



Lycée Jean-Baptiste de Baudre
Agen

Parcours de consolidation en mathématiques

Six semaines pour bien démarrer en BTS

Spécialité Électrotechnique

Version étudiant
(énoncés et espaces de réponse)

De la rentrée aux vacances de la Toussaint

Sommaire

1	Semaine 1 : Calcul, formules et unités	1
1.1	Rappel mathématique	1
1.2	Exercices classiques	3
1.3	Activités d'application	6
2	Semaine 2 : Proportionnalité et géométrie de base	9
2.1	Rappel mathématique	9
2.2	Exercices classiques	11
2.3	Activités d'application	14
3	Semaine 3 : Trigonométrie	17
3.1	Rappel mathématique	17
3.2	Exercices classiques	19
3.3	Activités d'application	21
4	Semaine 4 : Vecteurs	25
4.1	Rappel mathématique	25
4.2	Exercices classiques	27
4.3	Activités d'application	30
5	Semaine 5 : Fonctions et lecture graphique	33
5.1	Rappel mathématique	33
5.2	Exercices classiques	36
5.3	Activités d'application	39
6	Semaine 6 : Dérivation	43
6.1	Rappel mathématique	43
6.2	Exercices classiques	46
6.3	Activités d'application	49
7	Annexe : prise en main de la calculatrice	52

Chapitre 1

Semaine 1 : Calcul, formules et unités

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte Électrotech, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

Rappel mathématique

Cette première semaine consolide les gestes de calcul élémentaires : manipuler les fractions, manier les puissances et la notation scientifique, convertir des unités sans se tromper, isoler une grandeur dans une formule. Ces gestes seront réinvestis dans toutes les semaines suivantes.

§1. Calcul sur les fractions

Définition – fraction

Une fraction $\frac{a}{b}$ représente le partage de a par b (avec $b \neq 0$). Le nombre a est le *numérateur*, b est le *dénominateur*.

Propriété – simplifier

Si l'on multiplie (ou divise) numérateur et dénominateur par un même nombre non nul, la fraction ne change pas de valeur :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}, \quad k \neq 0.$$

Exemple - $\frac{12}{18} = \frac{12 \div 6}{18 \div 6} = \frac{2}{3}$.

Propriété – additionner ou soustraire

Pour ajouter (ou retrancher) deux fractions, on les met au **même dénominateur**, puis on additionne (ou retranche) les numérateurs :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{db} = \frac{ad + cb}{bd}.$$

Exemple - $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2 \times 4}{12} + \frac{1 \times 3}{12} = \frac{8 + 3}{12} = \frac{11}{12}$.

Propriété – multiplier ou diviser

Pour multiplier deux fractions, on multiplie numérateurs entre eux et dénominateurs entre eux :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

Pour diviser par une fraction, on multiplie par son inverse :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

Exemple – $\frac{3}{5} \times \frac{10}{9} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$. $\frac{5}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8}$.

Point de vigilance. On additionne avec un dénominateur commun, mais on multiplie *sans* le faire. Confondre les deux est l'erreur la plus fréquente.

§2. Puissances et notation scientifique**Définition – puissance d'un nombre**

Pour un entier $n \geq 1$, $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n$. On pose $a^0 = 1$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Propriété – règles de calcul

Pour tous nombres a, b non nuls et entiers m, n :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \quad (a^m)^n = a^{mn}, \quad (a \times b)^n = a^n \times b^n.$$

Exemple – $10^3 \times 10^{-5} = 10^{3+(-5)} = 10^{-2}$; $(10^{-3})^2 = 10^{-6}$.

Définition – notation scientifique

Un nombre est en notation scientifique s'il s'écrit $a \times 10^n$, avec $1 \leq |a| < 10$ et n entier relatif.

Exemple – $3\,200 = 3,2 \times 10^3$; $0,000\,034 = 3,4 \times 10^{-5}$.

À la calculatrice. Voir l'*Annexe : prise en main de la calculatrice*, §4 (saisie d'une notation scientifique) et §5 (lecture d'un résultat).

§3. Conversions d'unités

Les **préfixes du Système international** permettent d'exprimer une grandeur en multipliant l'unité de base par une puissance de 10 :

Préfixe	Symbole	Facteur	Préfixe	Symbole	Facteur
giga	G	10^9	milli	m	10^{-3}
méga	M	10^6	micro	μ	10^{-6}
kilo	k	10^3	nano	n	10^{-9}

Exemple – $3,3 \text{ V} = 3,3 \times 10^3 \text{ mV} = 3\,300 \text{ mV}$; $20 \mu\text{s} = 20 \times 10^{-6} \text{ s} = 2 \times 10^{-5} \text{ s}$.

Méthode – conversion d'une aire ou d'un volume

Pour convertir une aire ou un volume entre deux unités, on convertit d'abord la dimension linéaire correspondante, puis on l'élève à la puissance appropriée.

Aire : $1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$, donc $1 \text{ mm}^2 = (10^{-3})^2 \text{ m}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$.

Volume : $1 \text{ mm} = 10^{-1} \text{ cm}$, donc $1 \text{ mm}^3 = (10^{-1})^3 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ cm}^3$.

Point de vigilance. L'erreur classique est de croire que $1 \text{ mm}^2 = 10^{-3} \text{ m}^2$ (faux : l'exposant doit aussi être au carré).

§4. Isoler une grandeur dans une formule

Dans un calcul métier, on n'utilise pas toujours une formule dans le sens où elle est écrite. Si l'on connaît certaines grandeurs et que l'on cherche celle qui reste, il faut *isoler* cette grandeur.

Méthode – isoler une grandeur

On effectue les opérations inverses, dans l'ordre inverse, sur les deux membres de l'égalité, jusqu'à ce que la grandeur cherchée soit seule.

- Pour annuler une addition, on soustrait ; pour annuler une soustraction, on additionne.
- Pour annuler une multiplication, on divise ; pour annuler une division, on multiplie.
- Pour annuler un carré (sur un nombre positif), on prend la racine carrée.

Exemple – Isoler I dans $U = R \times I$. On divise les deux membres par R : $\frac{U}{R} = I$, soit $I = \frac{U}{R}$.

Exemple – Isoler h dans $V = L \times \ell \times h$. On divise par $L \times \ell$: $h = \frac{V}{L \times \ell}$.

Exemple – Isoler r dans $S = \pi r^2$. On divise par π : $\frac{S}{\pi} = r^2$. Puis on prend la racine carrée :

$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

Exercices classiques

Ces exercices courts exercent les gestes mathématiques vus dans le rappel, sans contexte métier. Les corrigés détaillés sont visibles dans la version professeur. Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Simplifier les fractions suivantes au maximum.

$$\frac{12}{18}, \quad \frac{15}{25}, \quad \frac{42}{56}$$

Réponse :

Exercice 2

Calculer en réduisant au même dénominateur :

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4}, \quad \frac{5}{6} - \frac{1}{2}.$$

*Réponse :***Exercice 3**

Calculer (puis simplifier) :

$$\frac{3}{5} \times \frac{10}{9}, \quad \frac{5}{4} \div \frac{2}{3}.$$

*Réponse :***Exercice 4**

Calculer sans calculatrice :

$$2^5, \quad 10^{-2}, \quad (-3)^2, \quad 5^0.$$

*Réponse :***Exercice 5**

Écrire en notation scientifique :

$$0,000\,034, \quad 5\,200\,000, \quad 12,5.$$

Réponse :

Exercice 6

Effectuer les conversions de longueur ou de durée :

- 250 mm en m ;
- 0,04 km en m ;
- 1,5 h en s.

Réponse :

Exercice 7

Convertir 400 mm^2 en cm^2 puis en m^2 , en passant explicitement par la dimension linéaire.

Réponse :

Exercice 8

Dans chacune des relations suivantes, isoler la grandeur indiquée.

- Dans $y = 3x + 2$, exprimer x en fonction de y .
- Dans $v = \frac{d}{t}$, exprimer d , puis t .
- Dans $P = U \times I$, exprimer I .

Réponse :

————— Pour aller plus loin —————

Exercice 9

Calculer :

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{1}{2}.$$

Réponse :

Exercice 10

Simplifier l'expression à l'aide des règles de calcul sur les puissances :

$$\frac{10^5 \times 10^{-2}}{10^4}.$$

Réponse :

Exercice 11

Convertir 2 500 mm³ en cm³, puis en litres (1 L = 10³ cm³).

Réponse :

Exercice 12

Isoler h dans la formule du volume d'un cylindre $V = \pi r^2 h$, puis isoler r dans la même formule.

Réponse :

Activités d'application

Activité 1 • Loi d'Ohm

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : application d'une formule, isoler une grandeur **Lien référentiel :** S2.1 — circuits électriques en régime continu

La loi d'Ohm relie la tension U aux bornes d'un conducteur ohmique (en volts), la résistance R (en ohms, Ω) et l'intensité I qui le traverse (en ampères) :

$$U = R \times I.$$

1. Pour une résistance $R = 220 \Omega$ traversée par un courant $I = 0,5 \text{ A}$, calculer U .
2. On applique une tension $U = 24 \text{ V}$ aux bornes d'une résistance $R = 12 \Omega$. Calculer I . (isoler I)

Réponse :

Activité 2 • Puissance électrique en courant continu

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : application d'une formule, isoler une grandeur **Lien référentiel** : S2.1 — puissance et énergie électriques

La puissance électrique d'un récepteur en courant continu vaut

$$P = U \times I,$$

avec P en watts, U en volts et I en ampères.

1. Un moteur est alimenté sous $U = 24 \text{ V}$ avec un courant $I = 5 \text{ A}$. Calculer la puissance P .
2. Pour atteindre $P = 96 \text{ W}$ sous la même tension, calculer l'intensité I . (isoler I)

Réponse :

Activité 3 • Puissance dissipée par effet Joule

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : application d'une formule, le carré d'un nombre **Lien référentiel** : S2.1 — effet Joule

Dans une résistance traversée par un courant continu, la puissance dissipée vaut

$$P = R \times I^2.$$

1. Pour $R = 10 \Omega$ et $I = 3 \text{ A}$, calculer P .
2. Pour la même résistance, on multiplie l'intensité par 2 ($I = 6 \text{ A}$). Calculer la nouvelle puissance, puis indiquer par quel facteur elle a été multipliée.

