,f(4))$.

Réponse :

Exercice 4

Une droite passe par les points $A(1\,;\,2)$ et $B(5\,;\,10)$. Calculer son coefficient directeur, puis écrire l'équation de la droite $y = a\,x + b$.

Réponse :

Exercice 5

Soit la fonction carré $f(x) = x^2$. Calculer $f(2)$, $f(4)$, $f(8)$. Si l'on double la variable, par quel facteur l'image est-elle multipliée ?

Réponse :

Exercice 6

Soit la fonction $f(x) = 5\,x^2$. Compléter le tableau de valeurs.

x	0	1	2	3	4
$f(x)$					

Réponse :

Exercice 7

Le tableau de valeurs ci-dessous est-il celui d'une fonction linéaire, affine, ou carré ?

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	3	5	7	9	11

Réponse :

Exercice 8

Sur un graphique, la droite représentative d'une fonction f passe par $(0\,;\,4)$ et $(2\,;\,0)$. En déduire l'expression de f.

Réponse :

Pour aller plus loin

Exercice 9

Une fonction f vérifie $f(x) = a\,x + b$ avec $f(2) = 7$ et $f(5) = 16$. Déterminer a et b.

Réponse :

Exercice 10

Deux droites ont pour équations $y = 2x + 1$ et $y = -x + 4$. Calculer le point d'intersection (résoudre $2x + 1 = -x + 4$).

Réponse :

Exercice 11

Soit $f(x) = x^2$. Pour quelles valeurs de x a-t-on $f(x) = 49$?

Réponse :

Exercice 12

Lecture graphique. Sur un graphique non fourni ici, on lit que la droite passe par $(1\,;\,3)$ et $(4\,;\,9)$, et la parabole d'équation $y = x^2$ passe (notamment) par $(3\,;\,9)$. La droite et la parabole se coupent en deux points. En partant des équations, calculer les abscisses de ces deux points d'intersection.

Réponse :

Activités d'application

Activité 1 • Loi de vitesse d'un axe motorisé (fonction affine) MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *fonction affine, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :*** *cinématique, motorisation (S3.2.2)*

Lors d'un démarrage à accélération constante, la vitesse suit la loi $v = v_0 + a\,t$, où v_0 est la vitesse initiale et a l'accélération. On donne $v_0 = 2$ m/s et $a = 3$ m/s^2.

1. Calculer la vitesse v à l'instant $t = 4$ s.
2. À quel instant t la vitesse atteint-elle 20 m/s ? (isoler t)

Réponse :

Activité 2 • Caractéristique d'un ressort (fonction linéaire) MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *proportionnalité, fonction linéaire* ***Lien référentiel :*** *ressort, raideur (S5)*

Dans sa zone de fonctionnement, l'effort d'un ressort est proportionnel à son allongement : $F = k\,x$, où k est la raideur. On donne $k = 20$ N/mm.

1. Calculer l'effort F pour un allongement $x = 5$ mm.
2. Pour un effort $F = 200$ N, calculer l'allongement x. (isoler x)

Réponse :

Activité 3 • Couple résistant d'un ventilateur (fonction carré) MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *fonction carré, tableau de valeurs* ***Lien référentiel :*** *couple résistant quadratique (S3.1.2)*

Le couple résistant d'un ventilateur croît avec le carré de la vitesse : $C = k\,\omega^2$, avec $k = 0{,}002$ (unités SI), ω en rad/s et C en N·m.

