Lycée Jean-Baptiste de Baudre
Agen

Parcours de consolidation en mathématiques

Six semaines pour bien démarrer en BTS

Spécialité CPRP — Conception des Processus de Réalisation de Produits

Version professeur
(énoncés et corrigés)

De la rentrée aux vacances de la Toussaint

Sommaire

Chapitre 1

Semaine 1 : Calcul, formules et unités

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPRP, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

Rappel mathématique

Cette première semaine consolide les gestes de calcul élémentaires : manipuler les fractions, manier les puissances et la notation scientifique, convertir des unités sans se tromper, isoler une grandeur dans une formule. Ces gestes seront réinvestis dans toutes les semaines suivantes.

§1. Calcul sur les fractions

Définition – fraction

Une fraction $\frac{a}{b}$ représente le partage de a par b (avec $b \neq 0$). Le nombre a est le *numérateur*, b est le *dénominateur*.

Propriété – simplifier

Si l'on multiplie (ou divise) numérateur et dénominateur par un même nombre non nul, la fraction ne change pas de valeur :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}, \quad k \neq 0.$$

Exemple – $\frac{12}{18} = \frac{12 \div 6}{18 \div 6} = \frac{2}{3}$.

Propriété – additionner ou soustraire

Pour ajouter (ou retrancher) deux fractions, on les met au **même dénominateur**, puis on additionne (ou retranche) les numérateurs :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a\,d}{b\,d} + \frac{c\,b}{d\,b} = \frac{a\,d + c\,b}{b\,d}.$$

Exemple – $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2 \times 4}{12} + \frac{1 \times 3}{12} = \frac{8 + 3}{12} = \frac{11}{12}$.

Propriété – multiplier ou diviser

Pour multiplier deux fractions, on multiplie numérateurs entre eux et dénominateurs entre eux :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

Pour diviser par une fraction, on multiplie par son inverse :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

Exemple – $\frac{3}{5} \times \frac{10}{9} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$. $\frac{5}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8}$.

Point de vigilance. On additionne avec un dénominateur commun, mais on multiplie *sans* le faire. Confondre les deux est l'erreur la plus fréquente.

§2. Puissances et notation scientifique

Définition – puissance d'un nombre

Pour un entier $n \geq 1$, $a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ fois}}$. On pose $a^0 = 1$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Propriété – règles de calcul

Pour tous nombres a, b non nuls et entiers m, n :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \quad (a^m)^n = a^{m\,n}, \quad (a \times b)^n = a^n \times b^n.$$

Exemple – $10^3 \times 10^{-5} = 10^{3+(-5)} = 10^{-2}$; $(10^{-3})^2 = 10^{-6}$.

Définition – notation scientifique

Un nombre est en notation scientifique s'il s'écrit $a \times 10^n$, avec $1 \leq |a| < 10$ et n entier relatif.

Exemple – $3\,200 = 3{,}2 \times 10^3$; $0{,}000\,034 = 3{,}4 \times 10^{-5}$.

À la calculatrice. Voir l'*Annexe : prise en main de la calculatrice*, §4 (saisie d'une notation scientifique) et §5 (lecture d'un résultat).

§3. Conversions d'unités

Les **préfixes du Système international** permettent d'exprimer une grandeur en multipliant l'unité de base par une puissance de 10 :

Préfixe	Symbole	Facteur	Préfixe	Symbole	Facteur
giga	G	10^9	milli	m	10^{-3}
méga	M	10^6	micro	µ	10^{-6}
kilo	k	10^3	nano	n	10^{-9}

Exemple – $3{,}3\ V = 3{,}3 \times 10^3\ mV = 3\,300\ mV$; $20\ \mu s = 20 \times 10^{-6}\ s = 2 \times 10^{-5}\ s$.

Méthode – conversion d'une aire ou d'un volume

Pour convertir une aire ou un volume entre deux unités, on convertit d'abord la dimension linéaire correspondante, puis on l'élève à la puissance appropriée.
Aire : 1 mm $= 10^{-3}$ m, donc 1 mm$^2 = (10^{-3})^2$ m$^2 = 10^{-6}$ m^2.
Volume : 1 mm $= 10^{-1}$ cm, donc 1 mm$^3 = (10^{-1})^3$ cm$^3 = 10^{-3}$ cm^3.

Point de vigilance. L'erreur classique est de croire que 1 mm$^2 = 10^{-3}$ m^2 (faux : l'exposant doit aussi être au carré).

§4. Isoler une grandeur dans une formule

Dans un calcul métier, on n'utilise pas toujours une formule dans le sens où elle est écrite. Si l'on connaît certaines grandeurs et que l'on cherche celle qui reste, il faut *isoler* cette grandeur.

Méthode – isoler une grandeur

On effectue les opérations inverses, dans l'ordre inverse, sur les deux membres de l'égalité, jusqu'à ce que la grandeur cherchée soit seule.

- Pour annuler une addition, on soustrait ; pour annuler une soustraction, on additionne.
- Pour annuler une multiplication, on divise ; pour annuler une division, on multiplie.
- Pour annuler un carré (sur un nombre positif), on prend la racine carrée.

Exemple – Isoler I dans $U = R \times I$. On divise les deux membres par R : $\dfrac{U}{R} = I$, soit $I = \dfrac{U}{R}$.

Exemple – Isoler h dans $V = L \times \ell \times h$. On divise par $L \times \ell$: $h = \dfrac{V}{L \times \ell}$.

Exemple – Isoler r dans $S = \pi r^2$. On divise par π : $\dfrac{S}{\pi} = r^2$. Puis on prend la racine carrée : $r = \sqrt{\dfrac{S}{\pi}}$.

Exercices classiques

Ces exercices courts exercent les gestes mathématiques vus dans le rappel, sans contexte métier. Les corrigés détaillés sont visibles dans la version professeur. Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Simplifier les fractions suivantes au maximum.

$$\frac{12}{18}, \quad \frac{15}{25}, \quad \frac{42}{56}.$$

Corrigé

$$\frac{12}{18} = \frac{12/6}{18/6} = \frac{2}{3}\,; \quad \frac{15}{25} = \frac{15/5}{25/5} = \frac{3}{5}\,; \quad \frac{42}{56} = \frac{42/14}{56/14} = \frac{3}{4}.$$

Exercice 2

Calculer en réduisant au même dénominateur :

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\,, \qquad \frac{5}{6}-\frac{1}{2}\,.$$

Corrigé

$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{8}{12}+\frac{3}{12}=\frac{11}{12}$; $\frac{5}{6}-\frac{1}{2}=\frac{5}{6}-\frac{3}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

Exercice 3

Calculer (puis simplifier) :

$$\frac{3}{5}\times\frac{10}{9}\,, \qquad \frac{5}{4}\div\frac{2}{3}\,.$$

Corrigé

$\frac{3}{5}\times\frac{10}{9}=\frac{30}{45}=\frac{2}{3}$; $\frac{5}{4}\div\frac{2}{3}=\frac{5}{4}\times\frac{3}{2}=\frac{15}{8}$.

Exercice 4

Calculer sans calculatrice :

$$2^5\,, \qquad 10^{-2}\,, \qquad (-3)^2\,, \qquad 5^0\,.$$

Corrigé

$2^5=32$; $10^{-2}=\frac{1}{10^2}=\frac{1}{100}=0{,}01$; $(-3)^2=9$; $5^0=1$.

Exercice 5

Écrire en notation scientifique :

$$0{,}000\,034\,, \qquad 5\,200\,000\,, \qquad 12{,}5\,.$$

Corrigé

$0{,}000\,034=3{,}4\times10^{-5}$; $5\,200\,000=5{,}2\times10^{6}$; $12{,}5=1{,}25\times10^{1}$.

Exercice 6

Effectuer les conversions de longueur ou de durée :

- 250 mm en m ;
- 0,04 km en m ;
- 1,5 h en s.

Corrigé

$250\ \text{mm}=250\times10^{-3}\ \text{m}=0{,}25\ \text{m}$; $0{,}04\ \text{km}=0{,}04\times10^{3}\ \text{m}=40\ \text{m}$; $1{,}5\ \text{h}=1{,}5\times3\,600\ \text{s}=5\,400\ \text{s}$.

Exercice 7

Convertir 400 mm^2 en cm^2 puis en m^2, en passant explicitement par la dimension linéaire.

Corrigé

$1\ \text{mm} = 10^{-1}\ \text{cm}$, donc $1\ \text{mm}^2 = 10^{-2}\ \text{cm}^2$, donc $400\ \text{mm}^2 = 4\ \text{cm}^2$.
$1\ \text{mm} = 10^{-3}\ \text{m}$, donc $1\ \text{mm}^2 = 10^{-6}\ \text{m}^2$, donc $400\ \text{mm}^2 = 4 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$.

Exercice 8

Dans chacune des relations suivantes, isoler la grandeur indiquée.

- Dans $y = 3x + 2$, exprimer x en fonction de y.
- Dans $v = \dfrac{d}{t}$, exprimer d, puis t.
- Dans $P = U \times I$, exprimer I.

Corrigé

$y = 3x + 2 \Rightarrow y - 2 = 3x \Rightarrow x = \dfrac{y-2}{3}$.
$v = \dfrac{d}{t} \Rightarrow d = v \times t$; et $t = \dfrac{d}{v}$.
$P = U \times I \Rightarrow I = \dfrac{P}{U}$.

Pour aller plus loin

Exercice 9

Calculer :

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{1}{2}.$$

Corrigé

Dénominateur commun 12 : $\dfrac{9}{12} + \dfrac{10}{12} - \dfrac{6}{12} = \dfrac{13}{12}$.

Exercice 10

Simplifier l'expression à l'aide des règles de calcul sur les puissances :

$$\frac{10^5 \times 10^{-2}}{10^4}.$$

Corrigé

$\dfrac{10^5 \times 10^{-2}}{10^4} = \dfrac{10^{5-2}}{10^4} = \dfrac{10^3}{10^4} = 10^{3-4} = 10^{-1} = 0{,}1$.

Exercice 11

Convertir $2\,500\ \text{mm}^3$ en cm^3, puis en litres ($1\ \text{L} = 10^3\ \text{cm}^3$).

Corrigé

$1\ \text{mm}^3 = 10^{-3}\ \text{cm}^3$, donc $2\,500\ \text{mm}^3 = 2{,}5\ \text{cm}^3$.
Puis $2{,}5\ \text{cm}^3 = 2{,}5 \times 10^{-3}\ \text{L} = 0{,}002\,5\ \text{L}$.

Exercice 12

Isoler h dans la formule du volume d'un cylindre $V = \pi\, r^2\, h$, puis isoler r dans la même formule.

Corrigé

$h = \dfrac{V}{\pi\, r^2}$.

Pour isoler r : on divise par $\pi\, h$: $\dfrac{V}{\pi\, h} = r^2$, puis on prend la racine carrée : $r = \sqrt{\dfrac{V}{\pi\, h}}$.

Activités d'application

Activité 1 • Vitesse de coupe en tournage MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *application d'une formule, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :*** *S7.2.2 — paramètres de coupe*

En tournage, on relie la vitesse de coupe V_c au diamètre D de la pièce et à la fréquence de rotation n de la broche par la formule :

$$V_c = \frac{\pi \times D \times n}{1\,000}\,,$$

avec V_c en m/min, D en mm et n en tr/min.
On tourne un arbre de diamètre $D = 80$ mm à une fréquence $n = 500$ tr/min.

1. Calculer la vitesse de coupe V_c.
2. Pour le même diamètre, à quelle fréquence n faut-il tourner pour obtenir $V_c = 150$ m/min ? (isoler n)

Corrigé

1. $V_c = \dfrac{\pi \times 80 \times 500}{1\,000} = 40\,\pi \approx 125{,}7$ m/min.
2. $n = \dfrac{1\,000 \times V_c}{\pi \times D} = \dfrac{1\,000 \times 150}{\pi \times 80} = \dfrac{1\,875}{\pi} \approx 597$ tr/min.

Activité 2 • Vitesse d'avance en fraisage MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *application d'une formule, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :*** *S7.2.2 — paramètres de coupe*

En fraisage, la vitesse d'avance V_f se calcule à partir de l'avance par dent f_z, du nombre de dents Z de la fraise et de la fréquence de rotation n :

$$V_f = f_z \times Z \times n\,,$$

avec V_f en mm/min, f_z en mm/dent et n en tr/min.
On fraise avec une fraise de $Z = 4$ dents, une avance $f_z = 0{,}1$ mm/dent et $n = 1\,500$ tr/min.

1. Calculer la vitesse d'avance V_f.
2. Pour la même fraise et la même fréquence, quelle avance f_z faut-il pour atteindre $V_f = 1\,200$ mm/min ? (isoler f_z)

Corrigé

1. $V_f = 0{,}1 \times 4 \times 1\,500 = 600$ mm/min.
2. $f_z = \dfrac{V_f}{Z \times n} = \dfrac{1\,200}{4 \times 1\,500} = \dfrac{1\,200}{6\,000} = 0{,}2$ mm/dent.

