

# Chapitre 5

## Semaine 5 : Fonctions et lecture graphique

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CIEL, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

### Rappel mathématique

Cette semaine consolide les outils pour décrire et interpréter une dépendance entre deux grandeurs : fonction linéaire, fonction affine, fonction carré, et lecture graphique. Ces outils permettent de modéliser un grand nombre de situations métier (loi d'Ohm, dilatation, débit, étalonnage de capteur).

### §1. Notion de fonction

#### Définition – fonction

Une fonction  $f$  associe à chaque valeur  $x$  (la variable) une unique valeur  $f(x)$  (l'image de  $x$ ). La représentation graphique de  $f$  est l'ensemble des points de coordonnées  $(x ; f(x))$ .

*Exemple* – Pour  $f(x) = 2x + 1$ , on a  $f(0) = 1$ ,  $f(3) = 7$ ,  $f(-2) = -3$ .

### §2. Fonction linéaire

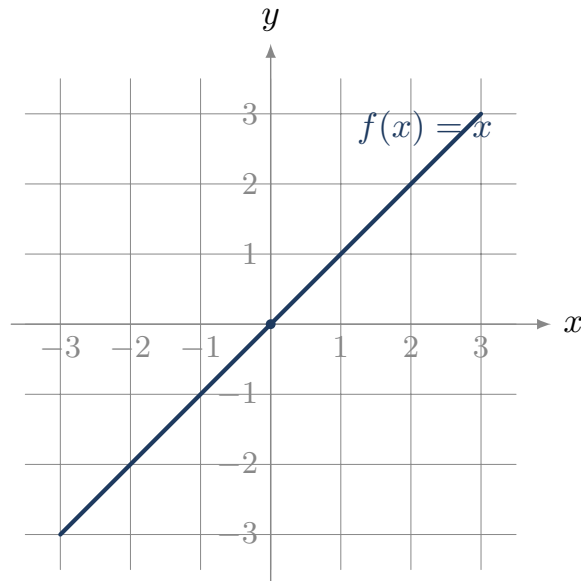
#### Définition – fonction linéaire

Une fonction linéaire est de la forme  $f(x) = kx$ , où  $k$  est un coefficient constant. Sa représentation graphique est une droite passant par l'origine.

#### Propriété – proportionnalité

Une fonction linéaire  $f(x) = kx$  traduit une situation de **proportionnalité** entre  $x$  et  $f(x)$ , de coefficient  $k$ . Sur la droite,  $k$  est le *coefficient directeur* (la pente).

*Exemple* – Pour la loi d'Ohm  $U = RI$ , la tension  $U$  est une fonction linéaire de l'intensité  $I$ , de pente  $R$  (la résistance).



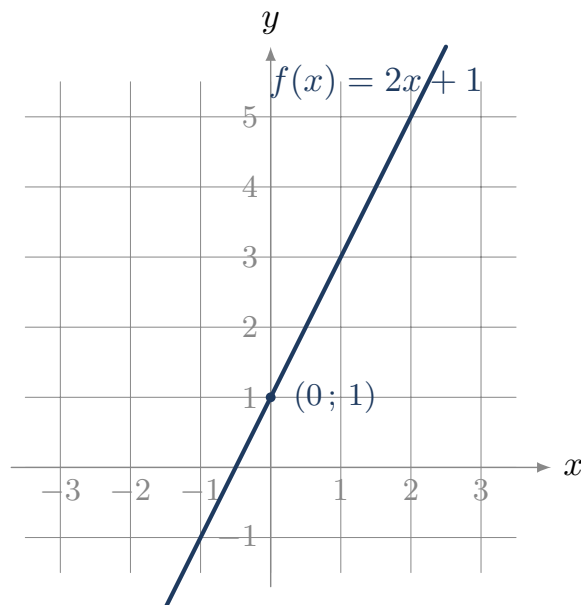
### §3. Fonction affine

#### Définition – fonction affine

Une fonction affine est de la forme  $f(x) = ax + b$ , où  $a$  est le coefficient directeur (pente) et  $b$  l'ordonnée à l'origine. Sa représentation graphique est une droite, qui passe par le point  $(0; b)$ .

Si  $b = 0$ , la fonction est linéaire ; on retrouve le cas précédent.

