



Lycée Jean-Baptiste de Baudre
Agen

Parcours de consolidation en mathématiques

Semaine 1 • extrait du parcours complet

Spécialité CPI — Conception des Produits Industriels

Version étudiant
(énoncés et espaces de réponse)

De la rentrée aux vacances de la Toussaint

Semaine 1 : Calcul, formules et unités

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) deux exercices classiques d'application (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPI. Des exercices et des activités supplémentaires figurent dans le *cahier d'approfondissement*.

Rappel mathématique

Cette première semaine consolide les gestes de calcul élémentaires que l'on retrouve dans toutes les activités de BTS : manipuler les fractions, manier les puissances et la notation scientifique, convertir des unités sans se tromper, et isoler une grandeur dans une formule. Chaque paragraphe se termine par un petit exercice d'application immédiate ; les exercices classiques qui suivent le rappel reprennent l'ensemble des notions.

§1. Calcul sur les fractions

■ *En atelier, on assemble deux plaques d'épaisseur $\frac{3}{8}$ pouce et $\frac{1}{4}$ pouce. Quelle est l'épaisseur totale ? Additionner ou simplifier des fractions permet de répondre sans passer par des décimaux qui font perdre en précision.*

Définition – fraction

Une fraction $\frac{a}{b}$ représente le partage de a par b (avec $b \neq 0$). Le nombre a est le *numérateur*, b est le *dénominateur*.

Propriété – simplifier

Si l'on multiplie (ou divise) numérateur et dénominateur par un même nombre non nul, la fraction ne change pas de valeur :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}, \quad k \neq 0.$$

À vous – application 1

Simplifier chaque fraction au maximum.

a) $\frac{12}{18}$ b) $\frac{15}{25}$ c) $\frac{42}{56}$

Réponse :

Propriété – additionner ou soustraire

Pour ajouter (ou retrancher) deux fractions, on les met au **même dénominateur**, puis on additionne (ou retranche) les numérateurs :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{db} = \frac{ad + cb}{bd}.$$

À vous – application 2

Calculer, en réduisant au même dénominateur.

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ b) $\frac{5}{6} - \frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$

Réponse :

Propriété – multiplier ou diviser

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

Pour diviser par une fraction, on multiplie par son inverse :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

À vous – application 3

Calculer, puis simplifier.

a) $\frac{3}{5} \times \frac{10}{9}$ b) $\frac{5}{4} \div \frac{2}{3}$ c) $\frac{7}{8} \div \frac{14}{3}$

Réponse :

Point de vigilance. On additionne avec un dénominateur commun, mais on multiplie *sans* le faire. Confondre les deux est l'erreur la plus fréquente sur les fractions.

§2. Puissances et notation scientifique

Le diamètre d'un cheveu vaut environ $70\ \mu\text{m}$; celui d'un fil de cuivre en électronique peut descendre à $80\ \text{nm}$. Comparer des grandeurs qui vont du milliard au milliardième demande une écriture unifiée : la notation scientifique.

Définition – puissance d'un nombre

Pour un entier $n \geq 1$, $a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ fois}}$. On pose par convention $a^0 = 1$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

À vous – application 4

Calculer sans calculatrice.

a) 2^5 b) 10^{-3} c) $(-3)^2$

Réponse :

Propriété – règles de calcul

Pour tous nombres a, b non nuls et entiers m, n :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \quad (a^m)^n = a^{mn}, \quad (a \times b)^n = a^n \times b^n.$$

À vous – application 5

Simplifier en écrivant le résultat sous forme d'une seule puissance de 10.

a) $10^3 \times 10^{-5}$ b) $\frac{10^6}{10^{-2}}$ c) $(10^{-3})^2$

Réponse :

Définition – notation scientifique

Un nombre est écrit en notation scientifique lorsqu'il prend la forme $a \times 10^n$, avec $1 \leq |a| < 10$ et n entier relatif.