Réponse :

Activité 4 • Énergie consommée, conversion kWh ↔ J

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : application d'une formule, conversion d'unités composées, notation scientifique **Lien référentiel** : S2.1 — énergie électrique, bilan énergétique

L'énergie consommée par un appareil de puissance P pendant une durée t vaut $W = P \times t$.

Selon les unités choisies, le résultat s'exprime en joules (P en W, t en s) ou en kilowattheures (P en kW, t en h).

1. Un radiateur de $P = 2$ kW fonctionne pendant $t = 5$ h. Calculer l'énergie W en kWh.
2. Sachant que 1 kW = 10^3 W et 1 h = 3600 s, exprimer 1 kWh en joules.
3. En déduire W en joules.
4. Pour le même radiateur, combien d'heures faut-il pour consommer 8 kWh ? (isoler t)

Réponse :

Activité 5 • Énergie thermique sensible

PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : application d'une formule, conversion d'unités **Lien référentiel :** S15 — Thermique (capacité thermique massique)

Pour élever la température d'une masse m d'un corps de la valeur ΔT , il faut fournir une énergie

$$Q = m \times c \times \Delta T,$$

où c est la capacité thermique massique. Pour l'eau, $c = 4180$ J/(kg · K).

1. Calculer l'énergie Q nécessaire pour élever la température de $m = 2$ kg d'eau de $\Delta T = 30$ °C (résultat en joules).
2. Convertir ce résultat en kilojoules (1 kJ = 10^3 J).

Réponse :

Activité 6 • Pression au fond d'un réservoir

PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : application d'une formule, isoler une grandeur **Lien référentiel :** S15 — Statique des fluides

Le principe fondamental de l'hydrostatique donne la différence de pression $\Delta P = \rho \times g \times h$. Pour l'eau, $\rho = 1000$ kg/m³ et $g \approx 10$ N/kg.

1. Calculer ΔP à une profondeur $h = 3$ m (en pascals).
2. À quelle profondeur h atteint-on $\Delta P = 50000$ Pa ? (isoler h)

Réponse :

Chapitre 2

Semaine 2 : Proportionnalité et géométrie de base

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte Électrotech, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

Rappel mathématique

Cette deuxième semaine consolide les outils qui interviennent dans presque tous les calculs métier : reconnaître une situation de proportionnalité et l'exploiter, manier les pourcentages dans les deux sens, lire une échelle, et appliquer correctement les formules d'aires et de volumes usuels.

§1. Proportionnalité

Définition – deux grandeurs proportionnelles

Deux grandeurs x et y sont *proportionnelles* si le rapport $\frac{y}{x}$ est constant. Ce rapport est appelé **coefficient de proportionnalité**, noté k : $y = k \times x$.

Exemple – Le prix à payer pour de l'essence est proportionnel au volume servi : si 20 L coûtent 34 €, alors $k = \frac{34}{20} = 1,70$ €/L.

Propriété – produit en croix

Si quatre nombres a, b, c, d (avec b et d non nuls) vérifient $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $a \times d = b \times c$. On peut isoler n'importe laquelle des quatre grandeurs si l'on connaît les trois autres.

Exemple – Si $\frac{a}{3} = \frac{20}{12}$, alors $a \times 12 = 3 \times 20$, soit $a = \frac{60}{12} = 5$.

Point de vigilance. Avant d'appliquer le produit en croix, il faut s'assurer que la situation est bien proportionnelle. Par exemple, l'âge et la taille d'un enfant ne le sont pas.

§2. Pourcentages

Définition – pourcentage

Un pourcentage $p\%$ représente la fraction $\frac{p}{100}$. Calculer $p\%$ d'une quantité Q , c'est calculer $\frac{p}{100} \times Q$.

Exemple – 30% de 250 € vaut $\frac{30}{100} \times 250 = 75$ €.

Méthode – augmentation et diminution

Augmenter une quantité de $p\%$ revient à la multiplier par $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$.
Diminuer une quantité de $p\%$ revient à la multiplier par $\left(1 - \frac{p}{100}\right)$.

Exemple – Un prix de 80 € subit une hausse de 15% : nouveau prix = $80 \times 1,15 = 92$ €.
Une remise de 20% sur 80 € : prix soldé = $80 \times 0,80 = 64$ €.

Point de vigilance. Une hausse de 20% suivie d'une baisse de 20% ne ramène pas au prix initial : $100 \times 1,20 \times 0,80 = 96$, pas 100.

§3. Échelles

Définition – échelle

Sur un plan ou une carte, l'*échelle* est le rapport entre une longueur sur le plan et la longueur réelle correspondante, exprimées dans la même unité :

$$\text{échelle} = \frac{\text{longueur sur le plan}}{\text{longueur réelle}}.$$

Une échelle s'écrit souvent sous la forme 1 : n (un sur n). Avec une échelle 1 : 50, 1 cm sur le plan représente 50 cm en réalité ; ou encore, 1 mm sur le plan représente 50 mm.

Exemple – Sur un plan à l'échelle 1 : 100, un mur mesure 4 cm. Sa longueur réelle est $4 \times 100 = 400$ cm = 4 m.

§4. Aires usuelles

Propriété – formules d'aires

Rectangle de longueur L et largeur ℓ : $S = L \times \ell$.

Triangle de base b et hauteur h : $S = \frac{b \times h}{2}$.

Disque de rayon r : $S = \pi r^2$. Circonférence (périmètre) : $\mathcal{P} = 2\pi r$.

Exemple – Disque de rayon $r = 5$ cm : $S = \pi \times 5^2 = 25\pi \approx 78,5$ cm².

Conversions d'aires. Pour passer d'une unité d'aire à une autre, on convertit la dimension linéaire correspondante et on élève au carré (voir semaine 1, §3).

§5. Volumes usuels

Propriété – formules de volumes

Parallélépipède rectangle de longueur L , largeur ℓ , hauteur h : $V = L \times \ell \times h$.

Cylindre de rayon r et hauteur h : $V = \pi r^2 h$.

Sphère de rayon r : $V = \frac{4}{3} \pi r^3$.

Exemple – Cylindre de rayon $r = 2$ cm et hauteur $h = 10$ cm : $V = \pi \times 2^2 \times 10 = 40\pi \approx 125,7$ cm³.

Conversions de volumes. Pour passer d'une unité de volume à une autre, on convertit la dimension linéaire et on élève au cube (voir semaine 1, §3).

Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Quatre stylos coûtent 6 €. En supposant la proportionnalité, calculer le prix de 10 stylos, puis combien on peut en acheter avec 21 €.

Réponse :

Exercice 2

Une voiture parcourt 180 km en 2 h à vitesse constante. Calculer la distance parcourue en 3 h 30 min (avec produit en croix).

Réponse :

Exercice 3

Calculer mentalement (ou en posant le calcul) :

- 25 % de 200 € ;
- 10 % de 45 kg ;
- 75 % de 80 m.

Réponse :

Exercice 4

Un article coûte 120 €. Calculer son nouveau prix après :

- une augmentation de 15 % ;
- une remise de 30 %.

Réponse :

Exercice 5

Sur un plan à l'échelle 1 : 50, une pièce mesure 8 cm de long et 6 cm de large. Calculer ses dimensions réelles, en mètres.

Réponse :

Exercice 6

Calculer l'aire des figures suivantes.

- Rectangle de longueur 12 cm et largeur 5 cm.
- Triangle de base 8 cm et hauteur 6 cm.
- Disque de rayon 4 cm (valeur exacte, puis approchée au dixième).

Réponse :

Exercice 7

Calculer le volume des solides suivants.

- Parallélépipède rectangle de dimensions 10 cm \times 6 cm \times 4 cm.
- Cylindre de rayon 3 cm et hauteur 10 cm (valeur exacte puis approchée).

Réponse :

Exercice 8

Un disque de rayon r a une aire de $S = 100\pi \text{ cm}^2$. Calculer la valeur de r .

Réponse :

————— Pour aller plus loin —————

Exercice 9

Le prix d'un produit augmente de 20 %, puis baisse de 20 %. Le prix de départ étant de 100 €, calculer le prix final. Que constate-t-on ?

Réponse :

Exercice 10

Sur un plan à l'échelle 1 : 200, on mesure 35 mm entre deux points. Quelle est la distance réelle correspondante, en mètres ?

Réponse :

Exercice 11

Un cylindre a une hauteur $h = 20 \text{ cm}$ et un volume $V = 500\pi \text{ cm}^3$. Calculer son rayon r .

Réponse :

Exercice 12

Un terrain rectangulaire mesure 30 m de long et 20 m de large.

- Calculer son aire en mètres carrés.
- Sur un plan à l'échelle 1 : 500, quelles sont les dimensions du terrain sur le plan, en centimètres ?

Réponse :

Activités d'application

Activité 1 • Rapport de transformation d'un transformateur ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : proportionnalité, isoler une grandeur **Lien référentiel :** S2.2 — transformateurs monophasés

Pour un transformateur idéal, la tension secondaire U_2 est proportionnelle à la tension primaire U_1 : $U_2 = m \times U_1$, où m est le *rapport de transformation*.

1. Un transformateur reçoit $U_1 = 230$ V et fournit $U_2 = 23$ V. Calculer m .
2. En conservant le même rapport, on alimente maintenant le primaire sous $U_1 = 400$ V. Calculer la nouvelle tension secondaire U_2 .

Réponse :

Activité 2 • Section circulaire d'un câble, conversion $\text{mm}^2 \rightarrow \text{m}^2$ ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : formule d'aire, conversion d'unités **Lien référentiel :** S3.2 — canalisations et câbles électriques

La section d'un câble rond de rayon r vaut $S = \pi r^2$.

1. Un câble a un rayon $r = 1$ mm. Calculer sa section S en mm^2 (résultat arrondi au centième).
2. Exprimer 1 mm en mètres sous la forme d'une puissance de 10, puis en déduire à quoi est égal 1 mm^2 en m^2 .
3. En déduire S en m^2 .