*Exemple* – Pour  $f(x) = 3x + 2$  :  $f(0) = 2$ ,  $f(1) = 5$ . La droite passe par  $(0; 2)$  et a pour pente 3.



#### Méthode – calculer la pente entre deux points

Pour une droite passant par les points  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$  (avec  $x_A \neq x_B$ ), la pente vaut

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

## §4. Fonction carré

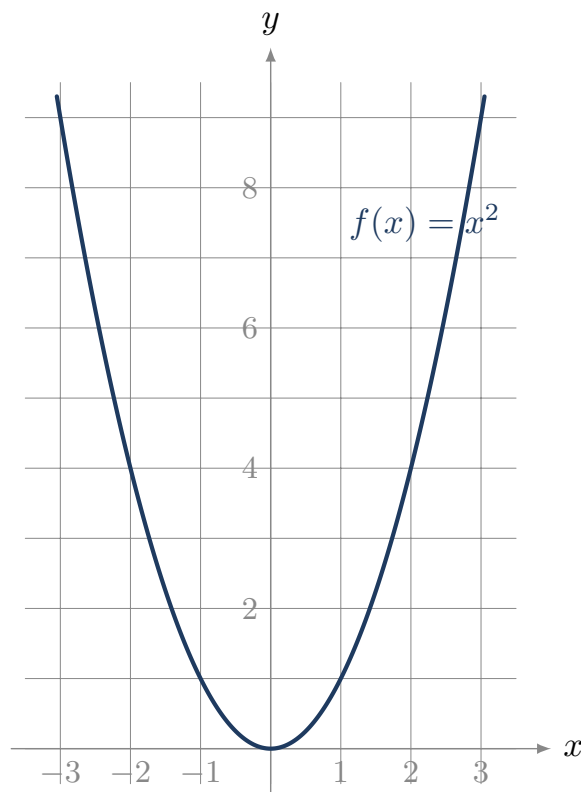
### Définition – fonction carré

La fonction carré est définie par  $f(x) = x^2$ . Pour  $a \neq 0$ , on appelle parfois ainsi toute fonction de la forme  $f(x) = ax^2$ .

### Propriété – effet du carré

Si l'on multiplie la variable par 2, l'image est multipliée par  $2^2 = 4$ . Plus généralement, multiplier par  $k$  multiplie l'image par  $k^2$ .

*Exemple – Pour  $f(x) = x^2$  :  $f(2) = 4$ ,  $f(4) = 16$  (quatre fois plus pour une variable doublée). C'est la signature visuelle d'une dépendance en carré.*



**Cas métier.** La puissance dissipée par effet Joule  $P = RI^2$  est une fonction carré de l'intensité : doubler  $I$  quadruple la puissance.

## §5. Lecture graphique

**Méthode – lire une courbe**

Pour exploiter une représentation graphique :

- **Image d'une valeur** : pour lire  $f(a)$ , on repère  $a$  sur l'axe des abscisses, on monte verticalement jusqu'à la courbe, puis horizontalement jusqu'à l'axe des ordonnées.
- **Antécédent** : pour trouver les valeurs  $x$  telles que  $f(x) = c$ , on repère  $c$  sur l'axe des ordonnées, on va horizontalement jusqu'à la courbe, puis verticalement jusqu'à l'axe des abscisses.
- **Point d'intersection** : entre deux courbes, le point d'intersection donne une valeur de  $x$  pour laquelle les deux fonctions prennent la même valeur.

**Exercices classiques**

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

**Exercice 1**

Soit la fonction  $f(x) = 2x + 5$ . Calculer  $f(0)$ ,  $f(3)$ ,  $f(-2)$ .

Réponse :

**Exercice 2**

Pour la fonction linéaire  $f(x) = 4x$ , compléter le tableau et vérifier qu'il s'agit bien d'une situation de proportionnalité.

$x$	0	1	2	3
$f(x)$				

Réponse :

**Exercice 3**

Soit la fonction affine  $f(x) = 3x - 1$ . Calculer  $f(0)$ ,  $f(2)$  et  $f(4)$ . Vérifier ensuite la pente entre les points  $(2; f(2))$  et  $(4; f(4))$ .

Réponse :

**Exercice 4**

Une droite passe par les points  $A(1; 2)$  et  $B(5; 10)$ . Calculer son coefficient directeur, puis écrire l'équation de la droite  $y = ax + b$ .