Activité 3 • Section du copeau — MÉCANIQUE

***Outil réinvesti :** application d'une formule, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :** S7.2.2 — paramètres de coupe (section du copeau)*

En tournage, la section du copeau enlevé à chaque tour vaut $S = a_p \times f$, où a_p est la profondeur de passe (en mm) et f l'avance par tour (en mm/tr).
On usine avec $a_p = 2$ mm et $f = 0{,}3$ mm/tr.

1. Calculer la section S du copeau (en mm^2).
2. Pour la même avance f, à quelle profondeur de passe a_p faut-il aller pour doubler la section du copeau ? (isoler a_p)

Corrigé

1. $S = 2 \times 0{,}3 = 0{,}6$ mm^2.
2. Section doublée : $S' = 2 \times 0{,}6 = 1{,}2$ mm^2, donc $a_p = \dfrac{S'}{f} = \dfrac{1{,}2}{0{,}3} = 4$ mm.

Activité 4 • Conversion d'une vitesse d'avance — MÉCANIQUE

***Outil réinvesti :** conversion d'unités composées, puissances de 10* ***Lien référentiel :** S7.4 — caractéristiques des machines de production*

La vitesse d'avance d'une machine est affichée en $V_f = 1\,500$ mm/min. On veut la convertir en m/s pour la comparer à d'autres données de la documentation.

1. Exprimer 1 mm en mètres sous la forme d'une puissance de 10, puis 1 min en secondes.
2. En déduire à quoi correspond 1 mm/min en m/s.
3. Convertir $V_f = 1\,500$ mm/min en m/s.

Corrigé

1. 1 mm $= 10^{-3}$ m ; 1 min $= 60$ s.
2. 1 mm/min $= \dfrac{10^{-3}\text{ m}}{60\text{ s}} = \dfrac{10^{-3}}{60}$ m/s $\approx 1{,}67 \times 10^{-5}$ m/s.
3. $V_f = 1\,500 \times \dfrac{10^{-3}}{60} = \dfrac{1{,}5}{60} = 0{,}025$ m/s.

Activité 5 • Puissance électrique d'un récepteur — PHYSIQUE APPLIQUÉE

***Outil réinvesti :** application d'une formule, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :** S15 — Électricité (puissance et énergie)*

La puissance électrique d'un récepteur en courant continu est $P = U \times I$, avec U la tension (en volts) et I l'intensité (en ampères).

1. Un moteur est alimenté sous $U = 24$ V avec un courant $I = 5$ A. Calculer sa puissance électrique P.
2. On veut limiter la puissance à $P = 96$ W sous la même tension. Quelle intensité ne faut-il pas dépasser ? (isoler I)

Corrigé

1. $P = 24 \times 5 = 120$ W.
2. $I = \dfrac{P}{U} = \dfrac{96}{24} = 4$ A.

Activité 6 • Pression au fond d'un réservoir

PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *application d'une formule, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :*** *S15 — Statique des fluides*

Le principe fondamental de l'hydrostatique donne la différence de pression $\Delta P = \rho \times g \times h$, avec ρ la masse volumique du fluide, g l'intensité de la pesanteur et h la profondeur. Pour l'eau : $\rho = 1\,000$ kg/m^3 et $g \approx 10$ N/kg.

1. Calculer la différence de pression ΔP à une profondeur $h = 3$ m (résultat en pascals).
2. À quelle profondeur h la différence de pression atteint-elle 50 000 Pa ? (isoler h)

Corrigé

1. $\Delta P = 1\,000 \times 10 \times 3 = 30\,000$ Pa.
2. $h = \dfrac{\Delta P}{\rho\, g} = \dfrac{50\,000}{1\,000 \times 10} = 5$ m.

Chapitre 2

Semaine 2 : Proportionnalité et géométrie de base

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPRP, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

Rappel mathématique

Cette deuxième semaine consolide les outils qui interviennent dans presque tous les calculs métier : reconnaître une situation de proportionnalité et l'exploiter, manier les pourcentages dans les deux sens, lire une échelle, et appliquer correctement les formules d'aires et de volumes usuels.

§1. Proportionnalité

Définition – deux grandeurs proportionnelles

Deux grandeurs x et y sont *proportionnelles* si le rapport $\dfrac{y}{x}$ est constant. Ce rapport est appelé **coefficient de proportionnalité**, noté k : $y = k \times x$.

Exemple – Le prix à payer pour de l'essence est proportionnel au volume servi : si 20 *L coûtent* 34 *€, alors* $k = \dfrac{34}{20} = 1{,}70$ *€/L.*

Propriété – produit en croix

Si quatre nombres a, b, c, d (avec b et d non nuls) vérifient $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$, alors $a \times d = b \times c$. On peut isoler n'importe laquelle des quatre grandeurs si l'on connaît les trois autres.

Exemple – Si $\dfrac{a}{3} = \dfrac{20}{12}$, *alors* $a \times 12 = 3 \times 20$, *soit* $a = \dfrac{60}{12} = 5$.

Point de vigilance. Avant d'appliquer le produit en croix, il faut s'assurer que la situation est bien proportionnelle. Par exemple, l'âge et la taille d'un enfant ne le sont pas.

§2. Pourcentages

Définition – pourcentage

Un pourcentage $p\,\%$ représente la fraction $\dfrac{p}{100}$. Calculer $p\,\%$ d'une quantité Q, c'est calculer $\dfrac{p}{100} \times Q$.

Exemple – 30 % de 250 € vaut $\dfrac{30}{100} \times 250 = 75$ *€.*

Méthode – augmentation et diminution

Augmenter une quantité de $p\,\%$ revient à la multiplier par $\left(1 + \dfrac{p}{100}\right)$.
Diminuer une quantité de $p\,\%$ revient à la multiplier par $\left(1 - \dfrac{p}{100}\right)$.

Exemple – Un prix de 80 € subit une hausse de 15 % : nouveau prix $= 80 \times 1{,}15 = 92$ *€.*
Une remise de 20 % sur 80 € : prix soldé $= 80 \times 0{,}80 = 64$ *€.*

Point de vigilance. Une hausse de 20 % suivie d'une baisse de 20 % ne ramène pas au prix initial : $100 \times 1{,}20 \times 0{,}80 = 96$, pas 100.

§3. Échelles

Définition – échelle

Sur un plan ou une carte, l'*échelle* est le rapport entre une longueur sur le plan et la longueur réelle correspondante, exprimées dans la même unité :

$$\text{échelle} = \frac{\text{longueur sur le plan}}{\text{longueur réelle}}.$$

Une échelle s'écrit souvent sous la forme $1 : n$ (un sur n). Avec une échelle $1 : 50$, 1 cm sur le plan représente 50 cm en réalité ; ou encore, 1 mm sur le plan représente 50 mm.

Exemple – Sur un plan à l'échelle $1 : 100$*, un mur mesure 4 cm. Sa longueur réelle est* $4 \times 100 = 400$ *cm* $= 4$ *m.*

§4. Aires usuelles

Propriété – formules d'aires

Rectangle de longueur L et largeur ℓ : $S = L \times \ell$.
Triangle de base b et hauteur h : $S = \dfrac{b \times h}{2}$.
Disque de rayon r : $S = \pi r^2$. Circonférence (périmètre) : $\mathcal{P} = 2\pi r$.

Exemple – Disque de rayon $r = 5$ *cm :* $S = \pi \times 5^2 = 25\pi \approx 78{,}5$ *cm*^{2}.

Conversions d'aires. Pour passer d'une unité d'aire à une autre, on convertit la dimension linéaire correspondante et on élève au carré (voir semaine 1, §3).

§5. Volumes usuels

Propriété – formules de volumes

Parallélépipède rectangle de longueur L, largeur ℓ, hauteur h : $V = L \times \ell \times h$.
Cylindre de rayon r et hauteur h : $V = \pi r^2 h$.
Sphère de rayon r : $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$.

Exemple – Cylindre de rayon $r = 2$ *cm et hauteur* $h = 10$ *cm :* $V = \pi \times 2^2 \times 10 = 40\pi \approx 125{,}7$ *cm*^{3}.

Conversions de volumes. Pour passer d'une unité de volume à une autre, on convertit la dimension linéaire et on élève au cube (voir semaine 1, §3).

Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Quatre stylos coûtent 6 €. En supposant la proportionnalité, calculer le prix de 10 stylos, puis combien on peut en acheter avec 21 €.

Corrigé

Coefficient : $\dfrac{6}{4} = 1{,}5$ €/stylo. Prix de 10 stylos : $10 \times 1{,}5 = 15$ €. Nombre de stylos avec 21 € : $\dfrac{21}{1{,}5} = 14$.

Exercice 2

Une voiture parcourt 180 km en 2 h à vitesse constante. Calculer la distance parcourue en 3 h 30 min (avec produit en croix).

Corrigé

3 h 30 min = 3,5 h.
$\dfrac{180}{2} = \dfrac{d}{3{,}5}$, donc $d = \dfrac{180 \times 3{,}5}{2} = 315$ km.

Exercice 3

Calculer mentalement (ou en posant le calcul) :

- $25\,\%$ de 200 € ;
- $10\,\%$ de 45 kg ;
- $75\,\%$ de 80 m.

Corrigé

$25\,\%$ de $200 = \dfrac{25}{100} \times 200 = 50$ € ; $10\,\%$ de $45 = 4{,}5$ kg ; $75\,\%$ de $80 = \dfrac{75}{100} \times 80 = 60$ m.

Exercice 4

Un article coûte 120 €. Calculer son nouveau prix après :

- une augmentation de 15 % ;
- une remise de 30 %.

Corrigé

Nouveau prix après hausse : $120 \times 1{,}15 = 138$ €.
Nouveau prix après remise : $120 \times 0{,}70 = 84$ €.

Exercice 5

Sur un plan à l'échelle 1 : 50, une pièce mesure 8 cm de long et 6 cm de large. Calculer ses dimensions réelles, en mètres.

Corrigé

Longueur réelle : $8 \times 50 = 400$ cm $= 4$ m.
Largeur réelle : $6 \times 50 = 300$ cm $= 3$ m.

Exercice 6

Calculer l'aire des figures suivantes.

- Rectangle de longueur 12 cm et largeur 5 cm.
- Triangle de base 8 cm et hauteur 6 cm.
- Disque de rayon 4 cm (valeur exacte, puis approchée au dixième).

Corrigé

Rectangle : $12 \times 5 = 60$ cm^2.
Triangle : $\dfrac{8 \times 6}{2} = 24$ cm^2.
Disque : $\pi \times 4^2 = 16\,\pi \approx 50{,}3$ cm^2.

Exercice 7

Calculer le volume des solides suivants.

- Parallélépipède rectangle de dimensions 10 cm × 6 cm × 4 cm.
- Cylindre de rayon 3 cm et hauteur 10 cm (valeur exacte puis approchée).

Corrigé

Parallélépipède : $10 \times 6 \times 4 = 240$ cm^3.
Cylindre : $\pi \times 3^2 \times 10 = 90\,\pi \approx 282{,}7$ cm^3.

Exercice 8

Un disque de rayon r a une aire de $S = 100\,\pi$ cm^2. Calculer la valeur de r.

Corrigé

$\pi\, r^2 = 100\,\pi \Rightarrow r^2 = 100 \Rightarrow r = 10$ cm.

Pour aller plus loin

Exercice 9

Le prix d'un produit augmente de 20 %, puis baisse de 20 %. Le prix de départ étant de 100 €, calculer le prix final. Que constate-t-on ?

Corrigé

Prix après hausse : $100 \times 1{,}20 = 120$ €.
Prix après baisse : $120 \times 0{,}80 = 96$ €.
Le prix final est inférieur au prix initial : une hausse puis une baisse de même pourcentage ne ramènent pas au prix de départ.

Exercice 10

Sur un plan à l'échelle 1 : 200, on mesure 35 mm entre deux points. Quelle est la distance réelle correspondante, en mètres ?

Corrigé

Distance réelle $= 35 \times 200 = 7\,000$ mm $= 7$ m.

Exercice 11

Un cylindre a une hauteur $h = 20$ cm et un volume $V = 500\,\pi$ cm^3. Calculer son rayon r.

Corrigé

$$\pi\, r^2\, h = 500\,\pi \Rightarrow r^2 = \frac{500}{h} = \frac{500}{20} = 25 \Rightarrow r = 5 \text{ cm}.$$

Exercice 12

Un terrain rectangulaire mesure 30 m de long et 20 m de large.

- Calculer son aire en mètres carrés.
- Sur un plan à l'échelle 1 : 500, quelles sont les dimensions du terrain sur le plan, en centimètres ?

Corrigé

Aire : $30 \times 20 = 600$ m^2.
Sur le plan : longueur $= \dfrac{30\,\text{m}}{500} = \dfrac{3\,000\,\text{cm}}{500} = 6$ cm ; largeur $= 4$ cm.

Activités d'application

Activité 1 • Proportionnalité entre vitesse de coupe et fréquence — MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *proportionnalité, tableau de valeurs* ***Lien référentiel :*** *S7.2.2 — paramètres de coupe*

Pour un diamètre D fixé, la relation $V_c = \dfrac{\pi \times D \times n}{1\,000}$ devient une relation de proportionnalité entre V_c et n : doubler n double V_c. On tourne un arbre de diamètre $D = 100$ mm.