Réponse :

Activité 3 • Volume et masse d'un câble de cuivre

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : volume d'un cylindre, conversion $\text{mm}^3 \rightarrow \text{cm}^3$, masse volumique **Lien référentiel** : S3.2 — choix des câbles, devis matière

La quantité de cuivre dans un câble se calcule à partir de sa section S et de sa longueur L : $V = S \times L$. La masse se déduit ensuite via la masse volumique : $m = \rho \times V$. Pour le cuivre, $\rho = 8,9 \text{ g/cm}^3$.

On considère un câble de section $S = 10 \text{ mm}^2$ et de longueur $L = 100 \text{ m}$.

1. Exprimer L en millimètres, puis calculer le volume V en mm^3 .
2. Exprimer 1 mm en cm sous la forme d'une puissance de 10, puis en déduire à quoi est égal 1 mm^3 en cm^3 .
3. En déduire V en cm^3 .
4. Calculer la masse m du cuivre du câble, en grammes puis en kilogrammes.

Réponse :

Activité 4 • Autonomie d'une batterie

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : proportionnalité, application d'une formule **Lien référentiel** : S2.2 — stockage de l'énergie électrique

La capacité d'une batterie s'exprime en ampères-heures (Ah). Pour un courant I constant débité, l'autonomie t se déduit de $Q = I \times t$: $t = \frac{Q}{I}$.

1. Une batterie de capacité $Q = 100 \text{ Ah}$ alimente un appareil consommant $I = 5 \text{ A}$. Calculer l'autonomie t , en heures.
2. Pour quelle intensité I l'autonomie atteindrait-elle $t = 50 \text{ h}$? (isoler I)

Réponse :

Activité 5 • Lecture d'un schéma électrique à l'échelle

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : proportionnalité, échelle **Lien référentiel** : S3.1 — plans et schémas d'installation

Un schéma d'installation est tracé à l'échelle **1:50** : une longueur réelle est cinquante fois la longueur correspondante sur le plan.

1. Sur le plan, une canalisation mesure 8 mm. Quelle est sa longueur réelle ?
2. Une canalisation mesure réellement 10 m. Quelle est sa longueur sur le plan, en mm ?

Réponse :

Activité 6 • Identifier un matériau par sa masse volumique

PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : proportionnalité, application de formule **Lien référentiel** : S15 — Matière et matériaux (masse volumique)

La masse volumique relie la masse m d'un échantillon à son volume V .

1. Écrire la relation entre ρ , m et V .
2. Un échantillon a une masse $m = 270$ g pour un volume $V = 100$ cm³. Calculer sa masse volumique en g/cm³.
3. Sachant que l'aluminium a $\rho = 2,7$ g/cm³, de quel matériau s'agit-il probablement ?

Réponse :

Activité 7 • Dilatation linéaire d'un câble

PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : proportionnalité, application d'une formule **Lien référentiel** : S15 — Thermique (dilatation)

La variation de longueur d'un câble due à un changement de température suit la relation $\Delta L = \alpha \times L \times \Delta T$, où α est le coefficient de dilatation linéique. Pour l'acier, $\alpha = 12 \times 10^{-6}$ K⁻¹. Une ligne d'acier de longueur $L = 100$ m subit une variation $\Delta T = 50$ K.

1. Calculer ΔL , en mètres.
2. Convertir le résultat en millimètres.

Réponse :

Chapitre 3

Semaine 3 : Trigonométrie

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte Électrotech, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

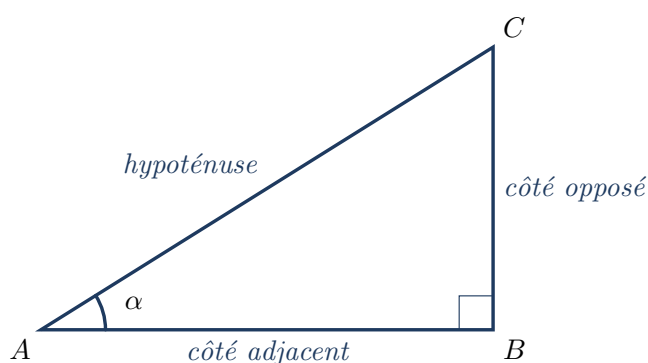
Rappel mathématique

Cette semaine consolide les outils de la trigonométrie du triangle rectangle : théorème de Pythagore, et relations entre les côtés et les angles via sinus, cosinus et tangente. Ces outils sont mobilisés dès qu'on travaille sur une géométrie inclinée, une force décomposée, ou un signal périodique.

§1. Triangle rectangle : vocabulaire

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit est appelé **hypoténuse** ; c'est toujours le côté le plus long. Les deux autres côtés forment les *côtés de l'angle droit*. Pour un angle aigu α donné du triangle, on distingue :

- le **côté opposé** à α : le côté qui ne touche pas α ;
- le **côté adjacent** à α : le côté de l'angle droit qui touche α .



§2. Théorème de Pythagore

Propriété – théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés :

$$(\text{hypoténuse})^2 = (\text{côté 1})^2 + (\text{côté 2})^2.$$

Exemple – Pour un triangle rectangle de côtés $a = 3$, $b = 4$: l'hypoténuse vaut $c = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$.

Réciproque utile. Si l'on connaît l'hypoténuse c et un côté a , on isole l'autre côté : $b = \sqrt{c^2 - a^2}$.

§3. Sinus, cosinus, tangente

Définition – rapports trigonométriques

Pour un angle aigu α d'un triangle rectangle :

$$\sin \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}, \quad \cos \alpha = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}, \quad \tan \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}.$$

Moyen mnémotechnique : SOH-CAH-TOA. *Sinus = Opposé / Hypoténuse, Cosinus = Adjacent / Hypoténuse, Tangente = Opposé / Adjacent.*

Exemple – Dans un triangle rectangle avec $\alpha = 30^\circ$, $\sin 30^\circ = 0,5$. Si l'hypoténuse vaut 10 cm, le côté opposé vaut $10 \times 0,5 = 5$ cm.

§4. Valeurs particulières

Propriété – angles remarquables

Angle α	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

On retient au minimum $\sin 30^\circ = 0,5$ et $\cos 60^\circ = 0,5$: les autres se retrouvent à la calculatrice.

À la calculatrice. Avant tout calcul de sinus, cosinus ou tangente, vérifier que la calculatrice est bien en mode **degré** (voir l'Annexe : prise en main de la calculatrice, §1).

§5. Trouver un angle à partir d'un rapport

Méthode – retrouver un angle (trigonométrie inverse)

Si l'on connaît la valeur d'un rapport trigonométrique et qu'on cherche l'angle correspondant, on utilise les fonctions *inverses* :

$$\alpha = \sin^{-1}(\dots) \quad \text{ou} \quad \alpha = \cos^{-1}(\dots) \quad \text{ou} \quad \alpha = \tan^{-1}(\dots).$$

On les note aussi arcsin, arccos, arctan. La calculatrice y accède par SHIFT puis la touche correspondante.

Exemple – Si $\tan \alpha = 0,75$, alors $\alpha = \tan^{-1}(0,75) \approx 36,87^\circ$.

Point de vigilance. L'unité du résultat dépend du mode actif. En mode degré, $\tan^{-1}(1) = 45^\circ$; en mode radian, $\tan^{-1}(1) \approx 0,7854$. **Toujours vérifier le mode** (voir Annexe Calculatrice §8).

Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Un triangle rectangle a des côtés de l'angle droit $a = 6$ cm et $b = 8$ cm. Calculer la longueur de l'hypoténuse.

Réponse :

Exercice 2

Un triangle rectangle a une hypoténuse $c = 13$ cm et un côté $a = 5$ cm. Calculer la longueur du second côté.

Réponse :

Exercice 3

Calculer (à la calculatrice, en mode degré) :

$$\sin 30^\circ, \quad \cos 60^\circ, \quad \tan 45^\circ, \quad \sin 90^\circ.$$

Réponse :

Exercice 4

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure 10 cm et l'un des angles aigus vaut $\alpha = 30^\circ$. Calculer la longueur du côté opposé à α .

Réponse :

Exercice 5

Dans un triangle rectangle, le côté adjacent à $\alpha = 40^\circ$ mesure 8 cm. Calculer la longueur de l'hypoténuse (résultat arrondi au dixième).

Réponse :

Exercice 6

Dans un triangle rectangle, le côté opposé à α mesure 7 cm et le côté adjacent mesure 24 cm. Calculer l'angle α (résultat arrondi au degré).

Réponse :

Exercice 7

Un triangle rectangle a une hypoténuse de 15 cm et un côté opposé à un angle α de 9 cm. Calculer l'angle α (résultat arrondi au degré).

Réponse :

Exercice 8

Vérifier sur sa calculatrice qu'on est bien en mode degré, en calculant $\sin 90^\circ$. Quel résultat doit-on obtenir ? Et si le mode est radian, que donne le calcul ?

Réponse :

————— *Pour aller plus loin* —————

Exercice 9

Un triangle rectangle a une hypoténuse de longueur c . Démontrer, à partir des définitions, que pour tout angle aigu α de ce triangle on a $(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$.

Réponse :

Exercice 10

Une échelle est appuyée contre un mur. Elle mesure 5 m et fait un angle de 70° avec le sol. Calculer la hauteur atteinte sur le mur (résultat arrondi au centimètre).

Réponse :

Exercice 11

Un triangle rectangle a pour côtés 1, $\sqrt{3}$, 2. Identifier l'hypoténuse, puis calculer les trois angles (aidé du tableau des valeurs particulières).

Réponse :

Exercice 12

Dans un triangle rectangle, on connaît $\sin \alpha = 0,28$. Calculer α (au degré près), puis $\cos \alpha$ et $\tan \alpha$ (à 10^{-2} près).

Réponse :

Activités d'application

Activité 1 • Puissance apparente d'une installation (Pythagore) ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : théorème de Pythagore **Lien référentiel** : S2.1 — puissances active, réactive, apparente

Dans une installation en régime alternatif, les puissances active P (en kW), réactive Q (en

kVAR) et apparente S (en kVA) sont reliées par

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

1. Énoncer le théorème de Pythagore : il relie l'hypoténuse c aux deux côtés de l'angle droit a et b d'un triangle rectangle.
2. Pour $P = 3$ kW et $Q = 4$ kVAR, calculer S .