Réponse :

**Exercice 5**

Soit la fonction carré  $f(x) = x^2$ . Calculer  $f(2)$ ,  $f(4)$ ,  $f(8)$ . Si l'on double la variable, par quel facteur l'image est-elle multipliée ?

Réponse :

**Exercice 6**

Soit la fonction  $f(x) = 5x^2$ . Compléter le tableau de valeurs.

$x$	0	1	2	3	4
$f(x)$					

Réponse :

**Exercice 7**

Le tableau de valeurs ci-dessous est-il celui d'une fonction linéaire, affine, ou carré ?

$x$	0	1	2	3	4
$f(x)$	3	5	7	9	11

Réponse :

**Exercice 8**

Sur un graphique, la droite représentative d'une fonction  $f$  passe par  $(0; 4)$  et  $(2; 0)$ . En déduire l'expression de  $f$ .

Réponse :

\_\_\_\_\_ Pour aller plus loin \_\_\_\_\_

**Exercice 9**

Une fonction  $f$  vérifie  $f(x) = ax + b$  avec  $f(2) = 7$  et  $f(5) = 16$ . Déterminer  $a$  et  $b$ .

Réponse :

**Exercice 10**

Deux droites ont pour équations  $y = 2x + 1$  et  $y = -x + 4$ . Calculer le point d'intersection (résoudre  $2x + 1 = -x + 4$ ).

Réponse :

**Exercice 11**

Soit  $f(x) = x^2$ . Pour quelles valeurs de  $x$  a-t-on  $f(x) = 49$  ?

Réponse :

**Exercice 12**

Lecture graphique. Sur un graphique non fourni ici, on lit que la droite passe par  $(1; 3)$  et  $(4; 9)$ , et la parabole d'équation  $y = x^2$  passe (notamment) par  $(3; 9)$ . La droite et la parabole se coupent en deux points. En partant des équations, calculer les abscisses de ces deux points d'intersection.

Réponse :

## Activités d'application

### Activité 1 • Décharge d'une batterie d'onduleur (fonction affine) ÉLECTRONIQUE

**Outil réinvesti :** fonction affine, isoler une grandeur **Lien référentiel :** C09 — alimentation de secours (onduleur)

La tension aux bornes d'une batterie d'onduleur qui se décharge à courant constant suit une loi affine :  $U(t) = U_0 - kt$ , où  $U_0$  est la tension initiale et  $k$  la vitesse de chute (en V/min). On donne  $U_0 = 12$  V et  $k = 0,1$  V/min.

1. Calculer  $U$  au bout de  $t = 20$  min.
2. L'onduleur s'arrête quand  $U$  atteint 9 V. Calculer la durée d'autonomie correspondante. (isoler  $t$ )

Réponse :

### Activité 2 • Caractéristique d'une résistance (fonction linéaire) ÉLECTRONIQUE

**Outil réinvesti :** proportionnalité, lecture de tableau, pente **Lien référentiel :** C04 — loi d'Ohm, caractéristique  $U(I)$

Pour différents courants  $I$ , on mesure la tension  $U$  aux bornes d'une résistance :

$I$ (mA)	0	10	20	30
$U$ (V)	0	1	2	3

1. Calculer le rapport  $U/I$  pour chaque mesure non nulle (avec  $I$  en ampères). Que constate-t-on ?
2. En déduire la valeur de la résistance  $R$  (la pente de la droite  $U = RI$ ).

Réponse :

**Activité 3 • Puissance par effet Joule en fonction de l'intensité (fonction carré)**

ÉLECTRONIQUE

**Outil réinvesti** : fonction carré, tableau de valeurs    **Lien référentiel** : C04 — pertes par effet Joule

La puissance dissipée par effet Joule dans une résistance  $R = 100 \Omega$  est  $P = RI^2 = 100 I^2$ .

1. Compléter le tableau de  $P$  pour  $I = 0; 10; 20; 30; 40$  mA (résultats en mW, avec  $I$  exprimé en A).
2. Si l'on double l'intensité, par combien la puissance est-elle multipliée ? Justifier.

