



Lycée Jean-Baptiste de Baudre
Agen

Parcours de consolidation en mathématiques

Semaine 1 • extrait du parcours complet

Cahier d'approfondissement

Spécialité CPI — Conception des Produits Industriels

Version professeur
(énoncés et corrigés)

De la rentrée aux vacances de la Toussaint

Semaine 1 : Calcul, formules et unités

Ce chapitre prolonge le cahier principal. Il se compose de deux parties : (a) des exercices classiques supplémentaires (tronc commun aux quatre BTS), (b) des activités d'application en contexte métier plus complètes, qui enchaînent davantage d'étapes.

Exercices classiques (suite)

Ces exercices prolongent les deux exercices du cahier de base. Ils enchaînent plusieurs notions et demandent une étape de raisonnement supplémentaire. Les corrigés détaillés sont visibles dans la version professeur. Les quatre derniers, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Simplifier chaque expression, puis donner le résultat en notation scientifique.

$$\text{a) } \frac{10^6 \times 10^{-3}}{10^{-2}} \quad \text{b) } (3 \times 10^4) \times (2 \times 10^{-6}) \quad \text{c) } \frac{(4 \times 10^{-3})^2}{8 \times 10^{-4}}$$

Corrigé

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{10^{6+(-3)}}{10^{-2}} &= \frac{10^3}{10^{-2}} = 10^{3-(-2)} = 10^5 = 1 \times 10^5. \\ \text{b) } (3 \times 2) \times 10^{4+(-6)} &= 6 \times 10^{-2}. \\ \text{c) } \frac{4^2 \times 10^{-6}}{8 \times 10^{-4}} &= \frac{16}{8} \times 10^{-6-(-4)} = 2 \times 10^{-2}. \end{aligned}$$

Exercice 2

Une clé USB a une capacité annoncée de 64 Go.

1. Convertir cette capacité en Mo, puis en ko (rappel : 1 Go = 10^3 Mo = 10^6 ko).
2. Un fichier photo pèse 8 Mo. Combien de photos la clé peut-elle contenir ?
3. Un fichier vidéo pèse 1,2 Go. Combien de vidéos la clé peut-elle contenir ?

Corrigé

- 1) 64 Go = 64×10^3 Mo = 64 000 Mo ; 64 Go = 64×10^6 ko = $6,4 \times 10^7$ ko.
- 2) $64\,000 \div 8 = 8\,000$ photos.
- 3) $64 \div 1,2 \approx 53,3$, donc 53 vidéos (on ne compte pas la fraction).

Exercice 3

La loi d'Ohm relie tension U , résistance R et courant I par $U = R \times I$.

1. Isoler R dans cette relation.
2. On mesure $U = 12$ V et $I = 250$ mA. Convertir I en A, puis calculer R en Ω .

3. Exprimer R en $\text{k}\Omega$.

Corrigé

1) $R = \frac{U}{I}$.

2) $I = 250 \text{ mA} = 250 \times 10^{-3} \text{ A} = 0,25 \text{ A}$. Puis $R = \frac{12}{0,25} = 48 \Omega$.

3) $R = 48 \Omega = 48 \times 10^{-3} \text{ k}\Omega = 0,048 \text{ k}\Omega$.

Exercice 4

Le volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est donné par $V = \pi r^2 h$.

1. Calculer V pour $r = 3 \text{ cm}$ et $h = 10 \text{ cm}$ (valeur exacte en π , puis approchée au dixième).
2. Convertir V en dm^3 , puis en litres (rappel : $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$).
3. Un autre cylindre a le même rayon $r = 3 \text{ cm}$ et un volume $V' = 180 \pi \text{ cm}^3$. Isoler h' dans la formule et calculer sa valeur.

Corrigé

1) $V = \pi \times 3^2 \times 10 = 90 \pi \approx 282,7 \text{ cm}^3$.

2) $1 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ dm}^3$, donc $V \approx 0,283 \text{ dm}^3 = 0,283 \text{ L}$.

3) $V' = \pi r^2 h' \Rightarrow h' = \frac{V'}{\pi r^2} = \frac{180 \pi}{9 \pi} = 20 \text{ cm}$.

Exercice 5

La vitesse de la lumière vaut $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$. La distance Terre-Lune vaut $d \approx 384\,000 \text{ km}$.

1. Exprimer d en mètres, en notation scientifique.
2. Le temps mis par la lumière pour parcourir la distance Terre-Lune est $t = \frac{d}{c}$. Calculer t en secondes.
3. Exprimer ce temps en millisecondes.

Corrigé

1) $384\,000 \text{ km} = 384\,000 \times 10^3 \text{ m} = 3,84 \times 10^8 \text{ m}$.

2) $t = \frac{3,84 \times 10^8}{3 \times 10^8} = \frac{3,84}{3} = 1,28 \text{ s}$.