Réponse :

Activité 2 • Facteur de puissance (cosinus)

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : cosinus, rapport, isoler une grandeur **Lien référentiel** : S2.1 — facteur de puissance

Le facteur de puissance d'une installation est défini par

$$\cos \varphi = \frac{P}{S},$$

où P est la puissance active et S la puissance apparente.

1. Une installation a $P = 8$ kW et $S = 10$ kVA. Calculer $\cos \varphi$.
2. Pour $\cos \varphi = 0,95$ et $P = 19$ kW, calculer S . (isoler S)

Réponse :

Activité 3 • Force de Laplace sur un conducteur incliné (sinus) ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : sinus, application d'une formule **Lien référentiel** : S2.2 — forces sur les conducteurs

Un conducteur de longueur L , parcouru par un courant I et placé dans un champ magnétique d'intensité B , subit une force dont la valeur dépend de l'angle θ entre le conducteur et le champ :

$$F = B \times I \times L \times \sin \theta.$$

On donne $B = 1$ T, $I = 10$ A et $L = 0,5$ m.

1. Calculer F pour $\theta = 30^\circ$.
2. Calculer F pour $\theta = 90^\circ$. Interpréter.

Réponse :

Activité 4 • Longueur de câble pour une descente inclinée

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : sinus, isoler une grandeur **Lien référentiel** : S3.2 — pose et cheminement des câbles

Un câble doit relier le haut d'un mur à un point au sol, en descendant en ligne droite avec une inclinaison $\alpha = 30^\circ$ par rapport au sol. Le mur a une hauteur $h = 10$ m.

Dans le triangle rectangle formé, h est le côté opposé à l'angle α et la longueur L du câble en est l'hypoténuse.

1. Exprimer $\sin \alpha$ en fonction de h et L .
2. En déduire L . (isoler L)

Réponse :

Activité 5 • Réfraction de la lumière

PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : sinus, isoler une grandeur **Lien référentiel** : S15 — Optique (réfraction)

La loi de la réfraction (Snell–Descartes) est : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$. On donne $n_1 = 1$ (air), $n_2 = 1,5$ (verre) et $i_1 = 30^\circ$.

1. Exprimer $\sin i_2$. (isoler $\sin i_2$)
2. Calculer $\sin i_2$, puis en déduire i_2 .

Réponse :

Activité 6 • Valeur instantanée d'une tension sinusoïdale

PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : sinus **Lien référentiel** : S15 — Électricité (grandeurs alternatives)

Une tension alternative suit le modèle $u = U_{\max} \sin \theta$, où U_{\max} est la tension de crête. On donne $U_{\max} = 325$ V.

1. Calculer u pour $\theta = 30^\circ$.
2. Calculer u pour $\theta = 90^\circ$. Que représente cette valeur ?

Réponse :

Chapitre 4

Semaine 4 : Vecteurs

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte Électrotech, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

Rappel mathématique

Cette semaine consolide les outils sur les vecteurs : représentation graphique, composantes, addition, et calcul de la norme. Ces outils sont mobilisés dès qu'on travaille sur des forces, des vitesses, des courants ou des grandeurs alternatives représentés vectoriellement.

§1. Vecteur, composantes

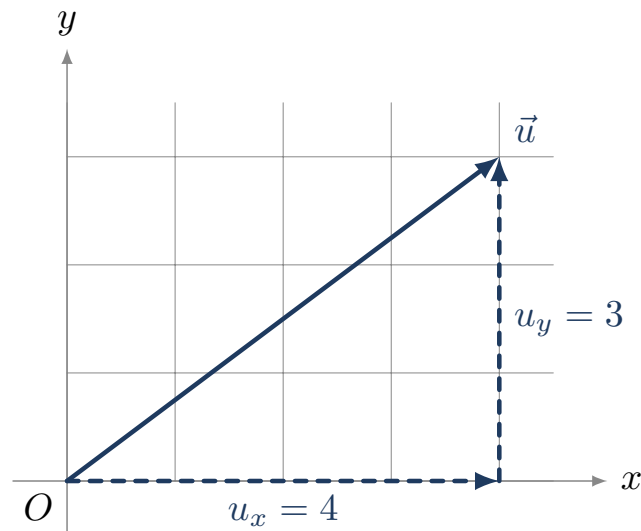
Définition – vecteur

Un vecteur, noté \vec{u} ou \overrightarrow{AB} , est caractérisé par trois éléments : une **direction** (la droite qui le porte), un **sens** (de A vers B), et une **norme** (sa longueur), notée $\|\vec{u}\|$ ou $\|\overrightarrow{AB}\|$.

Définition – composantes d'un vecteur

Dans un repère orthonormé du plan, un vecteur \vec{u} est décrit par ses *composantes* $(x; y)$, où x est son déplacement horizontal et y son déplacement vertical.

Exemple – Si $A(1; 2)$ et $B(4; 6)$, alors $\overrightarrow{AB} = (4 - 1; 6 - 2) = (3; 4)$.



§2. Norme d'un vecteur

Propriété – norme

La norme d'un vecteur de composantes $(x; y)$ vaut

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

C'est la longueur du vecteur, calculée par le théorème de Pythagore.

Exemple – Pour $\vec{u} = (3; 4)$: $\|\vec{u}\| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

§3. Somme de vecteurs

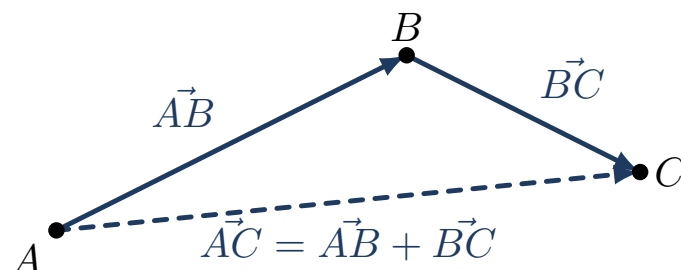
Propriété – somme par composantes

Pour additionner deux vecteurs, on additionne les composantes de même nature :

$$\vec{u}_1 = (x_1; y_1), \quad \vec{u}_2 = (x_2; y_2), \quad \vec{u}_1 + \vec{u}_2 = (x_1 + x_2; y_1 + y_2).$$

Exemple – Si $\vec{u}_1 = (3; 0)$ et $\vec{u}_2 = (0; 4)$, alors $\vec{u}_1 + \vec{u}_2 = (3; 4)$, de norme 5.

Représentation graphique. On place les vecteurs bout à bout (origine du second sur l'extrémité du premier) ; la somme va de l'origine du premier à l'extrémité du second. C'est la *relation de Chasles* : $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.



§4. Direction d'un vecteur

Méthode – angle d'un vecteur avec l'axe horizontal

Pour un vecteur $\vec{u} = (x; y)$ avec $x > 0$, l'angle θ qu'il fait avec l'axe horizontal se calcule par

$$\tan \theta = \frac{y}{x}, \quad \text{donc} \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right).$$

Exemple – Pour $\vec{u} = (3; 4)$: $\tan \theta = \frac{4}{3} \approx 1,33$, donc $\theta \approx 53^\circ$.

À la calculatrice. L'angle est obtenu en mode degré avec la fonction \tan^{-1} (voir Annexe Calculatrice §8).

§5. Vecteurs colinéaires opposés

Quand deux vecteurs ont la même direction mais des sens opposés, leur somme algébrique sur cette direction est leur différence en valeur absolue, et le sens est celui du plus grand.

Exemple – Une force de 50 N vers le bas et une autre de 30 N vers le haut ont pour résultante $50 - 30 = 20$ N vers le bas.

Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Soit $A(2; 3)$ et $B(8; 11)$. Calculer les composantes du vecteur \overrightarrow{AB} .

Réponse :

Exercice 2

Calculer la norme des vecteurs suivants.

- $\vec{u}_1 = (3; 4)$
- $\vec{u}_2 = (5; 12)$
- $\vec{u}_3 = (-6; 8)$

Réponse :

Exercice 3

Calculer la somme $\vec{u} + \vec{v}$ pour les vecteurs suivants.

- $\vec{u} = (2; 5)$, $\vec{v} = (3; -1)$;
- $\vec{u} = (-4; 7)$, $\vec{v} = (4; -2)$.

Réponse :

Exercice 4

On donne $\vec{u}_1 = (3; 0)$ et $\vec{u}_2 = (0; 4)$. Calculer les composantes de la somme $\vec{S} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$, puis sa norme.

Réponse :

Exercice 5

Soit le vecteur $\vec{u} = (6; 8)$. Calculer l'angle θ qu'il fait avec l'axe horizontal (résultat arrondi au degré).

Réponse :

Exercice 6

Soit le vecteur $\vec{u} = (5; 12)$. Calculer sa norme et l'angle qu'il fait avec l'axe horizontal.

Réponse :

Exercice 7

Deux forces colinéaires de sens opposés s'appliquent sur un objet : $F_1 = 80$ N vers la droite et $F_2 = 50$ N vers la gauche. Calculer la valeur et le sens de la force résultante.

Réponse :

Exercice 8

Sur un schéma, $A(1; 1)$, $B(4; 5)$, $C(9; 5)$. Calculer les composantes de \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{AC} . Vérifier la relation $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Réponse :

————— Pour aller plus loin —————

Exercice 9

Un objet est soumis à deux forces perpendiculaires : $F_1 = 12$ N horizontalement et $F_2 = 5$ N verticalement. Calculer la valeur et la direction (angle avec l'horizontale) de la force résultante.

Réponse :

Exercice 10

Soient $\vec{u} = (4; 3)$ et $\vec{v} = (-1; 2)$. Calculer la norme de $\vec{u} + \vec{v}$.

Réponse :

Exercice 11

Un vecteur \vec{u} a une norme $\|\vec{u}\| = 10$ et fait un angle $\theta = 30^\circ$ avec l'axe horizontal. Calculer ses composantes x et y (rappel : $x = \|\vec{u}\| \cos \theta$, $y = \|\vec{u}\| \sin \theta$).

