



Lycée Jean-Baptiste de Baudre
Agen

Parcours de consolidation en mathématiques

Semaine 2 • extrait du parcours complet

Cahier d'approfondissement

Spécialité CPI — Conception des Produits Industriels

Version professeur

(énoncés et corrigés)

De la rentrée aux vacances de la Toussaint

Semaine 2 : Proportionnalité et géométrie de base

Ce chapitre prolonge le cahier principal. Il se compose de deux parties : (a) des exercices classiques supplémentaires (tronc commun aux quatre BTS), (b) des activités d'application en contexte métier plus complètes, qui enchaînent davantage d'étapes.

Exercices classiques (suite)

Ces exercices prolongent les deux exercices du cahier de base. Ils enchaînent plusieurs notions et demandent une étape de raisonnement supplémentaire. Les corrigés détaillés sont visibles dans la version professeur. Les quatre derniers, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Une machine d'usinage produit 45 pièces en 1 h 15 min, à cadence constante.

1. Exprimer cette durée en heures, puis calculer la cadence de la machine, en pièces par heure.
2. En déduire la durée nécessaire pour produire 300 pièces. Donner le résultat en heures et minutes.
3. Après un nouveau réglage, la cadence augmente de 25 %. Calculer la nouvelle cadence, puis la nouvelle durée pour 300 pièces.
4. De combien de minutes le réglage a-t-il fait gagner sur cette série de 300 pièces ?

Corrigé

- 1) 1 h 15 min = 1,25 h, donc la cadence vaut $\frac{45}{1,25} = 36$ pièces/h.
- 2) $\frac{300}{36} \approx 8,33$ h. Or $0,33$ h = $0,33 \times 60 = 20$ min, soit 8 h 20 min.
- 3) Nouvelle cadence : $36 \times 1,25 = 45$ pièces/h. Durée : $\frac{300}{45} \approx 6,67$ h = 6 h 40 min.
- 4) Gain : 8 h 20 min – 6 h 40 min = 1 h 40 min, soit 100 minutes.

Exercice 2

Un atelier achète une matière première 240 € la tonne. Le fournisseur annonce une hausse de 8 %, puis, à la commande, consent une remise de 5 % sur le prix déjà augmenté.

1. Calculer le prix après la hausse, puis le prix après la remise.
2. Calculer le coefficient multiplicateur global de ces deux évolutions successives. En déduire l'évolution globale, en pourcentage.
3. Un second fournisseur affiche 204 € la tonne après une remise de 15 %. Quel était son prix avant remise ?
4. Lequel des deux fournisseurs est le moins cher au final ?

Corrigé

- 1) Après hausse : $240 \times 1,08 = 259,20$ €. Après remise : $259,20 \times 0,95 = 246,24$ €.
- 2) Coefficient global : $1,08 \times 0,95 = 1,026$. Cela correspond à une hausse globale de 2,6 % (et non de $8 - 5 = 3$ %).
- 3) Si P est le prix avant remise, alors $P \times 0,85 = 204$, donc $P = \frac{204}{0,85} = 240$ €.
- 4) Le second fournisseur vend à 204 € contre 246,24 € : il est nettement moins cher.

Exercice 3

Sur un dessin de définition, une plaque rectangulaire est représentée avec une longueur de 84 mm et une largeur de 36 mm. La longueur réelle de la plaque est de 2,10 m.

1. Exprimer la longueur réelle en millimètres, puis déterminer l'échelle du dessin sous la forme $1 : n$.
2. En déduire la largeur réelle de la plaque, en mètres.
3. Calculer l'aire réelle de la plaque, en m^2 , et son aire sur le dessin, en cm^2 .
4. Calculer le rapport entre l'aire réelle et l'aire sur le dessin (les deux étant exprimées dans la même unité). Que remarque-t-on par rapport à n ?