3) $t = 1,28 \text{ s} = 1\,280 \text{ ms}$.

Exercice 6

L'énergie cinétique d'un objet en mouvement est donnée par $E_c = \frac{1}{2} m v^2$.

1. Isoler m dans la formule.
2. Isoler v dans la formule (on suppose $v > 0$).
3. Une voiture de masse $m = 1\,200 \text{ kg}$ a une énergie cinétique $E_c = 150\,000 \text{ J}$. Calculer sa vitesse v en m/s .

Corrigé

$$1) m = \frac{2E_c}{v^2}.$$

$$2) v^2 = \frac{2E_c}{m}, \text{ puis } v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}.$$

$$3) v = \sqrt{\frac{2 \times 150\,000}{1\,200}} = \sqrt{250} \approx 15,8 \text{ m/s}.$$

Pour aller plus loin

Exercice 7

Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$\frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{6} - \frac{1}{2}}$$

Corrigé

$$\text{Numérateur : } \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8+3}{12} = \frac{11}{12}.$$

$$\text{Dénominateur : } \frac{5}{6} - \frac{1}{2} = \frac{5-3}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Résultat : } \frac{11/12}{1/3} = \frac{11}{12} \times 3 = \frac{33}{12} = \frac{11}{4}.$$

Exercice 8

Une fibre optique offre un débit de 10 Gbit/s. On veut transférer un fichier de 2 Go (on prend 1 o = 8 bit).

1. Convertir le débit en bit/s, en notation scientifique.
2. Convertir la taille du fichier en bits.
3. Le temps de transfert vaut $t = \frac{\text{taille}}{\text{débit}}$. Calculer t en secondes.

Corrigé

$$1) 10 \text{ Gbit/s} = 10 \times 10^9 = 10^{10} \text{ bit/s}.$$

$$2) 2 \text{ Go} = 2 \times 10^9 \text{ o} = 2 \times 10^9 \times 8 = 1,6 \times 10^{10} \text{ bit}.$$

$$3) t = \frac{1,6 \times 10^{10}}{10^{10}} = 1,6 \text{ s}.$$

Exercice 9

Un disque a pour aire $S = 314 \text{ mm}^2$. On rappelle $S = \pi r^2$.

1. Isoler r dans la formule.
2. Calculer r en mm (arrondir au dixième).
3. Convertir r en cm.

Corrigé

- 1) $r^2 = \frac{S}{\pi}$, donc $r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$.
- 2) $r = \sqrt{\frac{314}{\pi}} \approx \sqrt{99,95} \approx 10,0 \text{ mm}$.
- 3) $r = 10,0 \text{ mm} = 1,00 \text{ cm}$.

Exercice 10

Le rayon d'un atome d'hydrogène vaut environ $r_{\text{atome}} = 5,3 \times 10^{-11} \text{ m}$. Le rayon de la Terre vaut environ $r_{\text{Terre}} = 6,4 \times 10^6 \text{ m}$.

1. Combien de fois le rayon de la Terre est-il plus grand que celui d'un atome d'hydrogène ?
Donner le résultat en notation scientifique.
2. Le rayon d'une cellule biologique moyenne vaut $r_{\text{cellule}} \approx 10^{-5} \text{ m}$. Est-ce plus proche de l'atome ou de la Terre, en ordre de grandeur ?

Corrigé

- 1) $\frac{r_{\text{Terre}}}{r_{\text{atome}}} = \frac{6,4 \times 10^6}{5,3 \times 10^{-11}} \approx 1,21 \times 10^{17}$. La Terre est environ 10^{17} fois plus grande.
- 2) Écart en ordre de grandeur : $10^{-5} \div 10^{-11} = 10^6$ (cellule / atome), et $10^6 \div 10^{-5} = 10^{11}$ (Terre / cellule). La cellule est donc plus proche de l'atome (10^6) que de la Terre (10^{11}) en ordre de grandeur.

Activités d'application

Activité 1 • Aire d'une section carrée

MÉCANIQUE

Outil réinvesti : calcul numérique, conversion $\text{mm}^2 \rightarrow \text{m}^2$ **Lien référentiel :** lecture de plan, sections de pièces

1. Donner la formule de l'aire S d'un carré de côté a .
2. Une pièce a une section carrée de côté $a = 20 \text{ mm}$. Calculer son aire S en mm^2 .
3. Exprimer 1 mm en mètres sous la forme d'une puissance de 10, puis en déduire à quoi est égal 1 mm^2 en m^2 .
4. En déduire l'aire S de la pièce, exprimée en m^2 .

Corrigé

1. $S = a^2$.
2. $S = 20^2 = 400 \text{ mm}^2$.
3. $1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$, donc $1 \text{ mm}^2 = (10^{-3})^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$.
4. $S = 400 \text{ mm}^2 = 400 \times 10^{-6} = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^2$.