1. Compléter le tableau de V_c pour $n = 0,\ 500,\ 1\,000,\ 1\,500,\ 2\,000$ tr/min (résultats arrondis au dixième).
2. Calculer le rapport V_c/n pour les valeurs non nulles. Que constate-t-on ?
3. Quelle fréquence n donne $V_c = 314{,}2$ m/min ?

Corrigé

Pour $D = 100$ mm, on a $V_c = \dfrac{\pi \times 100 \times n}{1\,000} = \dfrac{\pi}{10}\,n \approx 0{,}314\,n$.

n (tr/min)	0	500	1 000	1 500	2 000
V_c (m/min)	0	157,1	314,2	471,2	628,3

1. Voir le tableau ci-dessus.
2. $V_c/n \approx 0{,}314$ pour toutes les valeurs : le rapport est constant, V_c est proportionnelle à n.
3. $n = V_c/0{,}314 \approx 314{,}2/0{,}314 \approx 1\,000$ tr/min.

Activité 2 • Aire d'une surface à fraiser MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *formule d'aire, conversion mm^2 → cm^2* ***Lien référentiel :*** *lecture de plan, géométrie d'une pièce*

On surface une plaque rectangulaire de longueur $L = 200$ mm et de largeur $l = 80$ mm.

1. Donner la formule de l'aire d'un rectangle, puis calculer l'aire S de la plaque (en mm^2).
2. Exprimer 1 mm en centimètres sous la forme d'une puissance de 10, puis en déduire à quoi est égal 1 mm^2 en cm^2.
3. En déduire S en cm^2.

Corrigé

1. $S = L \times l = 200 \times 80 = 16\,000$ mm^2.
2. 1 mm $= 10^{-1}$ cm, donc 1 mm$^2 = (10^{-1})^2 = 10^{-2}$ cm^2.
3. $S = 16\,000 \times 10^{-2} = 160$ cm^2.

Activité 3 • Volume et masse de matière enlevée MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *volume d'un pavé, conversion mm^3 → cm^3, masse volumique* ***Lien référentiel :*** *S7.2 — enlèvement de matière, devis matière*

En surfaçage, on enlève une couche d'épaisseur a_p sur une surface $L \times l$. Le volume enlevé vaut $V = L \times l \times a_p$. La masse correspondante se déduit de la masse volumique du matériau : $m = \rho \times V$. Pour l'acier, $\rho = 7{,}85$ g/cm^3.

On surface une plaque d'acier avec $L = 100$ mm, $l = 50$ mm et $a_p = 2$ mm.

1. Calculer le volume V de matière enlevée, en mm^3.
2. Exprimer 1 mm en cm sous la forme d'une puissance de 10, puis en déduire à quoi est égal 1 mm^3 en cm^3.
3. En déduire V en cm^3.
4. Calculer la masse m de matière enlevée, en grammes.

Corrigé

1. $V = 100 \times 50 \times 2 = 10\,000$ mm^3.
2. 1 mm $= 10^{-1}$ cm, donc 1 mm$^3 = (10^{-1})^3 = 10^{-3}$ cm^3.
3. $V = 10\,000 \times 10^{-3} = 10$ cm^3.
4. $m = 7{,}85 \times 10 = 78{,}5$ g.

Activité 4 • Temps d'usinage — MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *application d'une formule, isoler une grandeur, conversion min/s* ***Lien référentiel :*** *S9.1.1 — temps de production*

Le temps d'usinage est lié à la longueur à parcourir et à la vitesse d'avance par $t = \dfrac{L}{V_f}$.

Une fraise progresse à $V_f = 500$ mm/min pour usiner une longueur $L = 200$ mm.

1. Calculer le temps d'usinage t, d'abord en minutes, puis en secondes.
2. Pour la même longueur, à quelle vitesse V_f faut-il fraiser pour terminer en 0,2 min ? (isoler V_f)

Corrigé

1. $t = \dfrac{200}{500} = 0{,}4 \text{ min} = 0{,}4 \times 60 = 24 \text{ s}$.
2. $V_f = \dfrac{L}{t} = \dfrac{200}{0{,}2} = 1\,000 \text{ mm/min}$.

Activité 5 • Lecture d'un plan d'usinage à l'échelle — MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *proportionnalité, échelle* ***Lien référentiel :*** *S2.4 — lecture de plan*

Un plan d'usinage est tracé à l'échelle **1:5** : une longueur réelle est cinq fois la longueur correspondante sur le dessin.

1. Écrire la relation entre la longueur réelle et la longueur sur le dessin.
2. Une longueur mesurée de 60 mm sur le plan correspond à quelle longueur réelle ?
3. Une pièce mesure réellement 400 mm. Quelle est sa longueur sur le plan ?

Corrigé

1. Échelle 1:5 $\Rightarrow$ longueur réelle $= 5\times$ longueur sur le dessin.
2. $5 \times 60 = 300$ mm.
3. $400/5 = 80$ mm.

Activité 6 • Identifier un matériau par sa masse volumique — PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *proportionnalité, application de formule, comparaison* ***Lien référentiel :*** *S15 — Matière et matériaux (masse volumique)*

La masse volumique relie la masse m d'un échantillon à son volume V.

1. Écrire la relation entre la masse volumique ρ, la masse m et le volume V.
2. Un échantillon a une masse $m = 270$ g pour un volume $V = 100$ cm^3. Calculer sa masse volumique (en g/cm^3).
3. Sachant que l'aluminium a une masse volumique de 2,7 g/cm^3, de quel matériau s'agit-il probablement ?

Corrigé

1. $\rho = \dfrac{m}{V}$.
2. $\rho = \dfrac{270}{100} = 2{,}7 \text{ g/cm}^3$.
3. Cette valeur correspond à celle de l'aluminium : l'échantillon est probablement en aluminium.

Activité 7 • Loi d'Ohm dans un circuit

PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *proportionnalité, application de formule, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :*** *S15 — Électricité (tension, intensité)*

Dans un conducteur ohmique, la tension U à ses bornes est proportionnelle à l'intensité I qui le traverse : c'est la loi d'Ohm, où R est la résistance (en ohms, Ω).

1. Écrire la loi d'Ohm reliant U, R et I.
2. Pour une résistance $R = 220\ \Omega$ traversée par un courant $I = 0{,}5$ A, calculer la tension U.
3. On applique une tension $U = 24$ V aux bornes d'une résistance $R = 12\ \Omega$. Calculer l'intensité I. (isoler I)

Corrigé

1. $U = R \times I$.
2. $U = 220 \times 0{,}5 = 110$ V.
3. $I = \dfrac{U}{R} = \dfrac{24}{12} = 2$ A.

Chapitre 3

Semaine 3 : Trigonométrie

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPRP, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

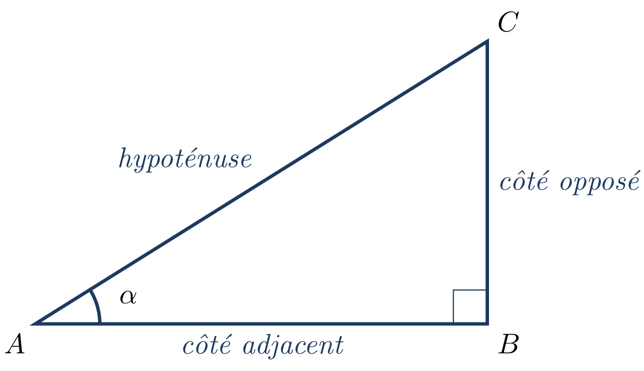
Rappel mathématique

Cette semaine consolide les outils de la trigonométrie du triangle rectangle : théorème de Pythagore, et relations entre les côtés et les angles via sinus, cosinus et tangente. Ces outils sont mobilisés dès qu'on travaille sur une géométrie inclinée, une force décomposée, ou un signal périodique.

§1. Triangle rectangle : vocabulaire

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit est appelé **hypoténuse** ; c'est toujours le côté le plus long. Les deux autres côtés forment les *côtés de l'angle droit*. Pour un angle aigu α donné du triangle, on distingue :

- le **côté opposé** à α : le côté qui ne touche pas α ;
- le **côté adjacent** à α : le côté de l'angle droit qui touche α.



§2. Théorème de Pythagore

Propriété – théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés :

$$(\text{hypoténuse})^2 = (\text{côté } 1)^2 + (\text{côté } 2)^2 .$$

Exemple – Pour un triangle rectangle de côtés $a = 3$, $b = 4$ *: l'hypoténuse vaut* $c = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$.

Réciproque utile. Si l'on connaît l'hypoténuse c et un côté a, on isole l'autre côté : $b = \sqrt{c^2 - a^2}$.

§3. Sinus, cosinus, tangente

Définition – rapports trigonométriques

Pour un angle aigu α d'un triangle rectangle :

$$\sin\alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}, \quad \cos\alpha = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}, \quad \tan\alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}.$$

Moyen mnémotechnique : SOH-CAH-TOA. *Sinus = Opposé / Hypoténuse, Cosinus = Adjacent / Hypoténuse, Tangente = Opposé / Adjacent.*

Exemple – Dans un triangle rectangle avec $\alpha = 30°$, $\sin 30° = 0{,}5$. *Si l'hypoténuse vaut* 10 *cm, le côté opposé vaut* $10 \times 0{,}5 = 5$ *cm.*

§4. Valeurs particulières

Propriété – angles remarquables

Angle α	$30°$	$45°$	$60°$
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

On retient au minimum $\sin 30° = 0{,}5$ et $\cos 60° = 0{,}5$: les autres se retrouvent à la calculatrice.

À la calculatrice. Avant tout calcul de sinus, cosinus ou tangente, vérifier que la calculatrice est bien en mode **degré** (voir l'*Annexe : prise en main de la calculatrice*, §1).

§5. Trouver un angle à partir d'un rapport

Méthode – retrouver un angle (trigonométrie inverse)

Si l'on connaît la valeur d'un rapport trigonométrique et qu'on cherche l'angle correspondant, on utilise les fonctions *inverses* :

$$\alpha = \sin^{-1}(\dots) \quad \text{ou} \quad \alpha = \cos^{-1}(\dots) \quad \text{ou} \quad \alpha = \tan^{-1}(\dots).$$

On les note aussi arcsin, arccos, arctan. La calculatrice y accède par `SHIFT` puis la touche correspondante.

Exemple – Si $\tan\alpha = 0{,}75$, *alors* $\alpha = \tan^{-1}(0{,}75) \approx 36{,}87°$.

Point de vigilance. L'unité du résultat dépend du mode actif. En mode degré, $\tan^{-1}(1) = 45°$; en mode radian, $\tan^{-1}(1) \approx 0{,}785\,4$. **Toujours vérifier le mode** (voir Annexe Calculatrice §8).

Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Un triangle rectangle a des côtés de l'angle droit $a = 6$ cm et $b = 8$ cm. Calculer la longueur de l'hypoténuse.

Corrigé

$c = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$ cm.

Exercice 2

Un triangle rectangle a une hypoténuse $c = 13$ cm et un côté $a = 5$ cm. Calculer la longueur du second côté.

Corrigé

$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ cm.

Exercice 3

Calculer (à la calculatrice, en mode degré) :

$$\sin 30° \,, \quad \cos 60° \,, \quad \tan 45° \,, \quad \sin 90° \,.$$

Corrigé

$\sin 30° = 0{,}5$; $\cos 60° = 0{,}5$; $\tan 45° = 1$; $\sin 90° = 1$.

Exercice 4

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure 10 cm et l'un des angles aigus vaut $\alpha = 30°$. Calculer la longueur du côté opposé à α.

Corrigé

$\sin\alpha = \dfrac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$, donc opposé $= 10 \times \sin 30° = 10 \times 0{,}5 = 5$ cm.

Exercice 5

Dans un triangle rectangle, le côté adjacent à $\alpha = 40°$ mesure 8 cm. Calculer la longueur de l'hypoténuse (résultat arrondi au dixième).

Corrigé

$\cos\alpha = \dfrac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$, donc hypoténuse $= \dfrac{8}{\cos 40°} \approx \dfrac{8}{0{,}766} \approx 10{,}4$ cm.

Exercice 6

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à α mesure 7 cm et le côté adjacent mesure 24 cm. Calculer l'angle α (résultat arrondi au degré).

Corrigé

$\tan\alpha = \dfrac{7}{24} \approx 0{,}292$, donc $\alpha = \tan^{-1}(0{,}292) \approx 16°$.

Exercice 7

Un triangle rectangle a une hypoténuse de 15 cm et un côté opposé à un angle α de 9 cm. Calculer l'angle α (résultat arrondi au degré).

Corrigé

$\sin\alpha = \dfrac{9}{15} = 0{,}6$, donc $\alpha = \sin^{-1}(0{,}6) \approx 37°$.

Exercice 8

Vérifier sur sa calculatrice qu'on est bien en mode degré, en calculant $\sin 90°$. Quel résultat doit-on obtenir ? Et si le mode est radian, que donne le calcul ?