Corrigé

- 1) 2,10 m = 2 100 mm, donc l'échelle vaut $\frac{84}{2\,100} = \frac{1}{25}$: c'est une échelle $1 : 25$.
- 2) Largeur réelle = $36 \times 25 = 900$ mm = 0,90 m.
- 3) Aire réelle = $2,10 \times 0,90 = 1,89$ m^2 . Aire sur le dessin = $84 \times 36 = 3\,024$ $\text{mm}^2 = 30,24$ cm^2 .
- 4) $1,89$ $\text{m}^2 = 1,89 \times 10^6$ mm^2 , donc le rapport vaut $\frac{1,89 \times 10^6}{3\,024} = 625 = 25^2$. Les aires sont dans le rapport n^2 , alors que les longueurs sont dans le rapport n .

Exercice 4

Un réservoir doit contenir 100 L, soit 100 000 cm^3 . Deux formes sont envisagées.

1. **Version parallélépipédique** : la base mesure 80 cm $\times$ 50 cm. Isoler h dans la formule $V = L \ell h$, puis calculer la hauteur nécessaire.
2. **Version cylindrique** : la hauteur imposée est $h = 50$ cm. Isoler r dans la formule $V = \pi r^2 h$, puis calculer le rayon nécessaire (arrondir au dixième).
3. Calculer l'aire au sol occupée par chacune des deux versions, en cm^2 .
4. Quelle version encombre le moins au sol ?

Corrigé

- 1) $h = \frac{V}{L \times \ell} = \frac{100\,000}{80 \times 50} = \frac{100\,000}{4\,000} = 25$ cm.
- 2) $r^2 = \frac{V}{\pi h} = \frac{100\,000}{50 \pi} = \frac{2\,000}{\pi} \approx 636,6$, donc $r \approx 25,2$ cm.
- 3) Version parallélépipédique : $80 \times 50 = 4\,000$ cm^2 . Version cylindrique : $\pi r^2 = \frac{V}{h} = \frac{100\,000}{50} = 2\,000$ cm^2 .
- 4) La version cylindrique occupe deux fois moins de surface au sol, mais elle est deux fois plus haute.

Exercice 5

Un atelier facture ses travaux de découpe selon la règle suivante : 12 € de mise en route, plus 0,25 € par pièce découpée. On note n le nombre de pièces et P le prix à payer, en euros.

1. Calculer le prix à payer pour $n = 20$ pièces, puis pour $n = 60$ pièces.
2. Le prix P est-il proportionnel au nombre n de pièces ? Justifier en comparant les rapports $\frac{P}{n}$ obtenus à la question précédente.
3. Combien de pièces peut-on faire découper avec un budget de 30 € ?
4. Un atelier concurrent facture 0,40 € par pièce, sans mise en route. À partir de quel nombre de pièces le premier atelier devient-il le moins cher ?

Corrigé

- 1) Pour $n = 20$: $P = 12 + 0,25 \times 20 = 17$ €. Pour $n = 60$: $P = 12 + 0,25 \times 60 = 27$ €.
- 2) $\frac{17}{20} = 0,85$ et $\frac{27}{60} = 0,45$: les rapports ne sont pas égaux, donc P n'est *pas* proportionnel à n . C'est la mise en route fixe qui casse la proportionnalité (pour $n = 0$, on paie déjà 12 €).
- 3) $12 + 0,25n = 30$ donne $0,25n = 18$, donc $n = \frac{18}{0,25} = 72$ pièces.
- 4) On cherche n tel que $12 + 0,25n < 0,40n$, soit $12 < 0,15n$, soit $n > 80$. À partir de 81 pièces, le premier atelier est le moins cher (à 80 pièces, les deux coûtent 32 €).

Exercice 6

Une bille d'acier a un rayon $r = 6$ mm. On prendra pour l'acier une masse volumique $\rho = 7,85$ g/cm³.

1. Calculer le volume de la bille en mm³ (valeur exacte, puis approchée au dixième).
2. Convertir ce volume en cm³, puis calculer la masse de la bille en grammes (arrondir au centième).
3. Une seconde bille a un rayon deux fois plus grand. Sans refaire tout le calcul, dire par combien sa masse est multipliée, et donner cette masse.
4. Combien de billes de rayon 6 mm faut-il pour atteindre une masse totale de 1 kg ?