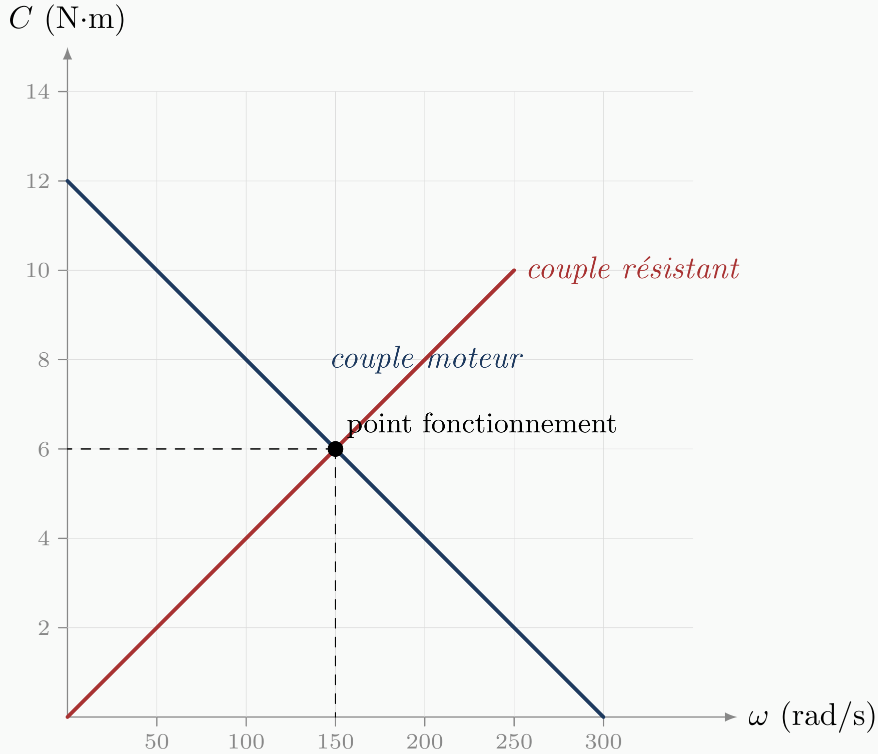
1. Compléter le tableau de C pour $\omega = 0,\ 50,\ 100,\ 150,\ 200$ rad/s.
2. Si l'on double la vitesse, par combien le couple est-il multiplié ? Justifier par la forme de la fonction.

Réponse :

Activité 4 • Point de fonctionnement d'une motorisation (lecture graphique) MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *lecture graphique, intersection de deux courbes* ***Lien référentiel :*** *caractéristique couple-vitesse (S3.1.2)*

Le graphique ci-dessous donne, en fonction de la vitesse ω, le couple fourni par le moteur et le couple résistant de la charge. Le point de fonctionnement est atteint là où les deux courbes se croisent.



1. Lire sur le graphique le couple disponible au démarrage ($\omega = 0$).
2. Déterminer le point de fonctionnement : lire la vitesse et le couple au point d'intersection des deux courbes.

Réponse :

Activité 5 • Caractéristique d'un conducteur ohmique (fonction linéaire) PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *proportionnalité, lecture de tableau* ***Lien référentiel :*** *S11 — Électricité (tension, intensité)*

On mesure la tension U aux bornes d'une résistance pour différentes intensités I :

I (A)	0	1	2	3
U (V)	0	5	10	15

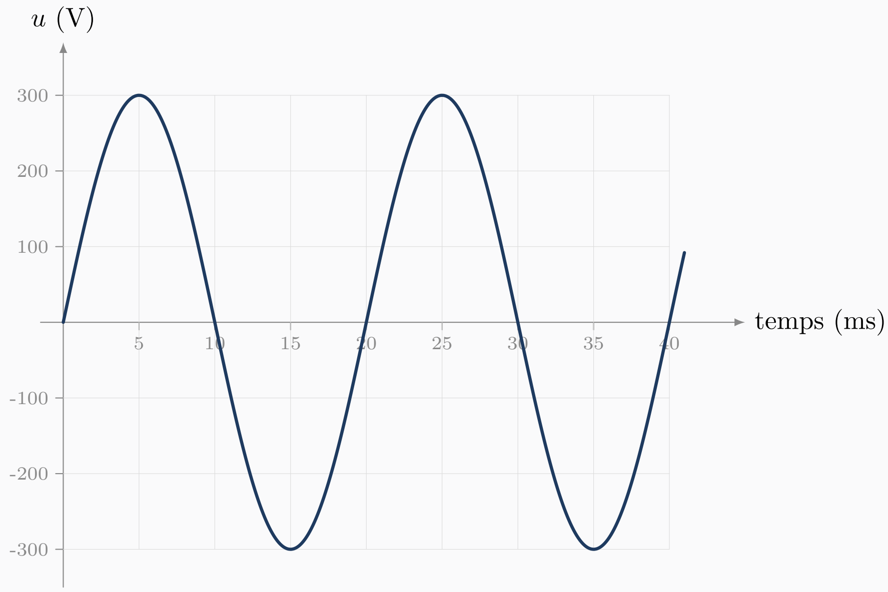
1. Calculer le rapport U/I pour chaque mesure (sauf la première). Que constate-t-on ?
2. En déduire la valeur de la résistance R (la pente de la droite $U = R\,I$).

