



Lycée Jean-Baptiste de Baudre
Agen

Parcours de consolidation en mathématiques

Semaine 5 • extrait du parcours complet

Cahier d'approfondissement

Spécialité CPI — Conception des Produits Industriels

Version étudiant
(énoncés et espaces de réponse)

De la rentrée aux vacances de la Toussaint

Semaine 5 : Fonctions et lecture graphique

Ce chapitre prolonge le cahier principal. Il se compose de deux parties : (a) des exercices classiques supplémentaires (tronc commun aux quatre BTS), (b) des activités d'application en contexte métier plus complètes, qui enchaînent davantage d'étapes.

Exercices classiques (suite)

Ces exercices prolongent les deux exercices du cahier de base. Ils enchaînent plusieurs notions et demandent une étape de raisonnement supplémentaire. Les corrigés détaillés sont visibles dans la version professeur. Les quatre derniers, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

On étalonne un capteur de température. Pour chaque température T (en $^{\circ}\text{C}$), on relève la tension U délivrée (en mV).

T ($^{\circ}\text{C}$)	0	20	40	60
U (mV)	500	660	820	980

1. La tension U est-elle proportionnelle à la température T ? Justifier par un calcul de rapports.
2. Montrer que les écarts de tension sont proportionnels aux écarts de température, et calculer la pente a (en mV/ $^{\circ}\text{C}$).
3. En déduire l'expression de U en fonction de T , sous la forme $U = aT + b$.
4. Prévoir la tension délivrée pour $T = 75$ $^{\circ}\text{C}$, puis déterminer la température correspondant à une tension de 900 mV.

Réponse :

Exercice 2

On reprend le graphique du §5. Il représente le niveau d'eau (en cm) dans deux cuves, en fonction du temps x (en minutes) : la cuve 1 se remplit (droite d_1), la cuve 2 se vide (droite d_2).

1. Lire le niveau initial de chaque cuve, puis donner la vitesse de remplissage de la cuve 1 et la vitesse de vidange de la cuve 2, en cm/min.
2. À quel instant les deux cuves sont-elles au même niveau, et quel est ce niveau ?

3. Sur quel intervalle de temps le niveau de la cuve 1 est-il inférieur à celui de la cuve 2 ? Répondre par lecture graphique.
4. À quel instant la cuve 2 est-elle vide ? Le graphique s'arrête à $x = 8$: calculer le niveau de la cuve 1 à $x = 12$ minutes.

Réponse :

Exercice 3

Une résistance de $R = 12 \, \Omega$ dissipe une puissance $P = RI^2$, où P est en watts et I en ampères.

1. Compléter le tableau de valeurs de P pour $I = 1$, $I = 2$ et $I = 3$ ampères.
2. L'intensité passe de 2 A à 6 A. Par quel facteur la puissance est-elle multipliée ? Répondre d'abord par le raisonnement, puis vérifier par le calcul.
3. Déterminer l'intensité pour laquelle la puissance dissipée atteint 300 W.
4. Par mesure de sécurité, on impose de ne pas dépasser 432 W. L'intensité actuelle est de 5 A : de quel pourcentage peut-on encore l'augmenter ?

Réponse :

Exercice 4

Une barre métallique s'allonge quand elle chauffe. Sa longueur L (en mm) est une fonction affine de la température T (en °C). On dispose de deux mesures : à $T = 20 \, ^\circ\text{C}$, $L = 2000,0$ mm ; à $T = 120 \, ^\circ\text{C}$, $L = 2002,4$ mm.

1. Calculer la pente a de cette fonction affine. Préciser son unité et l'interpréter.
2. Déterminer b , puis écrire l'expression de L en fonction de T .
3. Calculer la longueur de la barre à $200 \, ^\circ\text{C}$.
4. Le montage n'accepte pas une longueur supérieure à 2003,0 mm. Déterminer la température à ne pas dépasser.

Réponse :

Exercice 5

On découpe des plaques carrées de côté x (en cm). On note $S(x)$ l'aire de la plaque, en cm^2 .

1. Exprimer $S(x)$, puis calculer $S(2)$, $S(4)$ et $S(6)$.
2. La fonction S est-elle linéaire ? Justifier en comparant $S(4)$ et $2 \times S(2)$.
3. On augmente le côté de 50 %. Par quel coefficient l'aire est-elle multipliée ? De quel pourcentage augmente-t-elle ?
4. Déterminer le côté d'une plaque d'aire 121 cm^2 .

Réponse :

Exercice 6

Trois grandeurs ont été relevées pour les mêmes valeurs de x .

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0	3	6	9	12
$g(x)$	5	7	9	11	13
$h(x)$	0	2	8	18	32

1. Pour chacune des trois fonctions, indiquer s'il s'agit d'une fonction linéaire, affine (non linéaire) ou carré. Justifier à chaque fois par le test adapté (rapport constant, écarts constants, ou facteur k^2).
2. Donner l'expression de f , de g et de h .
3. Calculer $f(10)$, $g(10)$ et $h(10)$.
4. Laquelle des trois grandeurs croît le plus vite lorsque x devient grand ? Justifier.

Réponse :

Pour aller plus loin

Exercice 7

Une fonction affine f vérifie $f(2) = 7$ et $f(5) = 16$. On considère par ailleurs la fonction g définie par $g(x) = -2x + 6$.

1. Déterminer les coefficients a et b de f , puis écrire son expression.
2. Déterminer l'antécédent de 0 par f . Que représente ce nombre pour la droite représentative de f ?
3. Résoudre $f(x) = g(x)$, puis donner les coordonnées du point d'intersection des deux droites.
4. Sans tracer, dire laquelle des deux fonctions est croissante et laquelle est décroissante.

Réponse :

Exercice 8

On considère la parabole d'équation $y = x^2$ et la droite d'équation $y = 3x + 4$.

1. Vérifier que le point de coordonnées $(4; 16)$ appartient aux deux courbes.
2. Montrer que chercher les abscisses des points d'intersection revient à résoudre $x^2 - 3x - 4 = 0$.
3. Développer $(x - 4)(x + 1)$ et vérifier que l'on retrouve l'expression précédente.
4. En déduire les coordonnées des deux points d'intersection.

Réponse :

Exercice 9

La force de résistance de l'air F (en newtons) qui s'oppose au déplacement d'un véhicule est modélisée par $F = k v^2$, où v est la vitesse (en m/s) et k une constante. Un essai donne $F = 15$ N pour $v = 10$ m/s.

1. Déterminer la valeur de k .
2. Calculer la force pour $v = 30$ m/s. Retrouver ce résultat par le facteur k^2 à partir de l'essai initial.
3. Déterminer la vitesse pour laquelle la force atteint 60 N.
4. La vitesse passe de 25 m/s à 50 m/s. La force est-elle doublée ? Justifier.

Réponse :

Exercice 10

Un atelier produit des pièces. Le coût total de production de q pièces, en euros, est $C(q) = 12q + 1500$. Chaque pièce est vendue 20 €, ce qui donne une recette $R(q) = 20q$.

1. Préciser la nature de chacune des deux fonctions C et R . Interpréter concrètement les nombres 12, 1500 et 20.
2. Calculer $C(200)$ et $R(200)$. L'atelier est-il bénéficiaire pour 200 pièces ?
3. Le bénéfice est $B(q) = R(q) - C(q)$. Montrer que B est une fonction affine et donner son expression.
4. Déterminer le nombre minimal de pièces à produire pour que l'atelier soit bénéficiaire (seuil de rentabilité), puis calculer le bénéfice réalisé pour 300 pièces.

Réponse :