À la calculatrice. Voir l'Annexe : prise en main de la calculatrice, §4 (saisie d'une notation scientifique) et §5 (lecture d'un résultat).

À vous – application 6

Écrire chaque nombre en notation scientifique.

- a) 3 200 b) 0,000 034 c) 0,000 25

Réponse :

§3. Conversions d'unités

Une tension de 3,3 V et une résistance de 220 Ω donnent, par la loi d'Ohm, un courant de 15 mA. Trois grandeurs, trois unités : la moindre erreur de conversion fausse le calcul. Les préfixes du Système international donnent une méthode sûre.

Les **préfixes du Système international** permettent d'exprimer une grandeur en multipliant l'unité de base par une puissance de 10 :

Préfixe	Symbole	Facteur	Préfixe	Symbole	Facteur
giga	G	10^9	milli	m	10^{-3}
méga	M	10^6	micro	μ	10^{-6}
kilo	k	10^3	nano	n	10^{-9}

À vous – application 7

Effectuer les conversions suivantes.

- a) 3,3 V en mV.
 b) 20 μ s en s (résultat en notation scientifique).
 c) 470 k Ω en Ω , puis en M Ω .

Réponse :

Méthode – conversion d'une aire ou d'un volume

Pour convertir une aire ou un volume entre deux unités, on convertit d'abord la dimension linéaire correspondante, puis on l'élève à la puissance appropriée.

Aire : 1 mm = 10^{-3} m, donc 1 mm² = $(10^{-3})^2$ m² = 10^{-6} m².

Volume : 1 mm = 10^{-1} cm, donc 1 mm³ = $(10^{-1})^3$ cm³ = 10^{-3} cm³.

Point de vigilance. L'erreur classique est de croire que 1 mm² = 10^{-3} m². C'est faux : l'exposant -3 de la dimension linéaire doit lui aussi être élevé au carré, ce qui donne 10^{-6} m².

À vous – application 8

Convertir en passant explicitement par la dimension linéaire.

- a) 250 cm^2 en m^2 .
- b) 400 mm^2 en cm^2 .
- c) $0,5 \text{ L}$ en cm^3 (rappel : $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$).

Réponse :

§4. Isoler une grandeur dans une formule

La loi d'Ohm $U = RI$ relie tension, résistance et courant. Si l'on connaît U et R et que l'on cherche I , la formule doit être « retournée ». Cette manœuvre, appelée isoler une grandeur, se fait par opérations inverses appliquées symétriquement aux deux membres.

Méthode – isoler une grandeur

On effectue les opérations inverses, dans l'ordre inverse, sur les deux membres de l'égalité, jusqu'à ce que la grandeur cherchée soit seule.

- Pour annuler une addition, on soustrait ; pour annuler une soustraction, on additionne.
- Pour annuler une multiplication, on divise ; pour annuler une division, on multiplie.
- Pour annuler un carré (sur un nombre positif), on prend la racine carrée.

À vous – application 9

Isoler la grandeur demandée. Ces trois cas se règlent en une seule opération.

- a) Dans $U = R \times I$, isoler I .
- b) Dans $V = L \times \ell \times h$, isoler h .
- c) Dans $P = U \times I$, isoler U .

Réponse :

À vous – application 10

Isoler la grandeur demandée. Ces trois cas demandent *deux* opérations successives.

- a) Dans $S = \pi r^2$, isoler r (on suppose $r > 0$).
- b) Dans $y = ax + b$, isoler x .
- c) Dans $E = \frac{1}{2} m v^2$, isoler v (on suppose $v > 0$).

Réponse :

Exercices classiques

Deux exercices d'application pour mettre en œuvre les notions du rappel sur une situation complète. Les corrigés détaillés sont visibles dans la version professeur. D'autres exercices, ainsi que les activités en contexte métier, figurent dans le *cahier d'approfondissement*.