Réponse :

Exercice 12

Deux vecteurs \vec{u}_1 et \vec{u}_2 ont pour composantes $(2; 3)$ et $(5; -1)$ respectivement. Calculer les composantes de $\vec{u}_1 - \vec{u}_2$ (rappel : $-\vec{u}_2$ a pour composantes $(-x_2; -y_2)$).

Réponse :

Activités d'application

Activité 1 • Composition de deux courants en quadrature

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : somme de vecteurs, norme **Lien référentiel :** S2.1 — représentation vectorielle des grandeurs alternatives

Dans un circuit en régime alternatif, on représente deux courants par des vecteurs dans un plan : un courant actif \vec{I}_a porté par l'axe horizontal et un courant réactif \vec{I}_r porté par l'axe vertical (les deux sont *en quadrature*). On donne $\vec{I}_a = (3; 0)$ A et $\vec{I}_r = (0; 4)$ A.

1. Donner les composantes du courant total $\vec{I} = \vec{I}_a + \vec{I}_r$.
2. Calculer la norme $\|\vec{I}\|$: c'est l'intensité totale du courant lue par un ampèremètre.

Réponse :

Activité 2 • Moment de serrage d'une borne

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : produit, isoler une grandeur **Lien référentiel :** S3.3 — raccordements et serrages

Le moment d'une force par rapport à un axe vaut $M = F \times d$, où d est le bras de levier. On serre la vis d'une borne avec une clé : la force appliquée est $F = 150$ N et le bras de levier $d = 0,2$ m.

1. Calculer le moment de serrage M (en N·m).
2. Pour atteindre $M = 45$ N·m avec la même force, calculer le bras de levier nécessaire. (isoler d)

Réponse :

Activité 3 • Vecteur entre deux points d'un schéma

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : composantes, norme **Lien référentiel** : S3.1 — lecture de plans et schémas

Sur un schéma d'implantation, deux points sont repérés par leurs coordonnées (en mm) : $A(10; 20)$ et $B(40; 60)$.

1. Calculer les composantes du vecteur \overrightarrow{AB} (rappel : $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$).
2. Calculer $\|\overrightarrow{AB}\|$: c'est la distance entre les deux points.

Réponse :

Activité 4 • Vecteur vitesse d'avance d'un outil sur deux axes

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : norme, direction **Lien référentiel** : S3.4 — machines à commande numérique en atelier électrotechnique

Sur une machine à percer commandée numériquement, la tête d'outil avance simultanément suivant deux axes. Sa vitesse a pour composantes $v_x = 600$ mm/min et $v_y = 800$ mm/min.

1. Calculer la norme du vecteur vitesse (vitesse résultante de l'outil).
2. Déterminer l'angle θ que fait ce vecteur avec l'axe X (on utilisera $\tan \theta = v_y/v_x$).

Réponse :

Activité 5 • Composition de deux vitesses

PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : somme de vecteurs, norme **Lien référentiel** : S15 — composition des vitesses

Un nageur traverse une rivière. Il nage à 4 m/s perpendiculairement à la berge, tandis que le courant l'emporte à 3 m/s le long de la rivière.

1. Calculer la norme de la vitesse réelle du nageur.
2. Calculer l'angle de sa trajectoire par rapport à la direction où il nage ($\tan \theta = 3/4$).

Réponse :

Activité 6 • Poussée d'Archimède : forces verticales opposées PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : somme de vecteurs colinéaires, signe **Lien référentiel** : S15 — statique des fluides

Un objet plongé dans l'eau subit deux forces verticales opposées : son poids $P = 50 \text{ N}$ (vers le bas) et la poussée d'Archimède $F_A = 30 \text{ N}$ (vers le haut).

1. Calculer la valeur de la force résultante et préciser son sens.
2. En déduire si l'objet coule ou remonte.

Réponse :

Chapitre 5

Semaine 5 : Fonctions et lecture graphique

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte Électrotech, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

Rappel mathématique

Cette semaine consolide les outils pour décrire et interpréter une dépendance entre deux grandeurs : fonction linéaire, fonction affine, fonction carré, et lecture graphique. Ces outils permettent de modéliser un grand nombre de situations métier (loi d'Ohm, dilatation, débit, étalonnage de capteur).

§1. Notion de fonction

Définition – fonction

Une fonction f associe à chaque valeur x (la variable) une unique valeur $f(x)$ (l'image de x). La représentation graphique de f est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$.

Exemple – Pour $f(x) = 2x + 1$, on a $f(0) = 1$, $f(3) = 7$, $f(-2) = -3$.

§2. Fonction linéaire

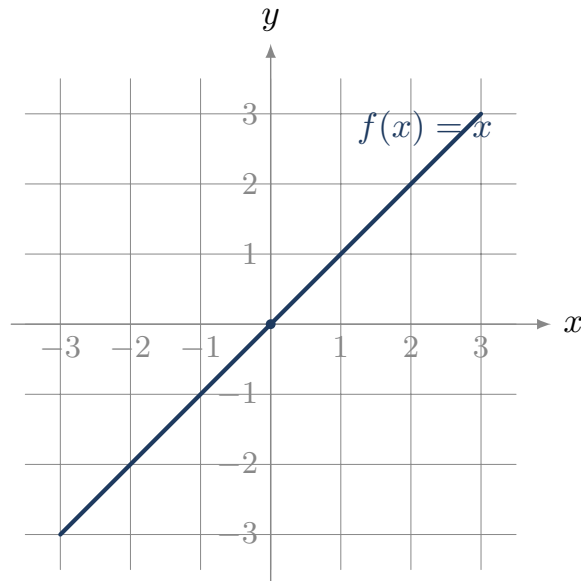
Définition – fonction linéaire

Une fonction linéaire est de la forme $f(x) = kx$, où k est un coefficient constant. Sa représentation graphique est une droite passant par l'origine.

Propriété – proportionnalité

Une fonction linéaire $f(x) = kx$ traduit une situation de **proportionnalité** entre x et $f(x)$, de coefficient k . Sur la droite, k est le *coefficient directeur* (la pente).

Exemple – Pour la loi d'Ohm $U = RI$, la tension U est une fonction linéaire de l'intensité I , de pente R (la résistance).



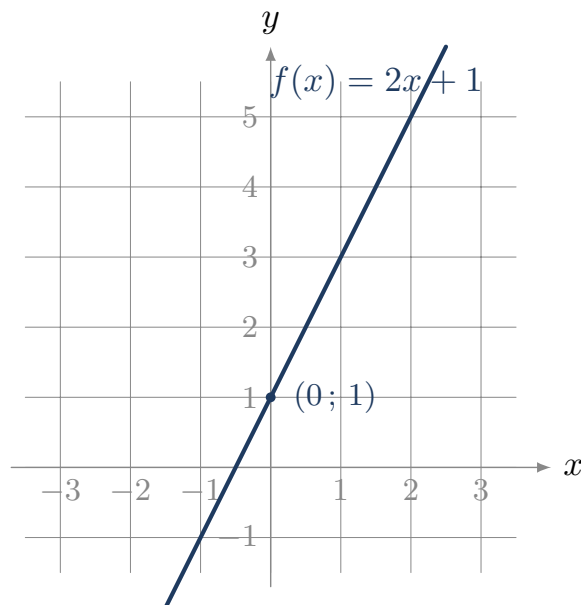
§3. Fonction affine

Définition – fonction affine

Une fonction affine est de la forme $f(x) = ax + b$, où a est le coefficient directeur (pente) et b l'ordonnée à l'origine. Sa représentation graphique est une droite, qui passe par le point $(0; b)$.

Si $b = 0$, la fonction est linéaire ; on retrouve le cas précédent.

Exemple – Pour $f(x) = 3x + 2$: $f(0) = 2$, $f(1) = 5$. La droite passe par $(0; 2)$ et a pour pente 3.



Méthode – calculer la pente entre deux points

Pour une droite passant par les points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ (avec $x_A \neq x_B$), la pente vaut

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

§4. Fonction carré

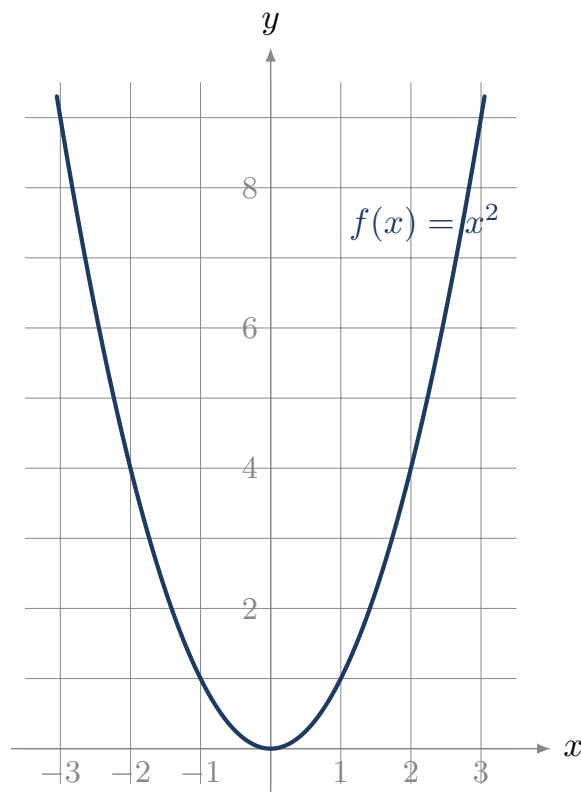
Définition – fonction carré

La fonction carré est définie par $f(x) = x^2$. Pour $a \neq 0$, on appelle parfois ainsi toute fonction de la forme $f(x) = ax^2$.

Propriété – effet du carré

Si l'on multiplie la variable par 2, l'image est multipliée par $2^2 = 4$. Plus généralement, multiplier par k multiplie l'image par k^2 .

Exemple – Pour $f(x) = x^2$: $f(2) = 4$, $f(4) = 16$ (quatre fois plus pour une variable doublée). C'est la signature visuelle d'une dépendance en carré.