Réponse :

Activité 6 • Lecture d'un oscillogramme (signal sinusoïdal) PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *lecture graphique, période et fréquence* ***Lien référentiel :*** *S11 — Électricité (grandeurs alternatives)*

L'oscillogramme ci-dessous représente une tension alternative en fonction du temps.



1. Lire l'amplitude (valeur de crête) de la tension.
2. Lire la durée d'un cycle complet (la période T), puis calculer la fréquence f (rappel : $f = 1/T$).

Réponse :

Chapitre 6

Semaine 6 : Dérivation

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPI, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

Rappel mathématique

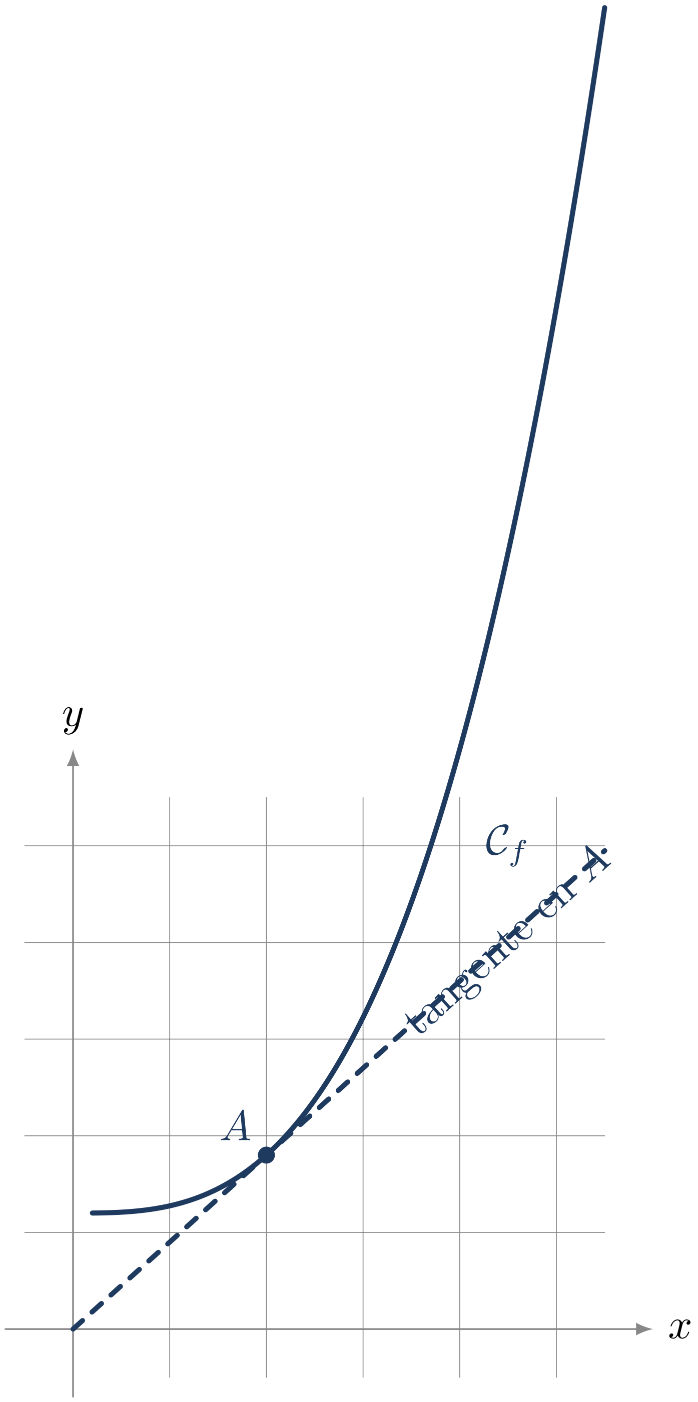
Cette semaine consolide la notion de dérivée d'une fonction et son interprétation comme taux de variation. La dérivation est l'outil de la première année de BTS pour étudier les variations, identifier les extremums et modéliser des grandeurs qui évoluent (vitesse, courant, débit).