Corrigé

En mode degré : $\sin 90° = 1$ (exactement).
En mode radian : $\sin 90 \approx 0{,}894$ (la calculatrice interprète 90 comme 90 radians). Si l'on obtient ce résultat, c'est qu'il faut basculer en mode degré.

Pour aller plus loin

Exercice 9

Un triangle rectangle a une hypoténuse de longueur c. Démontrer, à partir des définitions, que pour tout angle aigu α de ce triangle on a $(\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$.

Corrigé

Soit a le côté opposé à α, b le côté adjacent. Alors $\sin\alpha = a/c$ et $\cos\alpha = b/c$. Donc

$$(\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2+b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1\,,$$

par le théorème de Pythagore.

Exercice 10

Une échelle est appuyée contre un mur. Elle mesure 5 m et fait un angle de 70° avec le sol. Calculer la hauteur atteinte sur le mur (résultat arrondi au centimètre).

Corrigé

La hauteur est le côté opposé à l'angle 70° ; l'échelle est l'hypoténuse.
Hauteur $= 5 \times \sin 70° \approx 5 \times 0{,}9397 \approx 4{,}70$ m $= 470$ cm.

Exercice 11

Un triangle rectangle a pour côtés 1, $\sqrt{3}$, 2. Identifier l'hypoténuse, puis calculer les trois angles (aidé du tableau des valeurs particulières).

Corrigé

L'hypoténuse est le côté le plus long : 2. On a un angle droit ; les deux autres angles α et β vérifient $\alpha + \beta = 90°$.

$\sin\alpha = \dfrac{1}{2}$ donc $\alpha = 30°$; et donc $\beta = 60°$.

Exercice 12

Dans un triangle rectangle, on connaît $\sin\alpha = 0{,}28$. Calculer α (au degré près), puis $\cos\alpha$ et $\tan\alpha$ (à 10^{-2} près).

Corrigé

$\alpha = \sin^{-1}(0{,}28) \approx 16°$.

$\cos\alpha \approx \cos 16° \approx 0{,}96$; $\quad \tan\alpha \approx \tan 16° \approx 0{,}29$.

Activités d'application

Activité 1 • Diagonale d'une face rectangulaire MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *théorème de Pythagore* ***Lien référentiel :*** *S6.1 — contrôle géométrique d'une pièce*

On contrôle, sur une pièce usinée, la diagonale d'une face rectangulaire de dimensions 30 mm $\times$ 40 mm.

1. Énoncer la relation de Pythagore dans un triangle rectangle d'hypoténuse c et de côtés a et b.
2. Calculer la longueur de la diagonale de la face.

Corrigé

1. $c^2 = a^2 + b^2$.
2. Diagonale $= \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{900 + 1\,600} = \sqrt{2\,500} = 50$ mm.

Activité 2 • Demi-angle au sommet d'un cône d'usinage MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *tangente, angle, isoler* ***Lien référentiel :*** *S2.4 — géométrie d'usinage, lecture de plan*

Un cône à tourner relie un grand diamètre $D_1 = 80$ mm à un petit diamètre $D_2 = 60$ mm, sur une longueur $L = 10$ mm. Le demi-angle au sommet α est l'angle du triangle rectangle dont le côté opposé est la **demi-différence de rayon** et le côté adjacent est L.

1. Calculer la demi-différence de rayon $\Delta r = (D_1 - D_2)/2$.
2. Rappeler la définition de $\tan\alpha$ dans un triangle rectangle.
3. Calculer $\tan\alpha$, puis en déduire l'angle α.

Corrigé

1. $\Delta r = \dfrac{80 - 60}{2} = 10$ mm.
2. $\tan\alpha = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$.
3. $\tan\alpha = \dfrac{\Delta r}{L} = \dfrac{10}{10} = 1$, donc $\alpha = 45°$.

Activité 3 • Profondeur d'une rainure en V MÉCANIQUE

***Outil réinvesti :** tangente, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :** S7.2.2 — géométrie d'outil et de rainure*

Une rainure en V usinée a un angle au sommet de 90° (donc un demi-angle de 45°) et une largeur en surface de 40 mm. La profondeur h et la demi-largeur (20 mm) forment un triangle rectangle dont l'angle vaut 45°.

1. Exprimer $\tan 45°$ en fonction de la demi-largeur et de la profondeur h.
2. En déduire la profondeur h. (isoler h)

Corrigé

1. $\tan 45° = \dfrac{\text{demi-largeur}}{h} = \dfrac{20}{h}$.
2. Or $\tan 45° = 1$, donc $\dfrac{20}{h} = 1$, ce qui donne $h = 20$ mm.

Activité 4 • Longueur d'un outil incliné pour atteindre une profondeur donnée MÉCANIQUE

***Outil réinvesti :** sinus, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :** S5.3 — géométrie de l'outil et du porte-outil*

Un outil de coupe progresse selon un axe incliné à $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale. Pour atteindre une profondeur verticale $h = 10$ mm, l'outil doit parcourir une distance L *le long de son axe.*

1. Exprimer $\sin\alpha$ en fonction de la profondeur h et de la longueur L.
2. En déduire L. (isoler L)

Corrigé

1. $\sin\alpha = \dfrac{h}{L}$ (h est le côté opposé à l'angle, L l'hypoténuse).
2. $L = \dfrac{h}{\sin\alpha} = \dfrac{10}{\sin 30°} = \dfrac{10}{0{,}5} = 20$ mm.

Activité 5 • Réfraction de la lumière PHYSIQUE APPLIQUÉE

***Outil réinvesti :** sinus, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :** S15 — Optique (principe des fibres optiques)*

Lorsqu'un rayon lumineux passe de l'air dans le verre, il est dévié selon la loi de la réfraction (Snell–Descartes), que l'on donne : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$. Ici l'air a un indice $n_1 = 1$, le verre $n_2 = 1{,}5$, et le rayon arrive avec un angle d'incidence $i_1 = 30°$.

1. À partir de la loi de la réfraction, exprimer $\sin i_2$. (isoler $\sin i_2$)

2. Calculer $\sin i_2$, puis en déduire l'angle de réfraction i_2.

Corrigé

1. $\sin i_2 = \dfrac{n_1 \sin i_1}{n_2}$.
2. $\sin i_2 = \dfrac{1 \times \sin 30°}{1{,}5} = \dfrac{0{,}5}{1{,}5} \approx 0{,}333$, donc $i_2 \approx 19{,}5°$. Le rayon se rapproche de la normale en entrant dans le verre.

Activité 6 • Valeur instantanée d'une tension sinusoïdale PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *sinus* ***Lien référentiel :*** *S15 — Électricité (grandeurs alternatives)*

Une tension alternative suit le modèle $u = U_{\max} \sin\theta$, où $U_{\max}$ est la tension de crête et θ l'angle (en degrés). On donne $U_{\max} = 325$ V.

1. Calculer la valeur de la tension u pour $\theta = 30°$.
2. Calculer u pour $\theta = 90°$. Que représente cette valeur ?

Corrigé

1. $u = 325 \times \sin 30° = 325 \times 0{,}5 = 162{,}5$ V.
2. $u = 325 \times \sin 90° = 325 \times 1 = 325$ V : c'est la valeur maximale (tension de crête).

Chapitre 4

Semaine 4 : Vecteurs

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPRP, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

Rappel mathématique

Cette semaine consolide les outils sur les vecteurs : représentation graphique, composantes, addition, et calcul de la norme. Ces outils sont mobilisés dès qu'on travaille sur des forces, des vitesses, des courants ou des grandeurs alternatives représentés vectoriellement.

§1. Vecteur, composantes

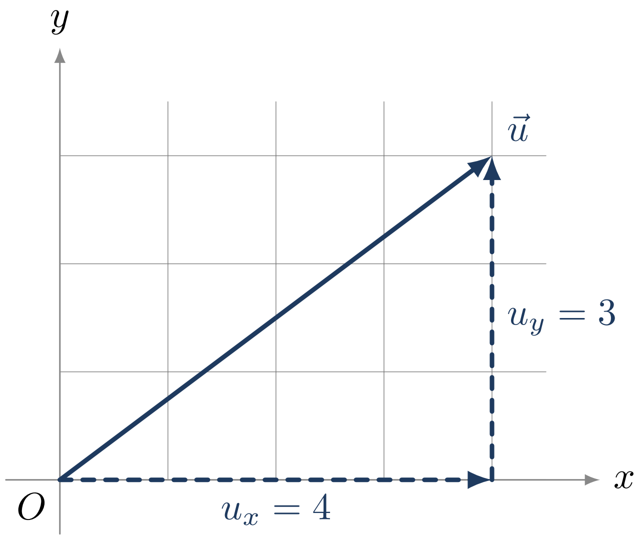
Définition – vecteur

Un vecteur, noté $\overrightarrow{u}$ ou $\overrightarrow{AB}$, est caractérisé par trois éléments : une **direction** (la droite qui le porte), un **sens** (de A vers B), et une **norme** (sa longueur), notée $\|\overrightarrow{u}\|$ ou $\|\overrightarrow{AB}\|$.

Définition – composantes d'un vecteur

Dans un repère orthonormé du plan, un vecteur $\overrightarrow{u}$ est décrit par ses *composantes* $(x\,;\,y)$, où x est son déplacement horizontal et y son déplacement vertical.

Exemple – Si $A(1\,;\,2)$ *et* $B(4\,;\,6)$, *alors* $\overrightarrow{AB} = (4-1\,;\,6-2) = (3\,;\,4)$.



§2. Norme d'un vecteur

Propriété – norme

La norme d'un vecteur de composantes $(x\,;\,y)$ vaut

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2+y^2}\,.$$

C'est la longueur du vecteur, calculée par le théorème de Pythagore.

Exemple – Pour $\vec{u} = (3\,;\,4)$ *:* $\|\vec{u}\| = \sqrt{3^2+4^2} = 5$.

§3. Somme de vecteurs

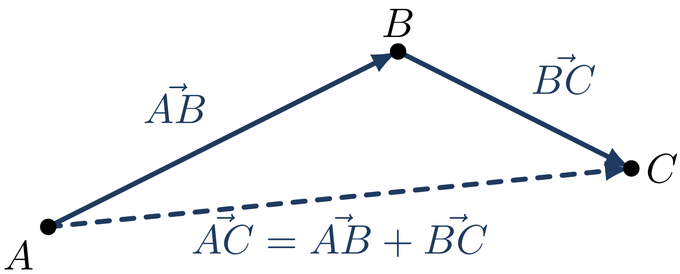
Propriété – somme par composantes

Pour additionner deux vecteurs, on additionne les composantes de même nature :

$$\vec{u_1} = (x_1\,;\,y_1)\,,\quad \vec{u_2} = (x_2\,;\,y_2)\,,\quad \vec{u_1}+\vec{u_2} = (x_1+x_2\,;\,y_1+y_2)\,.$$

Exemple – Si $\vec{u_1} = (3\,;\,0)$ *et* $\vec{u_2} = (0\,;\,4)$*, alors* $\vec{u_1}+\vec{u_2} = (3\,;\,4)$*, de norme* 5.

Représentation graphique. On place les vecteurs bout à bout (origine du second sur l'extrémité du premier) ; la somme va de l'origine du premier à l'extrémité du second. C'est la *relation de Chasles* : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.



§4. Direction d'un vecteur

Méthode – angle d'un vecteur avec l'axe horizontal

Pour un vecteur $\overrightarrow{u} = (x\,;\,y)$ avec $x > 0$, l'angle θ qu'il fait avec l'axe horizontal se calcule par

$$\tan\theta = \frac{y}{x}, \quad \text{donc} \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right).$$

Exemple – Pour $\overrightarrow{u} = (3\,;\,4)$ *:* $\tan\theta = \frac{4}{3} \approx 1{,}33$*, donc* $\theta \approx 53°$.

À la calculatrice. L'angle est obtenu en mode degré avec la fonction $\tan^{-1}$ (voir Annexe Calculatrice §8).

§5. Vecteurs colinéaires opposés

Quand deux vecteurs ont la même direction mais des sens opposés, leur somme algébrique sur cette direction est leur différence en valeur absolue, et le sens est celui du plus grand.

Exemple – Une force de 50 *N vers le bas et une autre de* 30 *N vers le haut ont pour résultante* $50 - 30 = 20$ *N vers le bas.*

Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Soit $A(2\,;\,3)$ et $B(8\,;\,11)$. Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Corrigé

$\overrightarrow{AB} = (8 - 2\,;\,11 - 3) = (6\,;\,8)$.

Exercice 2

Calculer la norme des vecteurs suivants.

- $\overrightarrow{u_1} = (3\,;\,4)$
- $\overrightarrow{u_2} = (5\,;\,12)$
- $\overrightarrow{u_3} = (-6\,;\,8)$

Corrigé

$\|\overrightarrow{u_1}\| = \sqrt{9+16} = 5$; $\|\overrightarrow{u_2}\| = \sqrt{25+144} = 13$; $\|\overrightarrow{u_3}\| = \sqrt{36+64} = 10$.

Exercice 3

Calculer la somme $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ pour les vecteurs suivants.