Cas métier. La puissance dissipée par effet Joule $P = RI^2$ est une fonction carré de l'intensité : doubler I quadruple la puissance.

§5. Lecture graphique

Méthode – lire une courbe

Pour exploiter une représentation graphique :

- **Image d'une valeur** : pour lire $f(a)$, on repère a sur l'axe des abscisses, on monte verticalement jusqu'à la courbe, puis horizontalement jusqu'à l'axe des ordonnées.
- **Antécédent** : pour trouver les valeurs x telles que $f(x) = c$, on repère c sur l'axe des ordonnées, on va horizontalement jusqu'à la courbe, puis verticalement jusqu'à l'axe des abscisses.
- **Point d'intersection** : entre deux courbes, le point d'intersection donne une valeur de x pour laquelle les deux fonctions prennent la même valeur.

Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Soit la fonction $f(x) = 2x + 5$. Calculer $f(0)$, $f(3)$, $f(-2)$.

Réponse :

Exercice 2

Pour la fonction linéaire $f(x) = 4x$, compléter le tableau et vérifier qu'il s'agit bien d'une situation de proportionnalité.

x	0	1	2	3
$f(x)$				

Réponse :

Exercice 3

Soit la fonction affine $f(x) = 3x - 1$. Calculer $f(0)$, $f(2)$ et $f(4)$. Vérifier ensuite la pente entre les points $(2; f(2))$ et $(4; f(4))$.

Réponse :

Exercice 4

Une droite passe par les points $A(1; 2)$ et $B(5; 10)$. Calculer son coefficient directeur, puis écrire l'équation de la droite $y = ax + b$.

Réponse :

Exercice 5

Soit la fonction carré $f(x) = x^2$. Calculer $f(2)$, $f(4)$, $f(8)$. Si l'on double la variable, par quel facteur l'image est-elle multipliée ?

Réponse :

Exercice 6

Soit la fonction $f(x) = 5x^2$. Compléter le tableau de valeurs.

x	0	1	2	3	4
$f(x)$					

Réponse :

Exercice 7

Le tableau de valeurs ci-dessous est-il celui d'une fonction linéaire, affine, ou carré ?

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	3	5	7	9	11

Réponse :

Exercice 8

Sur un graphique, la droite représentative d'une fonction f passe par $(0; 4)$ et $(2; 0)$. En déduire l'expression de f .

Réponse :

_____ Pour aller plus loin _____

Exercice 9

Une fonction f vérifie $f(x) = ax + b$ avec $f(2) = 7$ et $f(5) = 16$. Déterminer a et b .

Réponse :

Exercice 10

Deux droites ont pour équations $y = 2x + 1$ et $y = -x + 4$. Calculer le point d'intersection (résoudre $2x + 1 = -x + 4$).

Réponse :

Exercice 11

Soit $f(x) = x^2$. Pour quelles valeurs de x a-t-on $f(x) = 49$?

Réponse :

Exercice 12

Lecture graphique. Sur un graphique non fourni ici, on lit que la droite passe par $(1; 3)$ et $(4; 9)$, et la parabole d'équation $y = x^2$ passe (notamment) par $(3; 9)$. La droite et la parabole se coupent en deux points. En partant des équations, calculer les abscisses de ces deux points d'intersection.

Réponse :

Activités d'application

Activité 1 • Décharge d'une batterie (fonction affine)

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : fonction affine, isoler une grandeur **Lien référentiel** : S2.2 — accumulateurs et batteries

La tension aux bornes d'une batterie qui se décharge à courant constant suit une loi affine : $U(t) = U_0 - kt$, où U_0 est la tension initiale et k la vitesse de chute (en V/min). On donne $U_0 = 12$ V et $k = 0,1$ V/min.

1. Calculer U au bout de $t = 20$ min.
2. À quel instant t la tension atteint-elle $U = 9$ V ? (isoler t)

Réponse :

Activité 2 • Caractéristique d'un conducteur ohmique (fonction linéaire)

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : proportionnalité, lecture de tableau, pente **Lien référentiel** : S2.1 — loi d'Ohm, caractéristique $U(I)$

Pour différents courants I , on mesure la tension U aux bornes d'une résistance :

I (A)	0	1	2	3
U (V)	0	5	10	15

1. Calculer le rapport U/I pour chaque mesure non nulle. Que remarque-t-on ?
2. En déduire la valeur de la résistance R (la pente de la droite $U = RI$).

Réponse :

Activité 3 • Effet Joule en fonction de l'intensité (fonction carré)

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : fonction carré, tableau de valeurs **Lien référentiel** : S2.1 — pertes par effet Joule

La puissance dissipée par effet Joule dans une résistance $R = 10 \Omega$ est $P = RI^2 = 10 I^2$.

1. Compléter le tableau de P pour $I = 0, 1, 2, 3, 4$ A.
2. Si l'on double l'intensité, par combien la puissance est-elle multipliée ? Justifier.

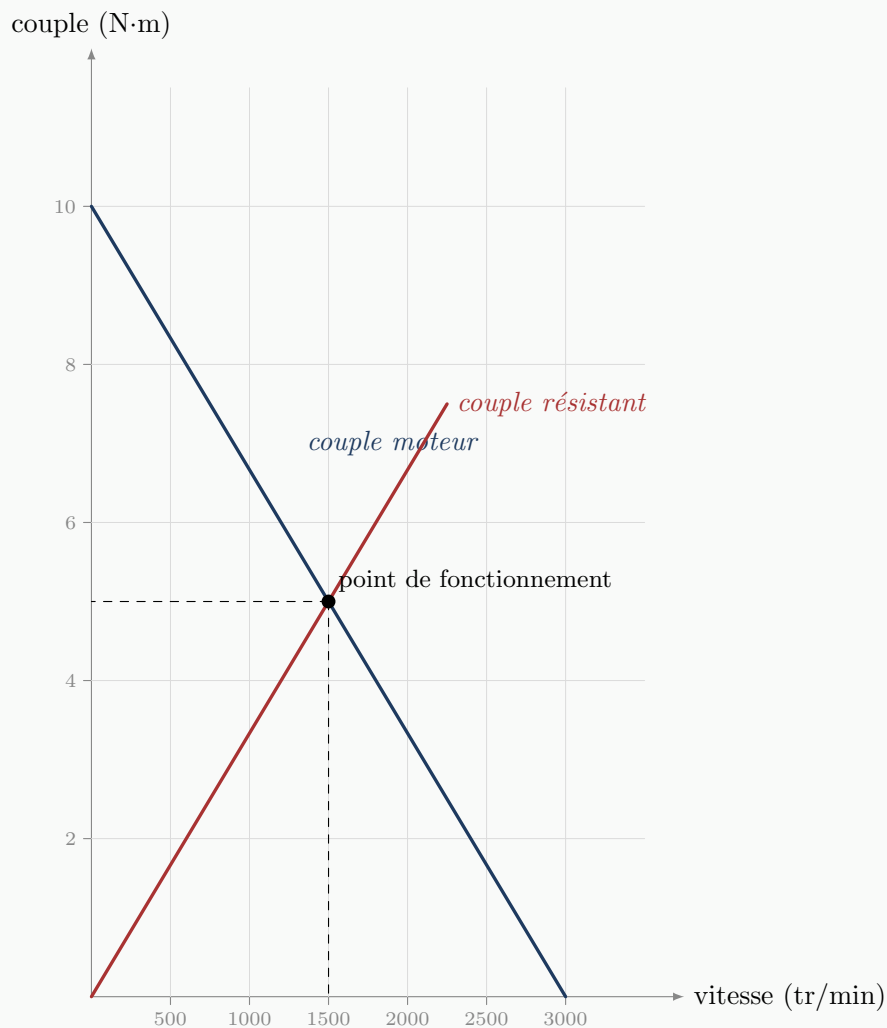
Réponse :

Activité 4 • Lecture d'une caractéristique de moteur

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : lecture graphique, point de fonctionnement **Lien référentiel** : S2.2 — moteurs électriques, caractéristiques

La courbe ci-dessous représente la caractéristique couple–vitesse d'un moteur électrique. La droite décroissante donne le couple disponible du moteur en fonction de sa vitesse de rotation ; la droite croissante donne le couple résistant exigé par la charge entraînée. Le *point de fonctionnement* est leur intersection.



1. Lire les coordonnées du point de fonctionnement (vitesse en tr/min, couple en N·m).

2. Quel est le couple disponible quand le moteur est à l'arrêt (vitesse nulle) ? On l'appelle le *couple de démarrage*.
3. Pour quelle vitesse le couple disponible devient-il nul ? On l'appelle la *vitesse à vide*.

Réponse :

Activité 5 • Étalonnage d'un capteur (fonction linéaire)

PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : proportionnalité, lecture graphique, pente **Lien référentiel** : S15 — mesure et instrumentation

On étalonne un capteur de température en relevant sa tension de sortie U pour différentes températures T :

T (°C)		0	20	40	60	80
U (mV)		0	100	200	300	400

1. Calculer le rapport U/T pour les mesures non nulles. Que constate-t-on ?
2. En déduire la sensibilité du capteur (en mV par °C), puis prédire la tension obtenue à $T = 100$ °C.