§1. Nombre dérivé et tangente

Définition – nombre dérivé

Le *nombre dérivé* d'une fonction f en un point d'abscisse a, noté $f'(a)$, est le **coefficient directeur de la tangente** à la courbe représentative de f au point $(a\,;\,f(a))$.

C'est aussi le *taux de variation instantané* de f en a : il indique à quelle vitesse f change autour de cette valeur.



§2. Fonction dérivée

Définition – fonction dérivée

La fonction dérivée de f, notée f', associe à chaque x son nombre dérivé $f'(x)$ (lorsqu'il existe).

Propriété – dérivées usuelles

$f(x)$	$f'(x)$
k (constante)	0
x	1
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
x^n	$n\,x^{n-1}$

Exemple – Si $f(x) = x^5$, alors $f'(x) = 5\,x^4$.

§3. Règles de dérivation

Propriété – opérations sur les dérivées

Pour deux fonctions u et v et un réel k :

$$(k\,u)' = k\,u', \quad (u+v)' = u' + v', \quad (u-v)' = u' - v'.$$

Ces règles permettent de dériver tous les *polynômes*.

Exemple – Si $f(x) = 3x^2 - 5x + 4$, alors $f'(x) = 3 \times 2x - 5 \times 1 + 0 = 6x - 5$.

Exemple – Si $g(t) = t^2 + 3t$, alors $g'(t) = 2t + 3$.

Point de vigilance. La dérivée d'une constante est nulle : pour $f(x) = 4$, on a $f'(x) = 0$, et non 4.

§4. Interprétation : taux de variation

Méthode – interpréter f'

La dérivée $f'(a)$ donne le **taux de variation instantané** de f en a.

- Si $f'(a) > 0$, f est croissante autour de a.
- Si $f'(a) < 0$, f est décroissante autour de a.
- Si $f'(a) = 0$, la courbe a une tangente horizontale en a (souvent un *extremum*).

Exemple – La position d'un objet mobile est $x(t)$. Sa vitesse instantanée est $v(t) = x'(t)$.

Exemple – La charge d'un condensateur est $q(t)$. Le courant qui le traverse est $i(t) = q'(t)$.

§5. Optimisation : trouver un extremum

Méthode – rechercher un extremum

Pour trouver les valeurs de x où une fonction f admet un maximum ou un minimum :

1. On calcule $f'(x)$.
2. On résout $f'(x) = 0$.
3. On étudie le signe de $f'(x)$ autour des solutions trouvées pour conclure (minimum ou maximum).

Exemple – Soit $C(x) = x^2 - 6x + 10$*. On a* $C'(x) = 2x - 6$*.*
$C'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$*. Pour* $x < 3$*,* $C'(x) < 0$ *(décroissante) ; pour* $x > 3$*,* $C'(x) > 0$ *(croissante).*
Donc C *admet un minimum en* $x = 3$*, et* $C(3) = 9 - 18 + 10 = 1$*.*

Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

- $f(x) = x^2$
- $f(x) = x^3$
- $f(x) = x^4$

Réponse :

Exercice 2

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

- $f(x) = 5$
- $f(x) = 3x$
- $f(x) = 7x + 4$

Réponse :

Exercice 3

Soit $f(x) = 3x^2 - 5x + 4$. Calculer $f'(x)$, puis $f'(2)$.

Réponse :

Exercice 4

Soit $g(t) = 2\,t^2 + 3\,t - 1$. Calculer $g'(t)$, puis $g'(0)$ et $g'(5)$.

Réponse :

Exercice 5

Pour la fonction $f(x) = x^2$, calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x = 4$.

Réponse :

Exercice 6

Soit $f(x) = -x^2 + 4x$. Calculer $f'(x)$, puis résoudre $f'(x) = 0$.