- $\overrightarrow{u} = (2\,;\,5)$, $\overrightarrow{v} = (3\,;\,-1)$;
- $\overrightarrow{u} = (-4\,;\,7)$, $\overrightarrow{v} = (4\,;\,-2)$.

Corrigé

$\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} = (2+3\,;\,5-1) = (5\,;\,4)$.
$\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} = (-4+4\,;\,7-2) = (0\,;\,5)$.

Exercice 4

On donne $\overrightarrow{u_1} = (3\,;\,0)$ et $\overrightarrow{u_2} = (0\,;\,4)$. Calculer les composantes de la somme $\overrightarrow{S} = \overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{u_2}$, puis sa norme.

Corrigé

$\overrightarrow{S} = (3\,;\,4)$; $\|\overrightarrow{S}\| = \sqrt{9+16} = 5$.

Exercice 5

Soit le vecteur $\overrightarrow{u} = (6\,;\,8)$. Calculer l'angle θ qu'il fait avec l'axe horizontal (résultat arrondi au degré).

Corrigé

$\tan\theta = \dfrac{8}{6} \approx 1{,}33$, donc $\theta = \tan^{-1}(1{,}33) \approx 53°$.

Exercice 6

Soit le vecteur $\overrightarrow{u} = (5\,;\,12)$. Calculer sa norme et l'angle qu'il fait avec l'axe horizontal.

Corrigé

$\|\overrightarrow{u}\| = \sqrt{25+144} = 13$.
$\tan\theta = \dfrac{12}{5} = 2{,}4$, donc $\theta \approx 67{,}4°$.

Exercice 7

Deux forces colinéaires de sens opposés s'appliquent sur un objet : $F_1 = 80$ N vers la droite et $F_2 = 50$ N vers la gauche. Calculer la valeur et le sens de la force résultante.

Corrigé

Résultante $= 80 - 50 = 30$ N, dirigée vers la droite (sens de la plus grande des deux forces).

Exercice 8

Sur un schéma, $A(1\,;\,1)$, $B(4\,;\,5)$, $C(9\,;\,5)$. Calculer les composantes de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$. Vérifier la relation $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Corrigé

$\overrightarrow{AB} = (3\,;\,4)$; $\overrightarrow{BC} = (5\,;\,0)$; $\overrightarrow{AC} = (8\,;\,4)$.
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (3+5\,;\,4+0) = (8\,;\,4) = \overrightarrow{AC}$. La relation est vérifiée.

Pour aller plus loin

Exercice 9

Un objet est soumis à deux forces perpendiculaires : $F_1 = 12$ N horizontalement et $F_2 = 5$ N verticalement. Calculer la valeur et la direction (angle avec l'horizontale) de la force résultante.

Corrigé

$\|\overrightarrow{F}\| = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$ N.
$\tan\theta = \dfrac{5}{12} \approx 0{,}417$, donc $\theta \approx 22{,}6°$.

Exercice 10

Soient $\overrightarrow{u} = (4\,;\,3)$ et $\overrightarrow{v} = (-1\,;\,2)$. Calculer la norme de $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$.

Corrigé

$\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} = (3\,;\,5)$, donc $\|\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\| = \sqrt{9+25} = \sqrt{34} \approx 5{,}83$.

Exercice 11

Un vecteur $\overrightarrow{u}$ a une norme $\|\overrightarrow{u}\| = 10$ et fait un angle $\theta = 30°$ avec l'axe horizontal. Calculer ses composantes x et y (rappel : $x = \|\overrightarrow{u}\|\cos\theta$, $y = \|\overrightarrow{u}\|\sin\theta$).

Corrigé

$x = 10 \times \cos 30° \approx 10 \times 0{,}866 \approx 8{,}66$.
$y = 10 \times \sin 30° = 10 \times 0{,}5 = 5$.
Donc $\overrightarrow{u} \approx (8{,}66\,;\,5)$.

Exercice 12

Deux vecteurs $\overrightarrow{u_1}$ et $\overrightarrow{u_2}$ ont pour composantes $(2\,;\,3)$ et $(5\,;\,-1)$ respectivement. Calculer les composantes de $\overrightarrow{u_1} - \overrightarrow{u_2}$ (rappel : $-\overrightarrow{u_2}$ a pour composantes $(-x_2\,;\,-y_2)$).

Corrigé

$\overrightarrow{u_1} - \overrightarrow{u_2} = (2-5\,;\,3-(-1)) = (-3\,;\,4)$.
Norme : $\sqrt{9+16} = 5$.

Activités d'application

Activité 1 • Résultante des composantes d'un effort de coupe MÉCANIQUE

***Outil réinvesti :** somme de vecteurs, norme* ***Lien référentiel :** S7.2.2 — efforts de coupe*

Au cours d'une opération de tournage, l'effort exercé sur la pointe de l'outil se décompose, dans le plan de la coupe, en une composante tangentielle F_c (effort principal) et une composante d'avance F_f. On les donne par leurs composantes : $\overrightarrow{F_c} = (300\,;\,0)$ N et $\overrightarrow{F_f} = (0\,;\,400)$ N.

1. Donner les composantes de la résultante $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{F_c} + \overrightarrow{F_f}$.
2. Calculer la norme de $\overrightarrow{R}$.

Corrigé

1. $\overrightarrow{R} = (300 + 0\,;\, 0 + 400) = (300\,;\, 400)$ N.
2. $\|\overrightarrow{R}\| = \sqrt{300^2 + 400^2} = \sqrt{250\,000} = 500$ N.

Activité 2 • Moment de serrage d'un mandrin MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *produit, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :*** *S5.3 — porte-outils et mandrins, S3.4 — moment d'une force*

Le moment d'une force par rapport à un axe est $M = F \times d$, où d est le bras de levier. On serre un mandrin en exerçant une force $F = 150$ N sur une clé, à une distance $d = 0{,}2$ m de l'axe du mandrin.

1. Calculer le moment de serrage M (en N·m).
2. On veut un moment $M = 45$ N · m avec la même force. Quel bras de levier d faut-il ? (isoler d)

Corrigé

1. $M = 150 \times 0{,}2 = 30$ N · m.
2. $d = \dfrac{M}{F} = \dfrac{45}{150} = 0{,}3$ m.

Activité 3 • Vecteur défini par deux points (programmation d'une trajectoire) MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *composantes, norme* ***Lien référentiel :*** *S2.4 — lecture de plan, S8.3 — CFAO*

Sur un plan d'usinage, deux points sont repérés par leurs coordonnées (en mm) : un point de référence $A(10\,;\,20)$ et un point à percer $B(40\,;\,60)$.

1. Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}$ (rappel : $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A\,;\, y_B - y_A)$).
2. Calculer la norme de $\overrightarrow{AB}$, c'est-à-dire la distance entre les deux points.

Corrigé

1. $\overrightarrow{AB} = (40 - 10\,;\, 60 - 20) = (30\,;\, 40)$.
2. $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{2\,500} = 50$ mm.

Activité 4 • Vecteur vitesse d'avance d'un outil deux axes MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *norme, direction* ***Lien référentiel :*** *S11.1 — cinématiques de machines, machines multiaxes*

Sur une machine à commande numérique, un outil avance simultanément suivant deux axes. Sa vitesse a pour composantes $v_x = 600$ mm/min et $v_y = 800$ mm/min.

1. Calculer la norme du vecteur vitesse d'avance (la vitesse résultante de l'outil).
2. Déterminer l'angle θ que fait le vecteur avec l'axe X ($\tan\theta = v_y/v_x$).

Corrigé

1. $\|\overrightarrow{v}\| = \sqrt{600^2 + 800^2} = \sqrt{1\,000\,000} = 1\,000$ mm/min.
2. $\tan\theta = \dfrac{800}{600} \approx 1{,}33$, donc $\theta \approx 53°$.

Activité 5 • Composition de deux vitesses — PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *somme de vecteurs, norme* ***Lien référentiel :*** *S15 — composition des vitesses*

Un nageur traverse une rivière. Il nage à 4 m/s perpendiculairement à la berge, tandis que le courant l'emporte à 3 m/s le long de la rivière. Sa vitesse réelle est la somme (vectorielle) de ces deux vitesses perpendiculaires.

1. Calculer la norme de la vitesse réelle du nageur.
2. Calculer l'angle de sa trajectoire par rapport à la direction où il nage ($\tan\theta = 3/4$).

Corrigé

1. $\|\vec{v}\| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$ m/s.
2. $\tan\theta = \dfrac{3}{4} = 0{,}75$, donc $\theta \approx 37°$: le nageur est dévié par le courant.

Activité 6 • Poussée d'Archimède : forces verticales opposées — PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *somme de vecteurs colinéaires, signe* ***Lien référentiel :*** *S15 — statique des fluides*

Un objet plongé dans l'eau subit deux forces verticales opposées : son poids $P = 50$ N (vers le bas) et la poussée d'Archimède $F_A = 30$ N (vers le haut). La force résultante est leur somme vectorielle ; comme elles sont opposées, on soustrait leurs valeurs.

1. Calculer la valeur de la force résultante et préciser son sens.
2. En déduire si l'objet coule ou remonte.

Corrigé

1. Résultante $= 50 - 30 = 20$ N, dirigée vers le bas (le poids l'emporte).
2. La résultante est vers le bas : l'objet coule.

Chapitre 5

Semaine 5 : Fonctions et lecture graphique

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPRP, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

Rappel mathématique

Cette semaine consolide les outils pour décrire et interpréter une dépendance entre deux grandeurs : fonction linéaire, fonction affine, fonction carré, et lecture graphique. Ces outils permettent de modéliser un grand nombre de situations métier (loi d'Ohm, dilatation, débit, étalonnage de capteur).

§1. Notion de fonction

Définition – fonction

Une fonction f associe à chaque valeur x (la variable) une unique valeur $f(x)$ (l'image de x). La représentation graphique de f est l'ensemble des points de coordonnées $(x\,;\,f(x))$.

Exemple – Pour $f(x) = 2x + 1$, *on a* $f(0) = 1$, $f(3) = 7$, $f(-2) = -3$.

§2. Fonction linéaire

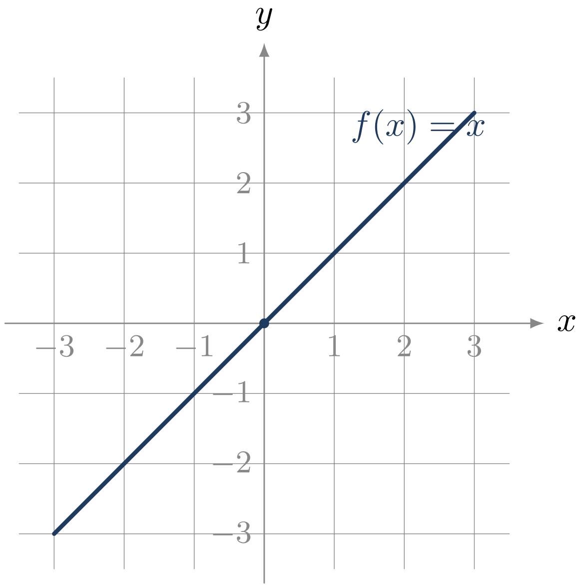
Définition – fonction linéaire

Une fonction linéaire est de la forme $f(x) = k\,x$, où k est un coefficient constant. Sa représentation graphique est une droite passant par l'origine.

Propriété – proportionnalité

Une fonction linéaire $f(x) = k\,x$ traduit une situation de **proportionnalité** entre x et $f(x)$, de coefficient k. Sur la droite, k est le *coefficient directeur* (la pente).

Exemple – Pour la loi d'Ohm $U = R\,I$, *la tension* U *est une fonction linéaire de l'intensité* I, *de pente* R *(la résistance).*



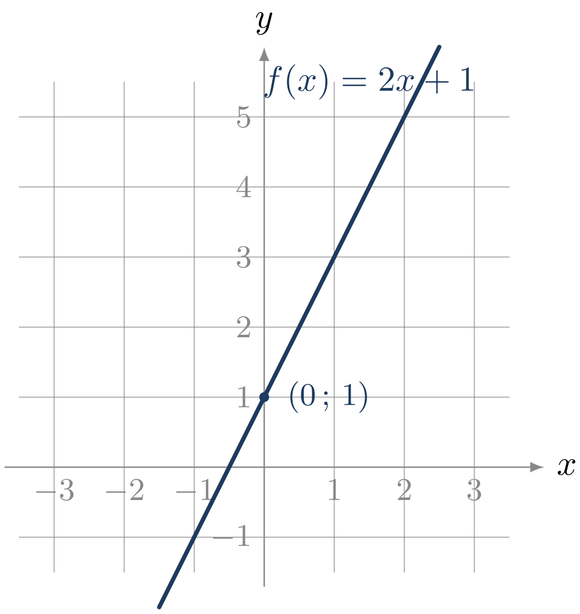
§3. Fonction affine

Définition – fonction affine

Une fonction affine est de la forme $f(x) = a\,x + b$, où a est le coefficient directeur (pente) et b l'ordonnée à l'origine. Sa représentation graphique est une droite, qui passe par le point $(0\,;\,b)$.

Si $b = 0$, la fonction est linéaire ; on retrouve le cas précédent.