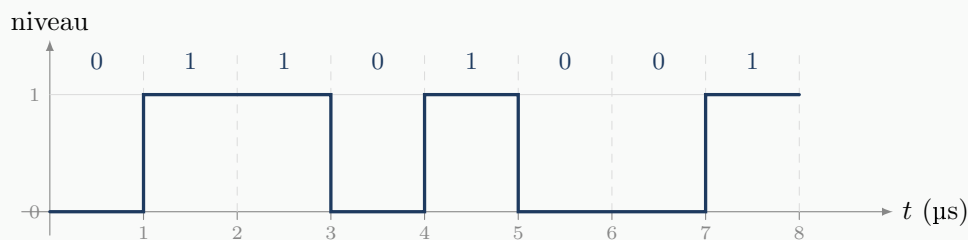
Réponse :

**Activité 4 • Lecture d'un chronogramme numérique**

ÉLECTRONIQUE

**Outil réinvesti** : lecture graphique, période et fréquence, codage binaire    **Lien référentiel** : C04 — caractérisation des signaux numériques

Le chronogramme ci-dessous représente un signal logique transmis sur une liaison numérique. Chaque intervalle de durée fixe code un bit (0 ou 1), selon le niveau du signal pendant cet intervalle.



1. Lire la durée d'un bit sur le graphique, en microsecondes.
2. En déduire le débit binaire (nombre de bits transmis par seconde) en bit/s, puis en Mb/s.
3. Lire la séquence de bits transmise sur les 8  $\mu\text{s}$  représentées.

Réponse :

**Activité 5 • Étalonnage d'un capteur de température (fonction linéaire)** PHYSIQUE APPLIQUÉE

**Outil réinvesti** : proportionnalité, lecture de tableau, pente **Lien référentiel** : Physique-chimie — mesure et instrumentation

On étalonne un capteur de température en relevant sa tension de sortie  $U$  pour différentes températures  $T$  :

$T$ (°C)	0	20	40	60	80
$U$ (mV)	0	100	200	300	400

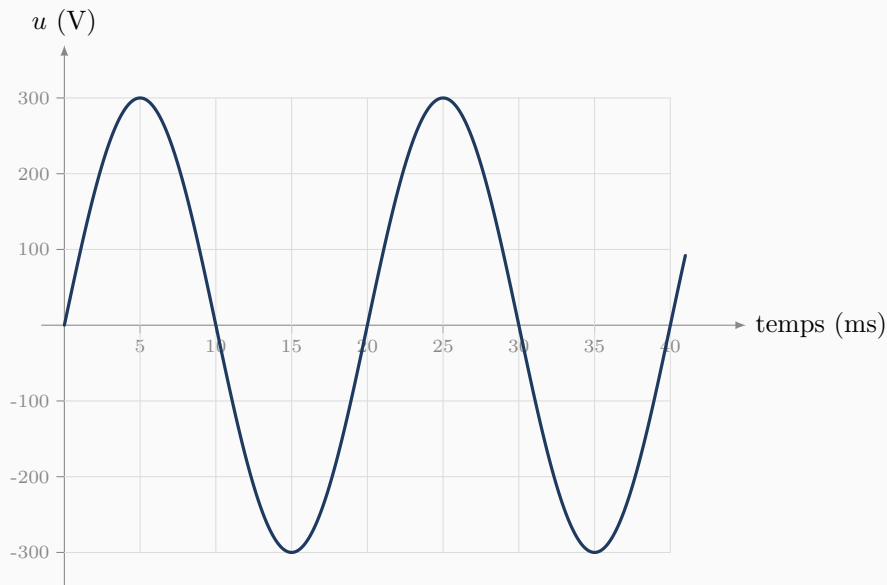
1. Calculer le rapport  $U/T$  pour les valeurs non nulles. Que constate-t-on ?
2. En déduire la sensibilité du capteur (en mV par °C), puis prédire la tension obtenue à  $T = 100$  °C.

Réponse :

**Activité 6 • Lecture d'un oscillogramme (signal sinusoïdal)** PHYSIQUE APPLIQUÉE

**Outil réinvesti** : lecture graphique, période et fréquence **Lien référentiel** : Physique-chimie — signaux périodiques

L'oscillogramme ci-dessous représente une tension alternative en fonction du temps.



1. Lire l'amplitude (valeur de crête) de la tension.
2. Lire la durée d'un cycle complet (la période  $T$ ), puis calculer la fréquence  $f$  (rappel :  $f = 1/T$ ).

*Réponse :*