Réponse :

Exercice 7

La position d'un objet mobile est donnée par $x(t) = t^2 + 2t$, avec t en secondes et x en mètres. Sa vitesse instantanée est $v(t) = x'(t)$.

- Calculer $v(t)$.
- Calculer la vitesse à $t = 5$ s.

Réponse :

Exercice 8

Soit $C(x) = x^2 - 8x + 20$ une fonction de coût. Déterminer la valeur de x qui minimise C, et calculer le coût minimal.

Réponse :

Pour aller plus loin

Exercice 9

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$. Calculer $f'(x)$, puis résoudre $f'(x) = 0$.

Réponse :

Exercice 10

Soit $f(x) = x^2$. Écrire l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x = 3$ (rappel : équation $y = f'(a)(x - a) + f(a)$).

Réponse :

Exercice 11

La charge d'un condensateur (en coulombs) suit $q(t) = 0{,}5\,t^2 + 2t$. Calculer le courant $i(t) = q'(t)$ qui le traverse, puis le courant à l'instant $t = 4$ s.

Réponse :

Exercice 12

Soit $f(x) = 2x^2 - 12x + 5$. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de f.

Réponse :

Activités d'application

Activité 1 • De la position à l'accélération MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *dérivation d'un polynôme* ***Lien référentiel :*** *cinématique d'un point (S3.2.2)*

La position d'un chariot (en mètres) est donnée par $x(t) = 0{,}5\,t^2 + 2\,t$, avec t en secondes. On rappelle que la vitesse est la dérivée de la position ($v = x'$) et l'accélération la dérivée de la vitesse ($a = v'$).

1. Déterminer l'expression de la vitesse $v(t)$, puis de l'accélération $a(t)$.
2. En déduire la vitesse à l'instant $t = 3$ s.

Réponse :

Activité 2 • Nombre dérivé et tangente MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *nombre dérivé, coefficient directeur* ***Lien référentiel :*** *lecture d'une courbe, pente*

Soit la fonction $f(x) = x^2$. On rappelle que le nombre dérivé $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse a.

1. Déterminer l'expression de la fonction dérivée $f'(x)$.
2. Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x = 3$.

Réponse :

Activité 3 • Minimiser un coût (optimisation) MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *dérivation, signe de la dérivée, extremum* ***Lien référentiel :*** *optimisation d'une conception (C10, C12)*

Le coût d'usinage d'une série de pièces (en euros par pièce) est modélisé par $C(x) = x^2 - 6x + 10$, où x est un paramètre de réglage. On rappelle qu'un minimum est atteint là où la dérivée s'annule.

1. Calculer la dérivée $C'(x)$, puis résoudre $C'(x) = 0$.
2. En déduire le réglage x qui minimise le coût et la valeur de ce coût minimal.

Réponse :

Activité 4 • Débit de remplissage d'un réservoir — MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *dérivation, taux de variation* ***Lien référentiel :*** *conception, fluides*

Le volume d'eau dans un réservoir (en m^3) évolue selon $V(t) = t^2 + 3t$, avec t en secondes. Le débit instantané est le taux de variation du volume, c'est-à-dire sa dérivée $V'(t)$.

1. Déterminer l'expression du débit $V'(t)$.
2. Calculer le débit à l'instant $t = 4$ s.

Réponse :

Activité 5 • Vitesse d'un objet en chute — PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *dérivation d'un polynôme* ***Lien référentiel :*** *S11 — cinématique (chute)*

En première approximation, la distance parcourue par un objet en chute (en mètres) est $x(t) = 5\,t^2$, avec t en secondes. La vitesse est la dérivée de la position ($v = x'$).

1. Déterminer l'expression de la vitesse $v(t)$.
2. Calculer la vitesse à l'instant $t = 3$ s.

Réponse :

Activité 6 • Vitesse de refroidissement — PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *dérivation d'une fonction affine, signe* ***Lien référentiel :*** *S11 — thermique*

La température d'une pièce qui refroidit (en °C) suit la loi $T(t) = 80 - 5\,t$, avec t en minutes. La vitesse de refroidissement est le taux de variation de la température, c'est-à-dire $T'(t)$.