Exemple – Pour $f(x) = 3x + 2$ *:* $f(0) = 2$, $f(1) = 5$. *La droite passe par* $(0\,;\,2)$ *et a pour pente* 3.



Méthode – calculer la pente entre deux points

Pour une droite passant par les points $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ (avec $x_A \neq x_B$), la pente vaut

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\,.$$

§4. Fonction carré

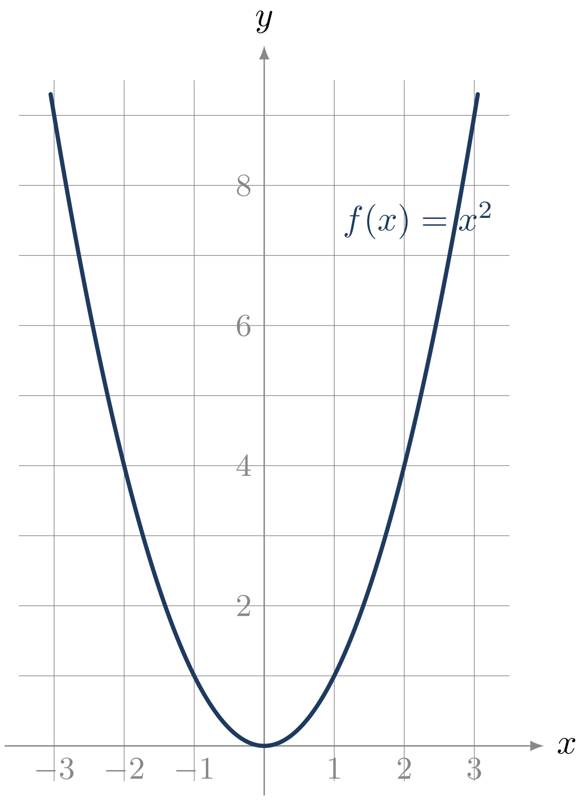
Définition – fonction carré

La fonction carré est définie par $f(x) = x^2$. Pour $a \neq 0$, on appelle parfois ainsi toute fonction de la forme $f(x) = a\,x^2$.

Propriété – effet du carré

Si l'on multiplie la variable par 2, l'image est multipliée par $2^2 = 4$. Plus généralement, multiplier par k multiplie l'image par k^2.

Exemple – Pour $f(x) = x^2$: $f(2) = 4$, $f(4) = 16$ (quatre fois plus pour une variable doublée). C'est la signature visuelle d'une dépendance en carré.



Cas métier. La puissance dissipée par effet Joule $P = R\,I^2$ est une fonction carré de l'intensité : doubler I quadruple la puissance.

§5. Lecture graphique

Méthode – lire une courbe

Pour exploiter une représentation graphique :

- **Image d'une valeur** : pour lire $f(a)$, on repère a sur l'axe des abscisses, on monte verticalement jusqu'à la courbe, puis horizontalement jusqu'à l'axe des ordonnées.
- **Antécédent** : pour trouver les valeurs x telles que $f(x) = c$, on repère c sur l'axe des ordonnées, on va horizontalement jusqu'à la courbe, puis verticalement jusqu'à l'axe des abscisses.
- **Point d'intersection** : entre deux courbes, le point d'intersection donne une valeur de x pour laquelle les deux fonctions prennent la même valeur.

Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Soit la fonction $f(x) = 2x + 5$. Calculer $f(0)$, $f(3)$, $f(-2)$.

Corrigé

$f(0) = 5$; $f(3) = 6 + 5 = 11$; $f(-2) = -4 + 5 = 1$.

Exercice 2

Pour la fonction linéaire $f(x) = 4x$, compléter le tableau et vérifier qu'il s'agit bien d'une situation de proportionnalité.

x	0	1	2	3
$f(x)$				

Corrigé

$f(0) = 0$, $f(1) = 4$, $f(2) = 8$, $f(3) = 12$. Le rapport $f(x)/x$ vaut 4 pour toutes les valeurs non nulles : c'est bien une situation de proportionnalité de coefficient 4.

Exercice 3

Soit la fonction affine $f(x) = 3x - 1$. Calculer $f(0)$, $f(2)$ et $f(4)$. Vérifier ensuite la pente entre les points $(2\,;\,f(2))$ et $(4\,;\,f(4))$.

Corrigé

$f(0) = -1$; $f(2) = 5$; $f(4) = 11$.

Pente $= \dfrac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \dfrac{11 - 5}{2} = 3$. C'est bien le coefficient directeur de la fonction.

Exercice 4

Une droite passe par les points $A(1\,;\,2)$ et $B(5\,;\,10)$. Calculer son coefficient directeur, puis écrire l'équation de la droite $y = a\,x + b$.

Corrigé

$a = \dfrac{10-2}{5-1} = \dfrac{8}{4} = 2.$
On a $y = 2x + b$; en utilisant A : $2 = 2 \times 1 + b$, donc $b = 0$.
Équation : $y = 2x$.

Exercice 5

Soit la fonction carré $f(x) = x^2$. Calculer $f(2)$, $f(4)$, $f(8)$. Si l'on double la variable, par quel facteur l'image est-elle multipliée ?

Corrigé

$f(2) = 4$, $f(4) = 16$, $f(8) = 64$.
Doubler la variable multiplie l'image par 4 (signature du carré).

Exercice 6

Soit la fonction $f(x) = 5\,x^2$. Compléter le tableau de valeurs.

x	0	1	2	3	4
$f(x)$					

Corrigé

$f(0) = 0$, $f(1) = 5$, $f(2) = 20$, $f(3) = 45$, $f(4) = 80$.

Exercice 7

Le tableau de valeurs ci-dessous est-il celui d'une fonction linéaire, affine, ou carré ?

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	3	5	7	9	11

Corrigé

Les valeurs augmentent de 2 à chaque fois (pas constant) : c'est une fonction affine. Pente $a = 2$, et $f(0) = 3$, donc $f(x) = 2x + 3$. Ce n'est pas une fonction linéaire car $f(0) \neq 0$.

Exercice 8

Sur un graphique, la droite représentative d'une fonction f passe par $(0\,;4)$ et $(2\,;0)$. En déduire l'expression de f.

Corrigé

Pente : $a = \dfrac{0-4}{2-0} = -2$.
Ordonnée à l'origine : $b = 4$.
Donc $f(x) = -2x + 4$.

Pour aller plus loin

Exercice 9

Une fonction f vérifie $f(x) = a\,x + b$ avec $f(2) = 7$ et $f(5) = 16$. Déterminer a et b.

Corrigé

$a = \dfrac{16-7}{5-2} = 3$.
$7 = 3 \times 2 + b$, donc $b = 1$.
Donc $f(x) = 3x + 1$.

Exercice 10

Deux droites ont pour équations $y = 2x + 1$ et $y = -x + 4$. Calculer le point d'intersection (résoudre $2x + 1 = -x + 4$).

Corrigé

$2x + 1 = -x + 4 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$.
$y = 2 \times 1 + 1 = 3$ (ou $y = -1 + 4 = 3$).
Point d'intersection : $(1\,;\,3)$.

Exercice 11

Soit $f(x) = x^2$. Pour quelles valeurs de x a-t-on $f(x) = 49$?

Corrigé

$x^2 = 49 \Rightarrow x = 7$ ou $x = -7$ (deux antécédents possibles).

Exercice 12

Lecture graphique. Sur un graphique non fourni ici, on lit que la droite passe par $(1\,;\,3)$ et $(4\,;\,9)$, et la parabole d'équation $y = x^2$ passe (notamment) par $(3\,;\,9)$. La droite et la parabole se coupent en deux points. En partant des équations, calculer les abscisses de ces deux points d'intersection.

Corrigé

Pente de la droite : $a = \dfrac{9-3}{4-1} = 2$. Avec $3 = 2 \times 1 + b$, on a $b = 1$, donc $y = 2x + 1$.
Intersection avec $y = x^2$: $x^2 = 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$.
$\Delta = 4 + 4 = 8$, donc $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$, soit $x \approx 2{,}41$ ou $x \approx -0{,}41$.

Activités d'application

Activité 1 • Position d'un axe d'usinage (fonction affine) — MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *fonction affine, isoler une grandeur* ***Lien référentiel :*** *S11.1 — machines à commande numérique*

Un outil progresse en mode continu sur un axe à vitesse d'avance constante. Sa position suit la loi $L(t) = L_0 + V_f \times t$, où L_0 est la position initiale et V_f la vitesse d'avance. On donne $L_0 = 200$ mm et $V_f = 300$ mm/min.

1. Calculer la position L de l'outil à l'instant $t = 4$ min.

2. À quel instant t l'outil atteint-il la position $L = 2\,000$ mm ? (isoler t)

Corrigé

1. $L = 200 + 300 \times 4 = 200 + 1\,200 = 1\,400$ mm.
2. $2\,000 = 200 + 300\,t \Rightarrow 300\,t = 1\,800 \Rightarrow t = 6$ min.

Activité 2 • Raideur d'un porte-pièce (fonction linéaire) — MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *proportionnalité, fonction linéaire* ***Lien référentiel :*** *S5.2 — conception des porte-pièces*

Dans sa zone de fonctionnement, la déformation d'un porte-pièce est proportionnelle à l'effort de serrage : $F = k \times x$, où k est sa raideur et x la déformation (en mm). On donne $k = 50$ N/mm.

1. Calculer l'effort F pour une déformation $x = 4$ mm.
2. Pour un effort $F = 300$ N, calculer la déformation x. (isoler x)

Corrigé

1. $F = 50 \times 4 = 200$ N.
2. $x = \dfrac{F}{k} = \dfrac{300}{50} = 6$ mm.

Activité 3 • Aire d'une section carrée (fonction carré) — MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *fonction carré, tableau de valeurs* ***Lien référentiel :*** *S2.4 — lecture de plan, sections de brut*

On considère des bruts à section carrée de différents côtés. L'aire de la section dépend du côté a selon $S = a^2$.

1. Compléter le tableau de S pour $a = 0,\ 10,\ 20,\ 30,\ 40$ mm.
2. Si l'on double le côté a, par combien l'aire S est-elle multipliée ? Justifier par la forme de la fonction.

Corrigé

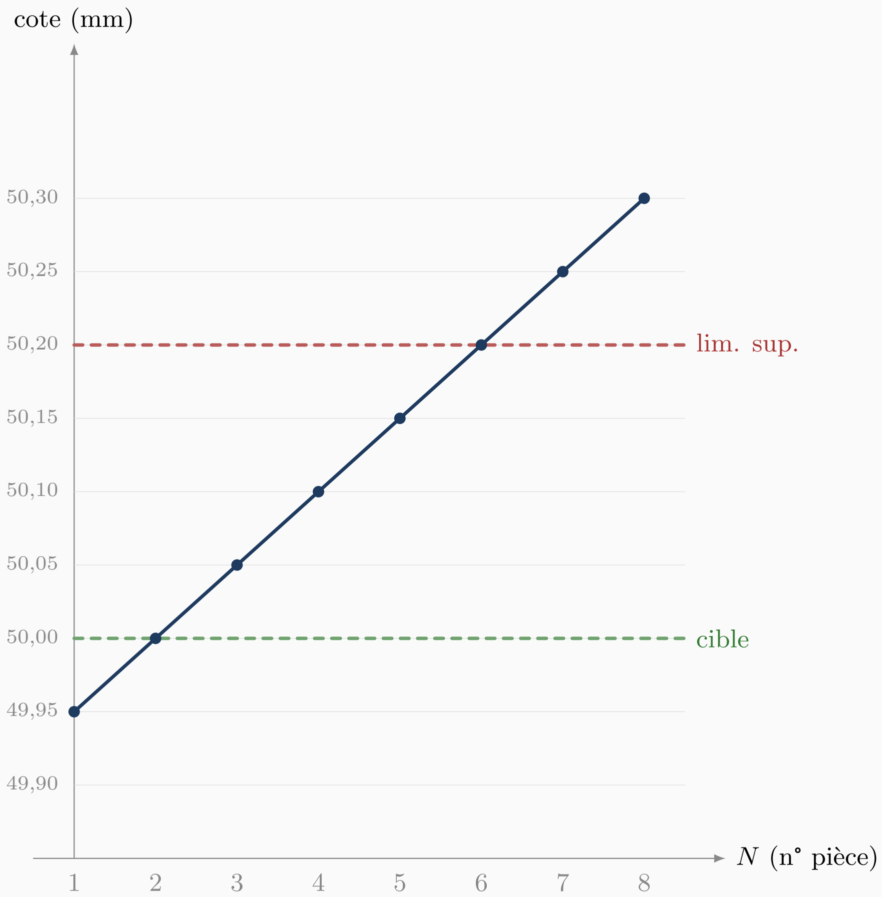
a (mm)	0	10	20	30	40
S (mm^2)	0	100	400	900	1 600

Doubler a multiplie S par $2^2 = 4$ (par exemple de 100 à 400 entre $a = 10$ et $a = 20$) : c'est la signature de la fonction carré.

