



Lycée Jean-Baptiste de Baudre
Agen

Parcours de consolidation en mathématiques

Semaine 4 • extrait du parcours complet

Cahier d'approfondissement

Spécialité CPRP — Conception des Processus de Réalisation de Produits

Version étudiant
(énoncés et espaces de réponse)

De la rentrée aux vacances de la Toussaint

Semaine 4 : Vecteurs

Ce chapitre prolonge le cahier principal. Il se compose de deux parties : (a) des exercices classiques supplémentaires (tronc commun aux quatre BTS), (b) des activités d'application en contexte métier plus complètes, qui enchaînent davantage d'étapes.

Exercices classiques (suite)

Ces exercices prolongent les deux exercices du cahier de base. Ils enchaînent plusieurs notions et demandent une étape de raisonnement supplémentaire. Les corrigés détaillés sont visibles dans la version professeur. Les quatre derniers, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

Exercice 1

Un câble tire une charge avec une force de 400 N, selon une direction faisant un angle de 25° au-dessus de l'horizontale.

1. Calculer les composantes horizontale et verticale de cette force (arrondir au dixième).
2. Vérifier, à partir de ces composantes, que la norme retrouvée vaut bien 400 N.
3. Retrouver l'angle de 25° à partir des composantes calculées.
4. On souhaite que la composante verticale atteigne 200 N, sans changer l'intensité de 400 N. Quel angle faut-il donner au câble ?

Réponse :

Exercice 2

Deux forces s'appliquent en un même point d'une structure : $\vec{F}_1 = (60; 0)$ et $\vec{F}_2 = (0; 80)$, en newtons.

1. Calculer les composantes de la résultante $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, son intensité et son angle avec l'horizontale.
2. Un système est en équilibre lorsque la somme de toutes les forces est le vecteur nul. Déterminer les composantes de la force $\vec{F}_3$ qu'il faut ajouter pour équilibrer le point.
3. Calculer l'intensité de $\vec{F}_3$ et préciser sa direction par rapport à $\vec{R}$.
4. Vérifier par le calcul que $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ est bien le vecteur nul.

Réponse :

Exercice 3

Un drone de surveillance avance à 15 km/h vers le nord. Un vent latéral le pousse vers l'est à 6 km/h. On repère l'est par l'axe horizontal et le nord par l'axe vertical.

1. Écrire les composantes du vecteur vitesse propre du drone et du vecteur vitesse du vent, puis celles de la vitesse réelle.
2. Calculer la vitesse réelle du drone, en km/h (arrondir au centième).
3. Calculer l'angle de dérive, c'est-à-dire l'angle entre la trajectoire réelle et la direction du nord (arrondir au dixième de degré).
4. Au bout de 2 heures de vol, de combien de kilomètres le drone s'est-il écarté vers l'est de la trajectoire prévue ?

Réponse :

Exercice 4

On donne $\vec{u} = (2; 3)$ et $\vec{v} = (5; -1)$.

1. Calculer $\vec{u} + \vec{v}$ et sa norme (arrondir au centième).
2. Calculer $\vec{u} - \vec{v}$ et sa norme.
3. Calculer $\vec{v} - \vec{u}$ et sa norme, puis expliquer le lien avec la question précédente.
4. Vérifier que $(\vec{u} + \vec{v}) + (\vec{u} - \vec{v})$ a pour composantes le double de celles de $\vec{u}$.

Réponse :

Exercice 5

Un chariot est tiré horizontalement par deux câbles opposés : $F_1 = 80$ N vers la droite et $F_2 = 50$ N vers la gauche. On oriente l'axe horizontal vers la droite.

1. Affecter un signe à chaque force selon l'orientation de l'axe, puis calculer la résultante. Préciser sa valeur et son sens.
2. Quelle force supplémentaire, et dans quel sens, faudrait-il appliquer pour immobiliser le chariot ?
3. Une charge de 500 N est suspendue à deux câbles verticaux qui exercent respectivement 300 N et 250 N vers le haut. Calculer la résultante verticale et préciser son sens.
4. La charge de la question précédente monte-t-elle, descend-elle, ou reste-t-elle immobile ? Justifier.