1. Calculer $T'(t)$.
2. Interpréter le signe et la valeur du résultat.

Réponse :

Chapitre 7

Annexe : prise en main de la calculatrice

Cette annexe rassemble les gestes de calculatrice les plus utiles pour le parcours de consolidation. Elle s'appuie sur les deux modèles les plus répandus dans les lycées français : les Casio scientifiques (fx-92, Graph 25, Graph 35) et la Numworks. Les gestes décrits ici sont des acquis attendus du collège ou de la seconde, mais l'expérience montre qu'ils méritent d'être rappelés en début de BTS.

§1 — Choisir l'unité d'angle (degré ou radian)

En consolidation, on travaille en **degrés** : un angle droit vaut 90°, et c'est dans cette unité que sont donnés tous les énoncés de ce cahier. Avant tout calcul de sinus, cosinus ou tangente, il faut vérifier que la calculatrice est bien réglée en mode degré.

Sur Casio *(fx-92, Graph 25/35)*

Taper `SHIFT` puis `SETUP` (ou `MENU` puis `SETUP` selon le modèle). Choisir `Angle Unit`, puis `Degré (D)`. À l'écran, un petit `D` s'affiche en haut. Si l'on voit `R` (radian) ou `G` (grade), on n'est pas en degré.

Sur Numworks

Appuyer sur `Réglages`, puis `Forme des angles`, puis sélectionner `Degré`. L'indication apparaît en haut de l'écran principal.

Vérification

Taper sin(30) et valider. Si le résultat est 0,5, on est bien en degré. Si l'on obtient $-0{,}988$, on est en radian : il faut basculer.

§2 — La touche π

Toutes les calculatrices ont une touche dédiée pour π. **On ne saisit jamais 3,14 à la place :** on perd en précision pour rien, et c'est plus long à taper. La touche π donne la valeur la plus précise que la calculatrice connaît.

Sur Casio *(fx-92, Graph 25/35)*

La touche π est au-dessus de la touche `EXP` (ou $\times 10^x$), accessible via `SHIFT`.

Sur Numworks

La touche π est directement accessible sur le clavier, sans `SHIFT`.

Vérification

Taper π et valider. On doit lire 3,14159... (et non 3,14).

§3 — Puissances et racines

Pour saisir une puissance, on utilise la touche x^y (notée parfois $\wedge$). La racine carrée a sa propre touche $\sqrt{\ }$.

Sur Casio *(fx-92, Graph 25/35)*

Pour 2^{10} : taper `2`, puis x^y (ou $\wedge$), puis `10`, puis `=`. Résultat : 1 024.
Pour $\sqrt{50}$: taper $\sqrt{\ }$, puis `50`, puis `=`.

Sur Numworks

Pour 2^{10} : taper `2`, puis $\wedge$, puis `10`, puis `EXE`.
Pour $\sqrt{50}$: utiliser la touche $\sqrt{\ }$, puis saisir le contenu.

Attention au signe moins : pour saisir un exposant négatif comme 10^{-3}, on utilise la touche du *signe* négatif (souvent notée `(-)`), pas celle de la soustraction. Voir §4.

§4 — Notation scientifique : la touche `EXP`

Pour saisir un nombre en notation scientifique, comme $3{,}14 \times 10^{-6}$, on utilise la touche `EXP` (notée parfois `EE` ou $\times 10^x$). Cette touche signifie « fois dix puissance », il ne faut donc **pas** taper `× 10` avant.

Sur Casio *(fx-92, Graph 25/35)*

Pour saisir $3{,}14 \times 10^{-6}$: taper `3.14`, puis `EXP`, puis `(-)`, puis `6`.
La séquence `3.14 × 10 EXP -6` est *fausse* : elle donne $3{,}14 \times 10 \times 10^{-6} = 3{,}14 \times 10^{-5}$.

Sur Numworks

Numworks utilise plutôt la notation naturelle. Pour saisir $3{,}14 \times 10^{-6}$, on peut soit taper la formule en clair (`3.14*10^(-6)`), soit utiliser la touche $\times 10^n$ dédiée.