Activité 4 • Lecture d'une carte de contrôle (dérive d'une cote) — MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *lecture graphique, fonction affine, limites* ***Lien référentiel :*** *S9.4 — cartes de maîtrise du processus*

La carte de contrôle ci-dessous suit la dérive d'une cote au cours d'une production en série. La cote nominale est de 50,00 mm avec une tolérance de $\pm\,0{,}20$ mm (limites 49,80 et 50,20).



1. Lire sur le graphique la cote mesurée pour les pièces $N = 3$ et $N = 8$.
2. À partir de quelle pièce la cote dépasse-t-elle la limite supérieure de tolérance ?
3. La dérive est-elle constante d'une pièce à l'autre ? Si oui, donner sa valeur (en mm par pièce).

Corrigé

1. Pièce 3 : 50,05 mm ; Pièce 8 : 50,30 mm.
2. À partir de la pièce 7 (cote 50,25 > 50,20).
3. Oui, la cote augmente de 0,05 mm à chaque pièce : c'est une dérive linéaire (fonction affine du numéro de pièce), typique d'une usure d'outil.

Activité 5 • Caractéristique d'un conducteur ohmique (fonction linéaire) PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *proportionnalité, lecture de tableau* ***Lien référentiel :*** *S15 — Électricité (tension, intensité)*

On mesure la tension U aux bornes d'une résistance pour différentes intensités I :

I (A)	0	1	2	3
U (V)	0	5	10	15

1. Calculer le rapport U/I pour chaque mesure (sauf la première). Que constate-t-on ?
2. En déduire la valeur de la résistance R (la pente de la droite $U = RI$).

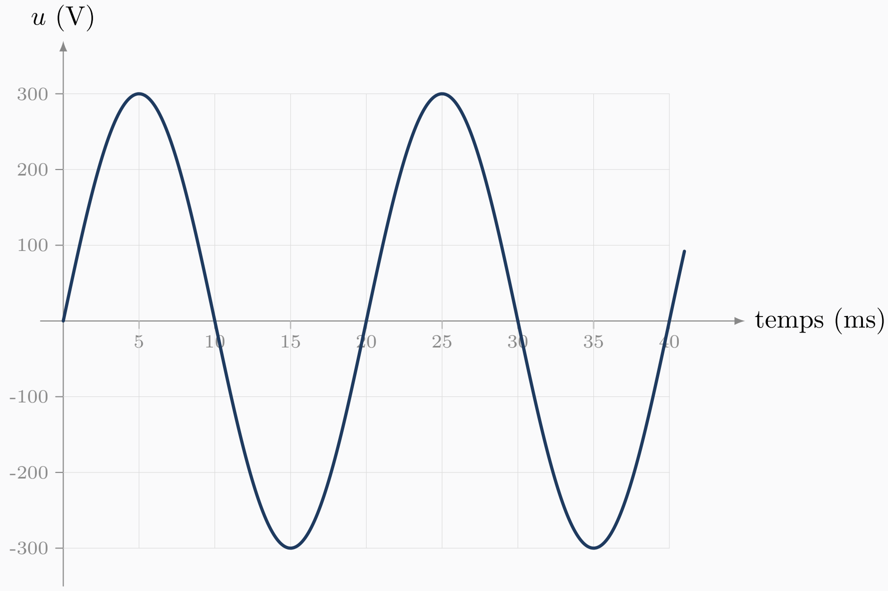
Corrigé

1. $\dfrac{5}{1} = \dfrac{10}{2} = \dfrac{15}{3} = 5$: le rapport est constant, donc U est proportionnelle à I.
2. $R = 5\ \Omega$ (le rapport constant est la pente de la droite).

Activité 6 • Lecture d'un oscillogramme (signal sinusoïdal) PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *lecture graphique, période et fréquence (grandeurs alternatives)* ***Lien référentiel :*** *S15 — Électricité*

L'oscillogramme ci-dessous représente une tension alternative en fonction du temps.



1. Lire l'amplitude (valeur de crête) de la tension.
2. Lire la durée d'un cycle complet (la période T), puis calculer la fréquence f (rappel : $f = 1/T$).

Corrigé

1. La courbe atteint $+300$ V et -300 V : l'amplitude (valeur de crête) est de 300 V.
2. Un cycle complet dure $T = 20$ ms $= 0{,}020$ s, donc $f = \dfrac{1}{0{,}020} = 50$ Hz.

Chapitre 6

Semaine 6 : Dérivation

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPRP, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

Rappel mathématique

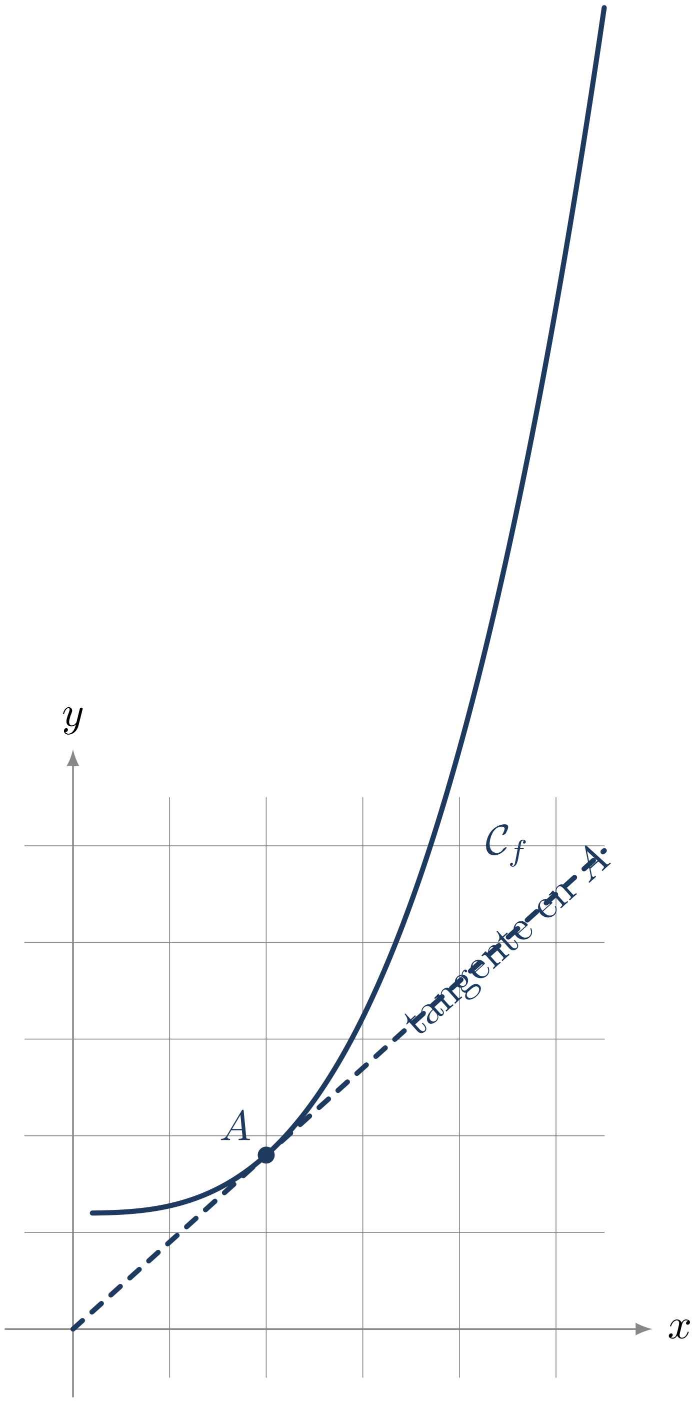
Cette semaine consolide la notion de dérivée d'une fonction et son interprétation comme taux de variation. La dérivation est l'outil de la première année de BTS pour étudier les variations, identifier les extremums et modéliser des grandeurs qui évoluent (vitesse, courant, débit).

§1. Nombre dérivé et tangente

Définition – nombre dérivé

Le *nombre dérivé* d'une fonction f en un point d'abscisse a, noté $f'(a)$, est le **coefficient directeur de la tangente** à la courbe représentative de f au point $(a\,;\,f(a))$.

C'est aussi le *taux de variation instantané* de f en a : il indique à quelle vitesse f change autour de cette valeur.



§2. Fonction dérivée

Définition – fonction dérivée

La fonction dérivée de f, notée f', associe à chaque x son nombre dérivé $f'(x)$ (lorsqu'il existe).

Propriété – dérivées usuelles

$f(x)$	$f'(x)$
k (constante)	0
x	1
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
x^n	$n\,x^{n-1}$

Exemple – *Si* $f(x) = x^5$, *alors* $f'(x) = 5\,x^4$.

§3. Règles de dérivation

Propriété – opérations sur les dérivées

Pour deux fonctions u et v et un réel k :

$$(k\,u)' = k\,u'\,, \quad (u+v)' = u' + v'\,, \quad (u-v)' = u' - v'\,.$$

Ces règles permettent de dériver tous les *polynômes*.

Exemple – *Si* $f(x) = 3x^2 - 5x + 4$, *alors* $f'(x) = 3 \times 2x - 5 \times 1 + 0 = 6x - 5$.

Exemple – *Si* $g(t) = t^2 + 3t$, *alors* $g'(t) = 2t + 3$.

Point de vigilance. La dérivée d'une constante est nulle : pour $f(x) = 4$, on a $f'(x) = 0$, et non 4.

§4. Interprétation : taux de variation

Méthode – interpréter f'

La dérivée $f'(a)$ donne le **taux de variation instantané** de f en a.

- Si $f'(a) > 0$, f est croissante autour de a.
- Si $f'(a) < 0$, f est décroissante autour de a.
- Si $f'(a) = 0$, la courbe a une tangente horizontale en a (souvent un *extremum*).

Exemple – *La position d'un objet mobile est* $x(t)$. *Sa vitesse instantanée est* $v(t) = x'(t)$.

Exemple – *La charge d'un condensateur est* $q(t)$. *Le courant qui le traverse est* $i(t) = q'(t)$.

§5. Optimisation : trouver un extremum

Méthode – rechercher un extremum

Pour trouver les valeurs de x où une fonction f admet un maximum ou un minimum :

1. On calcule $f'(x)$.
2. On résout $f'(x) = 0$.
3. On étudie le signe de $f'(x)$ autour des solutions trouvées pour conclure (minimum ou maximum).

Exemple – *Soit* $C(x) = x^2 - 6x + 10$. *On a* $C'(x) = 2x - 6$.
$C'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$. *Pour* $x < 3$, $C'(x) < 0$ *(décroissante) ; pour* $x > 3$, $C'(x) > 0$ *(croissante). Donc* C *admet un minimum en* $x = 3$, *et* $C(3) = 9 - 18 + 10 = 1$.

Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

- $f(x) = x^2$
- $f(x) = x^3$
- $f(x) = x^4$

Corrigé

$f'(x) = 2x$; $f'(x) = 3x^2$; $f'(x) = 4x^3$.

Exercice 2

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

- $f(x) = 5$
- $f(x) = 3x$
- $f(x) = 7x + 4$

Corrigé

$f'(x) = 0$; $f'(x) = 3$; $f'(x) = 7$.

Exercice 3

Soit $f(x) = 3x^2 - 5x + 4$. Calculer $f'(x)$, puis $f'(2)$.

Corrigé

$f'(x) = 6x - 5$.
$f'(2) = 12 - 5 = 7$.

Exercice 4

Soit $g(t) = 2\,t^2 + 3\,t - 1$. Calculer $g'(t)$, puis $g'(0)$ et $g'(5)$.

Corrigé

$g'(t) = 4t + 3$.
$g'(0) = 3$; $g'(5) = 20 + 3 = 23$.

Exercice 5

Pour la fonction $f(x) = x^2$, calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x = 4$.

Corrigé

$f'(x) = 2x$, donc $f'(4) = 8$. C'est le coefficient directeur de la tangente.

Exercice 6

Soit $f(x) = -x^2 + 4x$. Calculer $f'(x)$, puis résoudre $f'(x) = 0$.

Corrigé

$f'(x) = -2x + 4$.
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Exercice 7

La position d'un objet mobile est donnée par $x(t) = t^2 + 2t$, avec t en secondes et x en mètres. Sa vitesse instantanée est $v(t) = x'(t)$.

- Calculer $v(t)$.
- Calculer la vitesse à $t = 5$ s.

Corrigé

$v(t) = 2t + 2$.
$v(5) = 10 + 2 = 12$ m/s.

Exercice 8

Soit $C(x) = x^2 - 8x + 20$ une fonction de coût. Déterminer la valeur de x qui minimise C, et calculer le coût minimal.

Corrigé

$C'(x) = 2x - 8$.
$C'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4$.
Pour $x < 4$, $C'(x) < 0$ (décroissante) ; pour $x > 4$, $C'(x) > 0$ (croissante). Donc minimum en $x = 4$.
$C(4) = 16 - 32 + 20 = 4$.

Pour aller plus loin

Exercice 9

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$. Calculer $f'(x)$, puis résoudre $f'(x) = 0$.

Corrigé

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$.
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 2$.

Exercice 10

Soit $f(x) = x^2$. Écrire l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x = 3$ (rappel : équation $y = f'(a)(x - a) + f(a)$).