Corrigé

- 1) $V = \frac{4}{3}\pi \times 6^3 = \frac{4}{3}\pi \times 216 = 288\pi \approx 904,8$ mm³.
- 2) $1 \text{ mm}^3 = 10^{-3} \text{ cm}^3$, donc $V \approx 0,905 \text{ cm}^3$. Masse : $m = \rho V \approx 7,85 \times 0,905 \approx 7,10$ g.
- 3) Le rayon intervient au cube : si r est doublé, le volume (donc la masse) est multiplié par $2^3 = 8$. La masse vaut donc environ $8 \times 7,10 \approx 56,8$ g.
- 4) $\frac{1000}{7,10} \approx 140,8$: il faut 141 billes pour dépasser 1 kg (140 billes n'y suffisent pas tout à fait).

_____ Pour aller plus loin _____

Exercice 7

Une machine est affichée 1 434 € toutes taxes comprises (TTC). Le taux de TVA appliqué est de 20 % : le prix TTC s'obtient en multipliant le prix hors taxes (HT) par 1,20.

1. Calculer le prix HT de la machine.
2. En déduire le montant de la TVA.

3. Le vendeur consent une remise et ramène le prix TTC à 1 290,60 €. Calculer le pourcentage de cette remise.
4. Quel est le nouveau prix HT après remise ?

Corrigé

- 1) $HT = \frac{1\,434}{1,20} = 1\,195 \text{ €}$.
- 2) $TVA = 1\,434 - 1\,195 = 239 \text{ €}$ (on vérifie : $1\,195 \times 0,20 = 239$).
- 3) Coefficient : $\frac{1\,290,60}{1\,434} = 0,90$, soit une remise de 10 %.
- 4) $HT = \frac{1\,290,60}{1,20} = 1\,075,50 \text{ €}$ (ou directement $1\,195 \times 0,90 = 1\,075,50 \text{ €}$).

Exercice 8

Le plan d'implantation d'un atelier est tracé à l'échelle 1 : 250.

1. Un mur mesure réellement 17,5 m. Calculer sa longueur sur le plan, en centimètres.
2. Une zone de stockage est représentée par un rectangle de 6 cm $\times$ 4,5 cm sur le plan. Calculer ses dimensions réelles, en mètres.
3. En déduire l'aire réelle de cette zone, en m².
4. Retrouver ce dernier résultat en partant de l'aire de la zone sur le plan et en utilisant le rapport n^2 .

Corrigé

- 1) 17,5 m = 1 750 cm, donc sur le plan : $\frac{1\,750}{250} = 7 \text{ cm}$.
- 2) Longueur réelle = $6 \times 250 = 1\,500 \text{ cm} = 15 \text{ m}$; largeur réelle = $4,5 \times 250 = 1\,125 \text{ cm} = 11,25 \text{ m}$.
- 3) Aire réelle = $15 \times 11,25 = 168,75 \text{ m}^2$.
- 4) Aire sur le plan = $6 \times 4,5 = 27 \text{ cm}^2$. Aire réelle = $27 \times 250^2 = 27 \times 62\,500 = 1\,687\,500 \text{ cm}^2$. Comme $1 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ cm}^2$, cela fait bien $168,75 \text{ m}^2$.

Exercice 9

Une rondelle plate a la forme d'une couronne : c'est un disque de rayon extérieur R dans lequel on a percé un disque de rayon intérieur r .

1. Exprimer l'aire S de la couronne en fonction de R et r , puis la factoriser.
2. Calculer S pour $R = 25 \text{ mm}$ et $r = 12 \text{ mm}$ (valeur exacte, puis approchée au dixième).
3. Quel pourcentage du disque plein le perçage a-t-il enlevé ? Arrondir au dixième.
4. Une autre rondelle de même rayon extérieur $R = 25 \text{ mm}$ a une aire de couronne $S = 400\pi \text{ mm}^2$. Isoler r , puis calculer sa valeur.

Corrigé

- 1) $S = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi (R^2 - r^2)$.
- 2) $S = \pi (25^2 - 12^2) = \pi (625 - 144) = 481\pi \approx 1\,511,3 \text{ mm}^2$.
- 3) Aire du disque plein : 625π . Part enlevée : $\frac{144\pi}{625\pi} = \frac{144}{625} = 0,2304$, soit environ 23,0 %.
- 4) $\pi (R^2 - r^2) = 400\pi$ donne $R^2 - r^2 = 400$, donc $r^2 = 625 - 400 = 225$ et $r = \sqrt{225} = 15 \text{ mm}$.