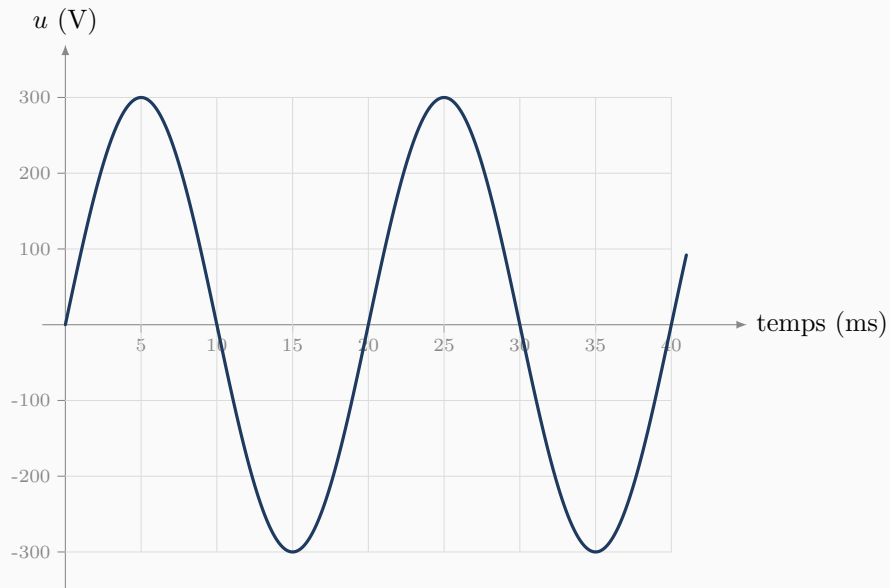
Réponse :

Activité 6 • Lecture d'un oscillogramme (signal sinusoïdal)

PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : lecture graphique, période et fréquence **Lien référentiel** : S15 — Électricité (grandeurs alternatives)

L'oscillogramme ci-dessous représente une tension alternative en fonction du temps.



1. Lire l'amplitude (valeur de crête) de la tension.
2. Lire la durée d'un cycle complet (la période T), puis calculer la fréquence f (rappel : $f = 1/T$).

Réponse :

Chapitre 6

Semaine 6 : Dérivation

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte Électrotech, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

Rappel mathématique

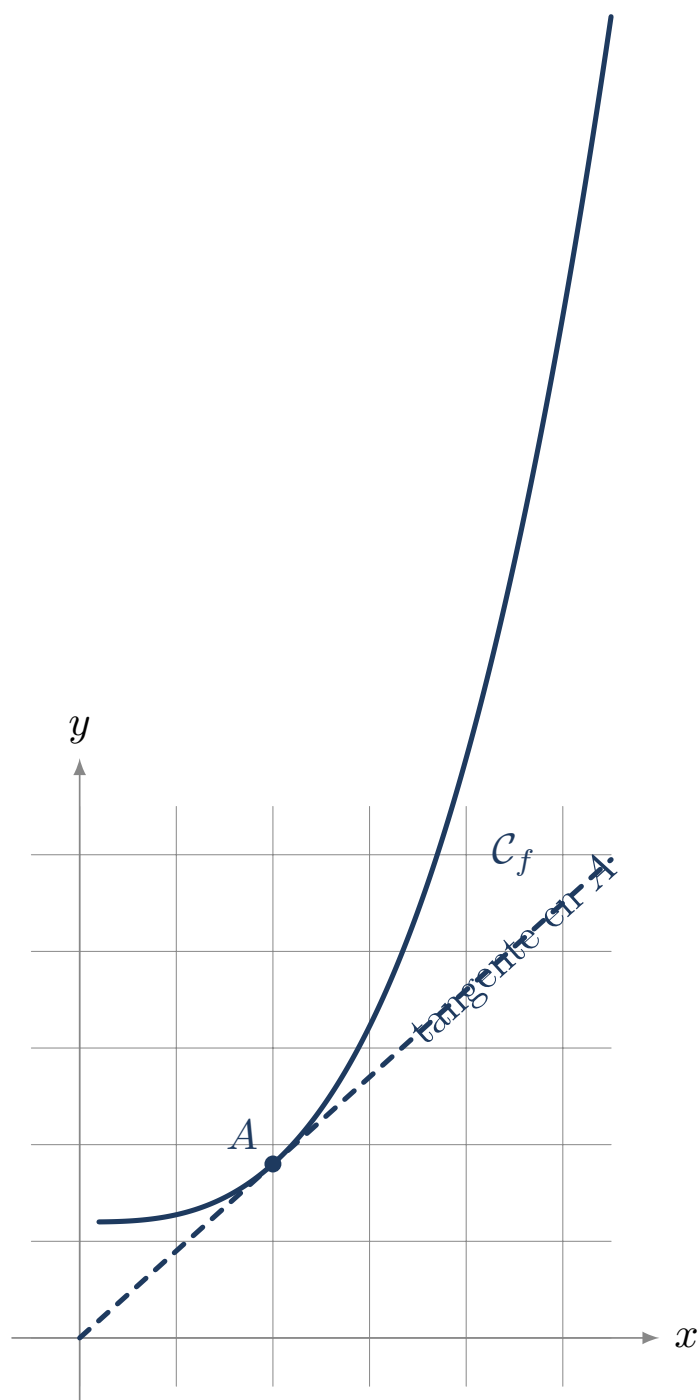
Cette semaine consolide la notion de dérivée d'une fonction et son interprétation comme taux de variation. La dérivation est l'outil de la première année de BTS pour étudier les variations, identifier les extremums et modéliser des grandeurs qui évoluent (vitesse, courant, débit).

§1. Nombre dérivé et tangente

Définition – nombre dérivé

Le *nombre dérivé* d'une fonction f en un point d'abscisse a , noté $f'(a)$, est le **coefficient directeur de la tangente** à la courbe représentative de f au point $(a; f(a))$.

C'est aussi le *taux de variation instantané* de f en a : il indique à quelle vitesse f change autour de cette valeur.



§2. Fonction dérivée

Définition – fonction dérivée

La fonction dérivée de f , notée f' , associe à chaque x son nombre dérivé $f'(x)$ (lorsqu'il existe).

Propriété – dérivées usuelles

$f(x)$	$f'(x)$
k (constante)	0
x	1
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
x^n	$n x^{n-1}$

Exemple – Si $f(x) = x^5$, alors $f'(x) = 5x^4$.

§3. Règles de dérivation

Propriété – opérations sur les dérivées

Pour deux fonctions u et v et un réel k :

$$(ku)' = k u', \quad (u+v)' = u' + v', \quad (u-v)' = u' - v'.$$

Ces règles permettent de dériver tous les *polynômes*.

Exemple – Si $f(x) = 3x^2 - 5x + 4$, alors $f'(x) = 3 \times 2x - 5 \times 1 + 0 = 6x - 5$.

Exemple – Si $g(t) = t^2 + 3t$, alors $g'(t) = 2t + 3$.

Point de vigilance. La dérivée d'une constante est nulle : pour $f(x) = 4$, on a $f'(x) = 0$, et non 4.

§4. Interprétation : taux de variation

Méthode – interpréter f'

La dérivée $f'(a)$ donne le **taux de variation instantané** de f en a .

- Si $f'(a) > 0$, f est croissante autour de a .
- Si $f'(a) < 0$, f est décroissante autour de a .
- Si $f'(a) = 0$, la courbe a une tangente horizontale en a (souvent un *extremum*).

Exemple – La position d'un objet mobile est $x(t)$. Sa vitesse instantanée est $v(t) = x'(t)$.

Exemple – La charge d'un condensateur est $q(t)$. Le courant qui le traverse est $i(t) = q'(t)$.

§5. Optimisation : trouver un extremum

Méthode – rechercher un extremum

Pour trouver les valeurs de x où une fonction f admet un maximum ou un minimum :

1. On calcule $f'(x)$.
2. On résout $f'(x) = 0$.
3. On étudie le signe de $f'(x)$ autour des solutions trouvées pour conclure (minimum ou maximum).

*Exemple - Soit $C(x) = x^2 - 6x + 10$. On a $C'(x) = 2x - 6$.
 $C'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$. Pour $x < 3$, $C'(x) < 0$ (décroissante) ; pour $x > 3$, $C'(x) > 0$ (croissante).
Donc C admet un minimum en $x = 3$, et $C(3) = 9 - 18 + 10 = 1$.*

Exercices classiques

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

- $f(x) = x^2$
- $f(x) = x^3$
- $f(x) = x^4$

Réponse :

Exercice 2

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

- $f(x) = 5$
- $f(x) = 3x$
- $f(x) = 7x + 4$

Réponse :

Exercice 3

Soit $f(x) = 3x^2 - 5x + 4$. Calculer $f'(x)$, puis $f'(2)$.

Réponse :

Exercice 4

Soit $g(t) = 2t^2 + 3t - 1$. Calculer $g'(t)$, puis $g'(0)$ et $g'(5)$.

Réponse :

Exercice 5

Pour la fonction $f(x) = x^2$, calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x = 4$.

Réponse :

Exercice 6

Soit $f(x) = -x^2 + 4x$. Calculer $f'(x)$, puis résoudre $f'(x) = 0$.

Réponse :

Exercice 7

La position d'un objet mobile est donnée par $x(t) = t^2 + 2t$, avec t en secondes et x en mètres. Sa vitesse instantanée est $v(t) = x'(t)$.

- Calculer $v(t)$.
- Calculer la vitesse à $t = 5$ s.

Réponse :

Exercice 8

Soit $C(x) = x^2 - 8x + 20$ une fonction de coût. Déterminer la valeur de x qui minimise C , et calculer le coût minimal.

Réponse :

————— Pour aller plus loin —————

Exercice 9

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$. Calculer $f'(x)$, puis résoudre $f'(x) = 0$.

Réponse :

Exercice 10

Soit $f(x) = x^2$. Écrire l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x = 3$ (rappel : équation $y = f'(a)(x - a) + f(a)$).

Réponse :

Exercice 11

La charge d'un condensateur (en coulombs) suit $q(t) = 0,5t^2 + 2t$. Calculer le courant $i(t) = q'(t)$ qui le traverse, puis le courant à l'instant $t = 4$ s.

Réponse :

Exercice 12

Soit $f(x) = 2x^2 - 12x + 5$. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de f .

Réponse :

Activités d'application

Activité 1 • Tension induite (dérivation d'un polynôme)

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : dérivation d'un polynôme, taux de variation **Lien référentiel :** S2.2 — induction électromagnétique

Le flux magnétique à travers une bobine (en webers) évolue selon $\Phi(t) = 0,5t^2 + 2t$, avec t en secondes. La tension induite aux bornes de la bobine se déduit par dérivation : sa valeur absolue vaut $e(t) = \Phi'(t)$.

- Déterminer l'expression de $e(t)$.
- Calculer la tension induite à l'instant $t = 3$ s.