Corrigé

$f(3) = 9$; $f'(x) = 2x$, donc $f'(3) = 6$.
Équation : $y = 6(x-3)+9 = 6x-18+9 = 6x-9$.

Exercice 11

La charge d'un condensateur (en coulombs) suit $q(t) = 0{,}5\,t^2 + 2t$. Calculer le courant $i(t) = q'(t)$ qui le traverse, puis le courant à l'instant $t = 4$ s.

Corrigé

$i(t) = t + 2$.
$i(4) = 4 + 2 = 6$ A.

Exercice 12

Soit $f(x) = 2x^2 - 12x + 5$. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de f.

Corrigé

$f'(x) = 4x - 12$.
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$.
Pour $x < 3$, $f'(x) < 0$ donc f est décroissante.
Pour $x > 3$, $f'(x) > 0$ donc f est croissante.
f admet un minimum en $x = 3$; $f(3) = 18 - 36 + 5 = -13$.

Activités d'application

Activité 1 • De la position à l'accélération d'un axe d'usinage MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *dérivation d'un polynôme* ***Lien référentiel :*** *S11.1 — machines à commande numérique*

La position d'un axe d'usinage (en mm) est donnée par $X(t) = 0{,}5\,t^2 + 2\,t$, avec t en secondes. On rappelle que la vitesse est la dérivée de la position ($V = X'$) et l'accélération la dérivée de la vitesse ($a = V'$).

1. Déterminer l'expression de la vitesse $V(t)$, puis de l'accélération $a(t)$.
2. En déduire la vitesse de l'axe à l'instant $t = 3$ s.

Corrigé

1. $V(t) = X'(t) = t + 2$; $a(t) = V'(t) = 1$ mm/s^2 (accélération constante).
2. $V(3) = 3 + 2 = 5$ mm/s.

Activité 2 • Nombre dérivé et tangente MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *nombre dérivé, coefficient directeur* ***Lien référentiel :*** *lecture d'une courbe, pente*

Soit la fonction $f(x) = x^2$. On rappelle que le nombre dérivé $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse a.

1. Déterminer l'expression de la fonction dérivée $f'(x)$.
2. Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x = 3$.

Corrigé

1. $f'(x) = 2x$.
2. $f'(3) = 2 \times 3 = 6$: la tangente en $x = 3$ a pour coefficient directeur 6.

Activité 3 • Optimisation d'un coût d'usinage — MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *dérivation, signe de la dérivée, extremum* ***Lien référentiel :*** *S8.6 — estimation des coûts de processus*

Le coût d'usinage d'une série de pièces (en euros par pièce) est modélisé par $C(x) = x^2 - 6x + 10$, où x est un paramètre de réglage (par exemple, la vitesse de coupe normalisée). On rappelle qu'un minimum est atteint là où la dérivée s'annule.

1. Calculer la dérivée $C'(x)$, puis résoudre $C'(x) = 0$.
2. En déduire le réglage x qui minimise le coût et la valeur de ce coût minimal.

Corrigé

1. $C'(x) = 2x - 6$; $\quad C'(x) = 0 \Rightarrow x = 3$.
2. Pour $x = 3$: $C(3) = 9 - 18 + 10 = 1$. Le coût minimal est de 1 € par pièce.

Activité 4 • Débit instantané de copeaux — MÉCANIQUE

Outil réinvesti : *dérivation, taux de variation* ***Lien référentiel :*** *S7.2 — enlèvement de matière*

Le volume cumulé de copeaux produits par une machine (en cm^3) évolue selon $V(t) = t^2 + 3t$, avec t en minutes. Le débit instantané de copeaux est le taux de variation du volume, c'est-à-dire sa dérivée $V'(t)$.

1. Déterminer l'expression du débit $V'(t)$.
2. Calculer le débit à l'instant $t = 4$ min.

Corrigé

1. $V'(t) = 2t + 3$ (en cm^3/min).
2. $V'(4) = 2 \times 4 + 3 = 11\ \text{cm}^3/\text{min}$.

Activité 5 • Vitesse d'un objet en chute — PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *dérivation d'un polynôme* ***Lien référentiel :*** *S15 — cinématique (chute)*

En première approximation, la distance parcourue par un objet en chute (en mètres) est $x(t) = 5\,t^2$, avec t en secondes. La vitesse est la dérivée de la position ($v = x'$).

1. Déterminer l'expression de la vitesse $v(t)$.
2. Calculer la vitesse à l'instant $t = 3$ s.

Corrigé

1. $v(t) = x'(t) = 10\,t$ (en m/s).
2. $v(3) = 10 \times 3 = 30$ m/s.

Activité 6 • Vitesse de refroidissement — PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : *dérivation d'une fonction affine, signe* ***Lien référentiel :*** *S15 — thermique*

La température d'une pièce qui refroidit (en °C) suit la loi $T(t) = 80 - 5\,t$, avec t en minutes. La vitesse de refroidissement est le taux de variation de la température, c'est-à-dire $T'(t)$.

1. Calculer $T'(t)$.
2. Interpréter le signe et la valeur du résultat.

Corrigé

1. $T'(t) = -5$ °C/min (constant).
2. Le résultat est négatif : la température *diminue*. Sa valeur indique que la pièce perd 5 °C chaque minute.

Chapitre 7

Annexe : prise en main de la calculatrice

Cette annexe rassemble les gestes de calculatrice les plus utiles pour le parcours de consolidation. Elle s'appuie sur les deux modèles les plus répandus dans les lycées français : les Casio scientifiques (fx-92, Graph 25, Graph 35) et la Numworks. Les gestes décrits ici sont des acquis attendus du collège ou de la seconde, mais l'expérience montre qu'ils méritent d'être rappelés en début de BTS.

§1 — Choisir l'unité d'angle (degré ou radian)

En consolidation, on travaille en **degrés** : un angle droit vaut 90°, et c'est dans cette unité que sont donnés tous les énoncés de ce cahier. Avant tout calcul de sinus, cosinus ou tangente, il faut vérifier que la calculatrice est bien réglée en mode degré.

Sur Casio *(fx-92, Graph 25/35)*

Taper `SHIFT` puis `SETUP` (ou `MENU` puis `SETUP` selon le modèle). Choisir `Angle Unit`, puis `Degré (D)`. À l'écran, un petit `D` s'affiche en haut. Si l'on voit `R` (radian) ou `G` (grade), on n'est pas en degré.

Sur Numworks

Appuyer sur `Réglages`, puis `Forme des angles`, puis sélectionner `Degré`. L'indication apparaît en haut de l'écran principal.

Vérification

Taper sin(30) et valider. Si le résultat est 0,5, on est bien en degré. Si l'on obtient $-0{,}988$, on est en radian : il faut basculer.

§2 — La touche π

Toutes les calculatrices ont une touche dédiée pour π. **On ne saisit jamais 3,14 à la place :** on perd en précision pour rien, et c'est plus long à taper. La touche π donne la valeur la plus précise que la calculatrice connaît.

Sur Casio *(fx-92, Graph 25/35)*

La touche π est au-dessus de la touche `EXP` (ou $\times 10^x$), accessible via `SHIFT`.

Sur Numworks

La touche π est directement accessible sur le clavier, sans `SHIFT`.

Vérification

Taper π et valider. On doit lire 3,14159... (et non 3,14).

§3 — Puissances et racines

Pour saisir une puissance, on utilise la touche x^y (notée parfois $\wedge$). La racine carrée a sa propre touche $\sqrt{\ }$.

Sur Casio *(fx-92, Graph 25/35)*

Pour 2^{10} : taper `2`, puis x^y (ou $\wedge$), puis `10`, puis `=`. Résultat : 1 024.
Pour $\sqrt{50}$: taper $\sqrt{\ }$, puis `50`, puis `=`.

Sur Numworks

Pour 2^{10} : taper `2`, puis $\wedge$, puis `10`, puis `EXE`.
Pour $\sqrt{50}$: utiliser la touche $\sqrt{\ }$, puis saisir le contenu.

Attention au signe moins : pour saisir un exposant négatif comme 10^{-3}, on utilise la touche du *signe* négatif (souvent notée `(-)`), pas celle de la soustraction. Voir §4.

§4 — Notation scientifique : la touche `EXP`

Pour saisir un nombre en notation scientifique, comme $3{,}14 \times 10^{-6}$, on utilise la touche `EXP` (notée parfois `EE` ou $\times 10^x$). Cette touche signifie « fois dix puissance », il ne faut donc **pas** taper $\times$ `10` avant.

Sur Casio *(fx-92, Graph 25/35)*

Pour saisir $3{,}14 \times 10^{-6}$: taper `3.14`, puis `EXP`, puis `(-)`, puis `6`.
La séquence `3.14` $\times$ `10 EXP -6` est *fausse* : elle donne $3{,}14 \times 10 \times 10^{-6} = 3{,}14 \times 10^{-5}$.

Sur Numworks

Numworks utilise plutôt la notation naturelle. Pour saisir $3{,}14 \times 10^{-6}$, on peut soit taper la formule en clair (`3.14*10^(-6)`), soit utiliser la touche $\times 10^n$ dédiée.

Vérification

Taper 10^{-3}. On doit obtenir 0,001 (et non -1000, qui serait le résultat d'une mauvaise saisie du signe).

§5 — Lire un résultat en notation scientifique

Quand un résultat est très grand ou très petit, la calculatrice l'affiche en notation scientifique. Par exemple, $3{,}14 \times 10^{-6}$ peut s'afficher `3.14E-06` ou `3.14`$\times 10^{-6}$ selon le modèle.

Sur Casio *(fx-92, Graph 25/35)*

L'affichage par défaut est `3.14E-06`. Le `E` signifie « $\times 10^{\cdots}$ ». On peut basculer entre `Norm` (notation normale) et `Sci` (notation scientifique systématique) dans `SETUP`.

Sur Numworks

L'affichage utilise directement la notation $3{,}14 \cdot 10^{-6}$, plus lisible. Pas de risque de confusion avec une variable `E`.

Dans une copie ou un compte-rendu, on retranscrit toujours en notation mathématique propre : $3{,}14 \times 10^{-6}$, jamais `3.14E-06`.

§6 — Forme exacte ou valeur décimale

Les calculatrices récentes affichent par défaut les résultats sous **forme exacte** : un résultat avec π, une fraction non simplifiée, ou une racine carrée restent tels quels. Pour obtenir la valeur décimale approchée, on utilise la touche `S↔D` (Standard ↔ Décimal).

Sur Casio *(fx-92, Graph 25/35)*

Calculer $400 \times \pi$ donne `400`π à l'écran. Appuyer sur `S↔D` pour obtenir $1\,256{,}637\ldots$

Sur Numworks

Le résultat exact et la valeur approchée s'affichent souvent ensemble. On peut basculer entre les deux formes avec la touche dédiée.

Quel format choisir ? La forme exacte est précieuse pour comparer deux résultats ou pour les calculs en chaîne (pas d'arrondi cumulé). La valeur décimale est nécessaire pour interpréter physiquement un résultat (« la vitesse vaut environ 125,7 m/min »).

§7 — Calculs en chaîne : la touche `Ans`

Quand on enchaîne plusieurs calculs en réutilisant le résultat précédent, on **ne retape pas** le nombre à la main : on utilise la touche `Ans` (Answer), qui rappelle automatiquement le dernier résultat. Cela évite les erreurs de saisie et les arrondis.

Sur Casio *(fx-92, Graph 25/35)*

Après un calcul, taper directement `+`, `-`, $\times$ ou $\div$: la calculatrice insère `Ans` automatiquement. On peut aussi insérer `Ans` explicitement avec `SHIFT` puis `Ans`.

Sur Numworks

La touche `Ans` est directement accessible. Le résultat précédent est mémorisé après chaque `EXE`.

Exemple. Calculer $V = \pi \times 10^2 \times 100$, puis en déduire la masse $m = 7{,}85 \times V \times 10^{-3}$ (en grammes). Plutôt que de noter le résultat de V et le retaper, on enchaîne avec `× 7.85 × 10^(-3)`.

§8 — Trigonométrie inverse

Pour retrouver un angle à partir de son sinus, son cosinus ou sa tangente, on utilise les fonctions inverses $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$, $\tan^{-1}$ (souvent notées `ASIN`, `ACOS`, `ATAN`).

Sur Casio *(fx-92, Graph 25/35)*

Pour obtenir l'angle dont la tangente vaut 0,75 : taper `SHIFT`, puis `tan`, puis `0.75`, puis `=`. En mode degré, on obtient 36,87°.

Sur Numworks

Les fonctions inverses sont accessibles via `shift` puis la fonction trigonométrique correspondante. Le résultat est dans l'unité d'angle active (degré ou radian).

Très important : l'unité du résultat dépend du mode actif. Si la calculatrice est en degré, $\tan^{-1}(0{,}75) \approx 36{,}87°$. Si elle est en radian, le même calcul donne 0,6435 rad. Toujours vérifier le mode avant un calcul de trigonométrie inverse (voir §1).

Vérification

En mode degré : $\tan^{-1}(1)$ doit donner 45°. Si l'on obtient $0{,}785\ldots$, on est en radian.