Exercice 10

Un laiton est composé de 60 % de cuivre et 40 % de zinc, en masse. On dispose d'un lingot de 25 kg de ce laiton.

1. Calculer la masse de cuivre et la masse de zinc contenues dans le lingot.
2. On ajoute 5 kg de zinc pur au lingot. Calculer la nouvelle masse totale, puis le nouveau pourcentage de zinc.
3. On repart du lingot initial de 25 kg. Quelle masse x de zinc pur faut-il ajouter pour que le zinc représente 60 % de l'alliage obtenu ?

Corrigé

- 1) Cuivre : $25 \times 0,60 = 15$ kg. Zinc : $25 \times 0,40 = 10$ kg.
 2) Nouvelle masse totale : $25 + 5 = 30$ kg, dont $10 + 5 = 15$ kg de zinc. Pourcentage : $\frac{15}{30} = 0,50$, soit 50 % de zinc.
 3) Après ajout de x kg de zinc, la masse de zinc vaut $10 + x$ et la masse totale $25 + x$.
 On veut $10 + x = 0,60(25 + x)$, soit $10 + x = 15 + 0,60x$, donc $0,40x = 5$ et $x = 12,5$ kg.
 Vérification : $\frac{10 + 12,5}{25 + 12,5} = \frac{22,5}{37,5} = 0,60$. ✓

Activités d'application

Activité 1 • Volume et masse d'une pièce cylindrique

MÉCANIQUE

Outil réinvesti : volume d'un cylindre, conversion $\text{mm}^3 \rightarrow \text{cm}^3$, masse volumique **Lien référentiel :** géométrie d'une pièce, devis matière

On rappelle que le volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h vaut $V = \pi r^2 h$. La masse d'une pièce se calcule à partir de la masse volumique du matériau : $m = \rho \times V$. Pour l'acier, on prendra $\rho = 7,85 \text{ g/cm}^3$.

Une pièce cylindrique en acier a un rayon $r = 10 \text{ mm}$ et une hauteur $h = 100 \text{ mm}$.

1. Calculer le volume V de la pièce, en mm^3 (on donnera la valeur approchée à l'unité).
2. Exprimer 1 mm en centimètres sous la forme d'une puissance de 10, puis en déduire à quoi est égal 1 mm^3 en cm^3 .
3. En déduire le volume V de la pièce, exprimé en cm^3 .
4. Calculer la masse m de la pièce, en grammes.

Corrigé

1. $V = \pi \times 10^2 \times 100 = 10\,000\pi \approx 31\,416 \text{ mm}^3$.
2. $1 \text{ mm} = 10^{-1} \text{ cm}$, donc $1 \text{ mm}^3 = (10^{-1})^3 = 10^{-3} \text{ cm}^3$.
3. $V \approx 31\,416 \times 10^{-3} \approx 31,4 \text{ cm}^3$.
4. $m = \rho \times V \approx 7,85 \times 31,4 \approx 247 \text{ g}$.

Activité 2 • Loi d'Ohm dans un circuit

PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : proportionnalité, application de formule, isoler une grandeur **Lien référentiel :** S11 — Électricité (tension, intensité)

Dans un conducteur ohmique, la tension U à ses bornes est proportionnelle à l'intensité I qui le traverse : c'est la loi d'Ohm, où R est la résistance (en ohms, Ω).

1. Écrire la loi d'Ohm reliant U , R et I .

2. Pour une résistance $R = 220 \, \Omega$ traversée par un courant $I = 0,5 \, \text{A}$, calculer la tension U .
3. On applique une tension $U = 24 \, \text{V}$ aux bornes d'une résistance $R = 12 \, \Omega$. Calculer l'intensité I . (isoler I)

Corrigé

1. $U = R \times I$.
2. $U = 220 \times 0,5 = 110 \, \text{V}$.
3. $I = \frac{U}{R} = \frac{24}{12} = 2 \, \text{A}$.