Exercice 1

Calculer les expressions suivantes en menant les calculs jusqu'à la fraction irréductible.

$$\text{a) } \frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{2}{3} \quad \text{b) } \frac{2}{3} \times \frac{9}{4} \div \frac{3}{8} \quad \text{c) } \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3}}$$

Réponse :

Exercice 2

Une plaque rectangulaire mesure $L = 120$ mm de long et $\ell = 80$ mm de large.

1. Calculer son aire S en mm^2 .
2. Exprimer S en cm^2 , puis en m^2 .
3. Un revêtement coûte 18 € par m^2 . Calculer le coût du revêtement pour cette plaque.

Réponse :

Activités d'application

Activité 1 • Contrainte dans une pièce

MÉCANIQUE

Outil réinvesti : application d'une formule, comparaison **Lien référentiel** : RDM, condition de résistance

Une pièce de section $S = 50 \text{ mm}^2$ subit un effort de traction $F = 5\,000 \text{ N}$. La contrainte vaut $\sigma = \frac{F}{S}$.

1. Calculer σ (le résultat est en N/mm^2 , c'est-à-dire en MPa).
2. La pièce résiste si σ reste inférieure à 150 MPa. Est-ce le cas ?

Réponse :

Activité 2 • Puissance d'un moteur

MÉCANIQUE

Outil réinvesti : application d'une formule, isoler une grandeur **Lien référentiel :** chaîne d'énergie, motorisation

La puissance d'un moteur en rotation est $P = C \times \omega$, avec C le couple (en $\text{N}\cdot\text{m}$) et ω la vitesse (en rad/s).

1. Pour $C = 8 \text{ N}\cdot\text{m}$ et $\omega = 150 \text{ rad/s}$, calculer la puissance P .
2. On veut une puissance $P = 1\,200 \text{ W}$ avec le même couple. Quelle vitesse ω faut-il ? (isoler ω)

Réponse :

Activité 3 • Rendement d'un réducteur

MÉCANIQUE

Outil réinvesti : pourcentage, isoler une grandeur **Lien référentiel :** chaîne d'énergie, rendement

Le rendement d'un réducteur est $\eta = \frac{P_u}{P_a}$ (P_u puissance utile, P_a puissance absorbée). Un réducteur reçoit $P_a = 1\,000 \text{ W}$ et restitue $P_u = 900 \text{ W}$.

1. Calculer η et l'exprimer en pourcentage.
2. Pour le même rendement, quelle puissance P_a faut-il fournir pour obtenir $P_u = 450 \text{ W}$? (isoler P_a)

Réponse :

Activité 4 • Puissance électrique d'un récepteur

PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : application d'une formule, isoler une grandeur **Lien référentiel :** S11 — Électricité (puissance et énergie)

La puissance électrique d'un récepteur en courant continu est $P = U \times I$, avec U la tension (en volts) et I l'intensité (en ampères).

1. Un moteur est alimenté sous $U = 24 \text{ V}$ avec un courant $I = 5 \text{ A}$. Calculer sa puissance électrique P .
2. On veut limiter la puissance à $P = 96 \text{ W}$ sous la même tension. Quelle intensité ne faut-il pas dépasser ? (isoler I)

Réponse :

Activité 5 • Pression au fond d'un réservoir

PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : application d'une formule, isoler une grandeur **Lien référentiel :** S11 — Statique des fluides

Le principe fondamental de l'hydrostatique donne la différence de pression $\Delta P = \rho \times g \times h$, avec ρ la masse volumique du fluide, g l'intensité de la pesanteur et h la profondeur. Pour l'eau : $\rho = 1\,000 \text{ kg/m}^3$ et $g \approx 10 \text{ N/kg}$.

1. Calculer la différence de pression ΔP à une profondeur $h = 3 \text{ m}$ (résultat en pascals).
2. À quelle profondeur h la différence de pression atteint-elle $50\,000 \text{ Pa}$? (isoler h)

Réponse :