Vérification

Taper 10^{-3}. On doit obtenir 0,001 (et non -1000, qui serait le résultat d'une mauvaise saisie du signe).

§5 — Lire un résultat en notation scientifique

Quand un résultat est très grand ou très petit, la calculatrice l'affiche en notation scientifique. Par exemple, $3{,}14 \times 10^{-6}$ peut s'afficher `3.14E-06` ou `3.14`$\times 10^{-6}$ selon le modèle.

Sur Casio *(fx-92, Graph 25/35)*

L'affichage par défaut est `3.14E-06`. Le `E` signifie « $\times 10^{\cdots}$ ». On peut basculer entre `Norm` (notation normale) et `Sci` (notation scientifique systématique) dans `SETUP`.

Sur Numworks

L'affichage utilise directement la notation $3{,}14 \cdot 10^{-6}$, plus lisible. Pas de risque de confusion avec une variable `E`.

Dans une copie ou un compte-rendu, on retranscrit toujours en notation mathématique propre : $3{,}14 \times 10^{-6}$, jamais `3.14E-06`.

§6 — Forme exacte ou valeur décimale

Les calculatrices récentes affichent par défaut les résultats sous **forme exacte** : un résultat avec π, une fraction non simplifiée, ou une racine carrée restent tels quels. Pour obtenir la valeur décimale approchée, on utilise la touche `S↔D` (Standard ↔ Décimal).

Sur Casio *(fx-92, Graph 25/35)*

Calculer $400 \times \pi$ donne `400`π à l'écran. Appuyer sur `S↔D` pour obtenir $1\,256{,}637\ldots$

Sur Numworks

Le résultat exact et la valeur approchée s'affichent souvent ensemble. On peut basculer entre les deux formes avec la touche dédiée.

Quel format choisir ? La forme exacte est précieuse pour comparer deux résultats ou pour les calculs en chaîne (pas d'arrondi cumulé). La valeur décimale est nécessaire pour interpréter physiquement un résultat (« la vitesse vaut environ 125,7 m/min »).

§7 — Calculs en chaîne : la touche `Ans`

Quand on enchaîne plusieurs calculs en réutilisant le résultat précédent, on **ne retape pas** le nombre à la main : on utilise la touche `Ans` (Answer), qui rappelle automatiquement le dernier résultat. Cela évite les erreurs de saisie et les arrondis.

Sur Casio *(fx-92, Graph 25/35)*

Après un calcul, taper directement `+`, `-`, $\times$ ou $\div$: la calculatrice insère `Ans` automatiquement. On peut aussi insérer `Ans` explicitement avec `SHIFT` puis `Ans`.

Sur Numworks

La touche `Ans` est directement accessible. Le résultat précédent est mémorisé après chaque `EXE`.

Exemple. Calculer $V = \pi \times 10^2 \times 100$, puis en déduire la masse $m = 7{,}85 \times V \times 10^{-3}$ (en grammes). Plutôt que de noter le résultat de V et le retaper, on enchaîne avec × `7.85` × `10^(-3)`.

§8 — Trigonométrie inverse

Pour retrouver un angle à partir de son sinus, son cosinus ou sa tangente, on utilise les fonctions inverses $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$, $\tan^{-1}$ (souvent notées `ASIN`, `ACOS`, `ATAN`).

Sur Casio *(fx-92, Graph 25/35)*

Pour obtenir l'angle dont la tangente vaut 0,75 : taper `SHIFT`, puis `tan`, puis `0.75`, puis `=`. En mode degré, on obtient 36,87°.

Sur Numworks

Les fonctions inverses sont accessibles via `shift` puis la fonction trigonométrique correspondante. Le résultat est dans l'unité d'angle active (degré ou radian).

Très important : l'unité du résultat dépend du mode actif. Si la calculatrice est en degré, $\tan^{-1}(0{,}75) \approx 36{,}87°$. Si elle est en radian, le même calcul donne 0,6435 rad. Toujours vérifier le mode avant un calcul de trigonométrie inverse (voir §1).

Vérification

En mode degré : $\tan^{-1}(1)$ doit donner 45°. Si l'on obtient $0{,}785\ldots$, on est en radian.