Réponse :

Exercice 6

Dans un repère orthonormé gradué en millimètres, on donne $A(2; 3)$ et $B(8; 11)$.

1. Calculer les composantes de $\overrightarrow{AB}$, puis la distance AB .
2. Calculer l'angle que fait $\overrightarrow{AB}$ avec l'axe horizontal (arrondir au dixième de degré).
3. Déterminer les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$.
4. Calculer la distance AC et vérifier qu'elle vaut le double de AB . Expliquer pourquoi.

Réponse :

Pour aller plus loin

Exercice 7

Deux câbles tirent sur le même crochet : $\vec{F}_1$, d'intensité 300 N, est horizontale ; $\vec{F}_2$, d'intensité 200 N, fait un angle de 60° avec l'horizontale. Les deux forces ne sont pas perpendiculaires : on ne peut pas appliquer Pythagore directement.

1. Décomposer chacune des deux forces en composantes horizontale et verticale (arrondir au dixième).
2. En déduire les composantes de la résultante.
3. Calculer l'intensité de la résultante (arrondir au dixième).
4. Calculer l'angle que fait la résultante avec l'horizontale.

Réponse :

Exercice 8

Une charge est levée par deux élingues symétriques attachées au même point. Chacune exerce une traction de 400 N : la première fait un angle de 60° avec l'horizontale vers la droite, la seconde 60° vers la gauche (soit 120° mesurés depuis l'axe horizontal orienté vers la droite).

1. Décomposer chacune des deux tractions en composantes (arrondir au centième).
2. Calculer les composantes de la résultante et commenter la composante horizontale.
3. En déduire le poids maximal, en newtons, que ce montage peut équilibrer.
4. On écarte davantage les élingues : chacune ne fait plus que 45° avec l'horizontale, toujours à 400 N. Calculer le nouveau poids équilibré et conclure sur l'effet de l'écartement.

Réponse :

Exercice 9

La tête d'une machine à commande numérique effectue trois déplacements successifs, exprimés en millimètres : $\vec{d}_1 = (40; 0)$, puis $\vec{d}_2 = (0; 30)$, puis $\vec{d}_3 = (-25; -10)$.

1. Calculer les composantes du déplacement résultant.
2. Calculer la distance à vol d'oiseau entre le point de départ et le point d'arrivée.
3. Calculer l'angle que fait le déplacement résultant avec l'axe horizontal (arrondir au dixième de degré).
4. Déterminer les composantes du déplacement de retour au point de départ, ainsi que sa longueur.

Réponse :

Exercice 10

En électrotechnique, deux tensions alternatives déphasées se représentent par des vecteurs. On considère $\vec{U}_1$, d'amplitude 230 V, porté par l'axe horizontal, et $\vec{U}_2$, d'amplitude 120 V, perpendiculaire au premier (déphasage de 90°).

1. Écrire les composantes de $\vec{U}_1$ et de $\vec{U}_2$.
2. Calculer les composantes de la tension totale $\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2$.
3. Calculer l'amplitude de la tension totale (arrondir au dixième de volt). Comparer avec la somme $230 + 120$ et expliquer l'écart.
4. Calculer le déphasage de la tension totale par rapport à $\vec{U}_1$ (arrondir au dixième de degré).

Réponse :

Activités d'application

Activité 1 • Composition de deux vitesses

PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : somme de vecteurs, norme **Lien référentiel :** S15 — composition des vitesses

Un nageur traverse une rivière. Il nage à 4 m/s perpendiculairement à la berge, tandis que le courant l'emporte à 3 m/s le long de la rivière. Sa vitesse réelle est la somme (vectorielle) de ces deux vitesses perpendiculaires.

1. Calculer la norme de la vitesse réelle du nageur.
2. Calculer l'angle de sa trajectoire par rapport à la direction où il nage ($\tan \theta = 3/4$).

Réponse :