Réponse :

Activité 2 • Nombre dérivé et tangente

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : nombre dérivé, coefficient directeur **Lien référentiel :** lecture d'une courbe, pente

Soit la fonction $f(x) = x^2$. On rappelle que le nombre dérivé $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse a .

- Déterminer la fonction dérivée $f'(x)$.
- Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x = 3$.

Réponse :

Activité 3 • Optimisation du coût d'une installation

ÉLECTROTECHNIQUE

Outil réinvesti : dérivation, signe de la dérivée, extremum **Lien référentiel :** S3.5 — estimation des coûts d'une installation

Le coût total annuel d'une installation (matériel + pertes en énergie), exprimé en milliers d'euros, est modélisé par $C(x) = x^2 - 6x + 10$, où x est un paramètre de dimensionnement (par exemple la section choisie pour le câble principal). Un minimum est atteint là où la dérivée s'annule.

- Calculer $C'(x)$, puis résoudre $C'(x) = 0$.

2. En déduire le dimensionnement x qui minimise le coût, et la valeur du coût minimal.

Réponse :

Activité 4 • Courant de charge d'un condensateur (taux de variation)

ÉLEC-
TROTÉCHNIQUE

Outil réinvesti : dérivation d'un polynôme, taux de variation **Lien référentiel** : S2.1 — composants réactifs (condensateur)

La charge q d'un condensateur en cours de charge (en coulombs) évolue selon $q(t) = t^2 + 3t$, avec t en secondes. Le courant qui le traverse à l'instant t est le taux de variation de la charge : $i(t) = q'(t)$.

- Déterminer l'expression de $i(t)$.
- Calculer le courant à l'instant $t = 4$ s.

Réponse :

Activité 5 • Vitesse d'un objet en chute

PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : dérivation d'un polynôme **Lien référentiel** : S15 — cinématique (chute)

La distance parcourue par un objet en chute (en mètres) est approximativement $x(t) = 5t^2$, avec t en secondes. La vitesse est la dérivée de la position : $v(t) = x'(t)$.

- Déterminer $v(t)$.
- Calculer la vitesse à l'instant $t = 3$ s.

Réponse :

Activité 6 • Vitesse de refroidissement

PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : dérivation d'une fonction affine, signe **Lien référentiel** : S15 — thermique

La température d'une pièce qui refroidit (en °C) suit $T(t) = 80 - 5t$, avec t en minutes.

- Calculer $T'(t)$.
- Interpréter le signe et la valeur du résultat.

Réponse :

Chapitre 7

Annexe : prise en main de la calculatrice

Cette annexe rassemble les gestes de calculatrice les plus utiles pour le parcours de consolidation. Elle s'appuie sur les deux modèles les plus répandus dans les lycées français : les Casio scientifiques (fx-92, Graph 25, Graph 35) et la Numworks. Les gestes décrits ici sont des acquis attendus du collège ou de la seconde, mais l'expérience montre qu'ils méritent d'être rappelés en début de BTS.

§1 — Choisir l'unité d'angle (degré ou radian)

En consolidation, on travaille en **degrés** : un angle droit vaut 90° , et c'est dans cette unité que sont donnés tous les énoncés de ce cahier. Avant tout calcul de sinus, cosinus ou tangente, il faut vérifier que la calculatrice est bien réglée en mode degré.

Sur Casio (fx-92, Graph 25/35)

Taper **SHIFT** puis **SETUP** (ou **MENU** puis **SETUP** selon le modèle). Choisir **Angle Unit**, puis **Degré** (D). À l'écran, un petit D s'affiche en haut. Si l'on voit R (radian) ou G (grade), on n'est pas en degré.

Sur Numworks

Appuyer sur **Réglages**, puis **Forme des angles**, puis sélectionner **Degré**. L'indication apparaît en haut de l'écran principal.

Vérification

Taper $\sin(30)$ et valider. Si le résultat est 0,5, on est bien en degré. Si l'on obtient $-0,988$, on est en radian : il faut basculer.

§2 — La touche π

Toutes les calculatrices ont une touche dédiée pour π . **On ne saisit jamais 3,14 à la place** : on perd en précision pour rien, et c'est plus long à taper. La touche π donne la valeur la plus précise que la calculatrice connaît.

Sur Casio (fx-92, Graph 25/35)

La touche π est au-dessus de la touche **EXP** (ou $\times 10^x$), accessible via **SHIFT**.

Sur Numworks

La touche π est directement accessible sur le clavier, sans **SHIFT**.

Vérification

Taper π et valider. On doit lire 3,14159... (et non 3,14).

§3 — Puissances et racines

Pour saisir une puissance, on utilise la touche x^y (notée parfois \wedge). La racine carrée a sa propre touche $\sqrt{}$.

Sur Casio (*fx-92, Graph 25/35*)

Pour 2^{10} : taper 2, puis x^y (ou \wedge), puis 10, puis =. Résultat : 1024.
 Pour $\sqrt{50}$: taper $\sqrt{}$, puis 50, puis =.

Sur Numworks

Pour 2^{10} : taper 2, puis \wedge , puis 10, puis EXE.
 Pour $\sqrt{50}$: utiliser la touche $\sqrt{}$, puis saisir le contenu.

Attention au signe moins : pour saisir un exposant négatif comme 10^{-3} , on utilise la touche du *signe* négatif (souvent notée (-)), pas celle de la soustraction. Voir §4.

§4 — Notation scientifique : la touche EXP

Pour saisir un nombre en notation scientifique, comme $3,14 \times 10^{-6}$, on utilise la touche **EXP** (notée parfois **EE** ou $\times 10^x$). Cette touche signifie « fois dix puissance », il ne faut donc **pas** taper $\times 10$ avant.

Sur Casio (*fx-92, Graph 25/35*)

Pour saisir $3,14 \times 10^{-6}$: taper 3.14, puis EXP, puis (-), puis 6.
 La séquence 3.14 \times 10 EXP -6 est *fausse* : elle donne $3,14 \times 10 \times 10^{-6} = 3,14 \times 10^{-5}$.

Sur Numworks

Numworks utilise plutôt la notation naturelle. Pour saisir $3,14 \times 10^{-6}$, on peut soit taper la formule en clair (3.14*10^(-6)), soit utiliser la touche $\times 10^n$ dédiée.

Vérification

Taper 10^{-3} . On doit obtenir 0,001 (et non -1000, qui serait le résultat d'une mauvaise saisie du signe).

§5 — Lire un résultat en notation scientifique

Quand un résultat est très grand ou très petit, la calculatrice l'affiche en notation scientifique. Par exemple, $3,14 \times 10^{-6}$ peut s'afficher 3.14E-06 ou 3.14×10^{-6} selon le modèle.

Sur Casio (*fx-92, Graph 25/35*)

L'affichage par défaut est 3.14E-06. Le **E** signifie « $\times 10^{\dots}$ ». On peut basculer entre **Norm** (notation normale) et **Sci** (notation scientifique systématique) dans **SETUP**.

Sur Numworks

L'affichage utilise directement la notation $3,14 \cdot 10^{-6}$, plus lisible. Pas de risque de confusion avec une variable E.

Dans une copie ou un compte-rendu, on retranscrit toujours en notation mathématique propre : $3,14 \times 10^{-6}$, jamais 3.14E-06.

§6 — Forme exacte ou valeur décimale

Les calculatrices récentes affichent par défaut les résultats sous **forme exacte** : un résultat avec π , une fraction non simplifiée, ou une racine carrée restent tels quels. Pour obtenir la valeur décimale approchée, on utilise la touche **S↔D** (Standard ↔ Décimal).

Sur Casio (fx-92, Graph 25/35)

Calculer $400 \times \pi$ donne 400π à l'écran. Appuyer sur **S↔D** pour obtenir 1 256,637...

Sur Numworks

Le résultat exact et la valeur approchée s'affichent souvent ensemble. On peut basculer entre les deux formes avec la touche dédiée.

Quel format choisir ? La forme exacte est précieuse pour comparer deux résultats ou pour les calculs en chaîne (pas d'arrondi cumulé). La valeur décimale est nécessaire pour interpréter physiquement un résultat (« la vitesse vaut environ 125,7 m/min »).

§7 — Calculs en chaîne : la touche Ans

Quand on enchaîne plusieurs calculs en réutilisant le résultat précédent, on **ne retape pas** le nombre à la main : on utilise la touche **Ans** (Answer), qui rappelle automatiquement le dernier résultat. Cela évite les erreurs de saisie et les arrondis.

Sur Casio (fx-92, Graph 25/35)

Après un calcul, taper directement +, -, \times ou \div : la calculatrice insère **Ans** automatiquement. On peut aussi insérer **Ans** explicitement avec **SHIFT** puis **Ans**.

Sur Numworks

La touche **Ans** est directement accessible. Le résultat précédent est mémorisé après chaque **EXE**.

Exemple. Calculer $V = \pi \times 10^2 \times 100$, puis en déduire la masse $m = 7,85 \times V \times 10^{-3}$ (en grammes). Plutôt que de noter le résultat de V et le retaper, on enchaîne avec $\times 7.85 \times 10^{(-3)}$.

§8 — Trigonométrie inverse

Pour retrouver un angle à partir de son sinus, son cosinus ou sa tangente, on utilise les fonctions inverses \sin^{-1} , \cos^{-1} , \tan^{-1} (souvent notées **ASIN**, **ACOS**, **ATAN**).

Sur Casio (fx-92, Graph 25/35)

Pour obtenir l'angle dont la tangente vaut 0,75 : taper **SHIFT**, puis **tan**, puis 0.75, puis =. En mode degré, on obtient $36,87^\circ$.

Sur Numworks

Les fonctions inverses sont accessibles via **shift** puis la fonction trigonométrique correspondante. Le résultat est dans l'unité d'angle active (degré ou radian).

Très important : l'unité du résultat dépend du mode actif. Si la calculatrice est en degré, $\tan^{-1}(0,75) \approx 36,87^\circ$. Si elle est en radian, le même calcul donne 0,6435 rad. Toujours vérifier le mode avant un calcul de trigonométrie inverse (voir §1).

Vérification

En mode degré : $\tan^{-1}(1)$ doit donner 45° . Si l'on obtient 0,785..., on est en radian.