



Lycée Jean-Baptiste de Baudre  
Agen

# Parcours de consolidation en mathématiques

*Semaine 2 • extrait du parcours complet*

*Spécialité CPI — Conception des Produits Industriels*

**Version étudiant**  
(énoncés et espaces de réponse)

De la rentrée aux vacances de la Toussaint

# Semaine 2 : Proportionnalité et géométrie de base

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) deux exercices classiques d'application (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPI. Des exercices et des activités supplémentaires figurent dans le *cahier d'approfondissement*.

## Rappel mathématique

Cette deuxième semaine consolide les outils qui interviennent dans presque tous les calculs métier : reconnaître une situation de proportionnalité et l'exploiter, manier les pourcentages dans les deux sens, lire une échelle, et appliquer correctement les formules d'aires et de volumes usuels. Chaque notion est suivie d'un petit exercice d'application immédiate ; les exercices classiques qui suivent le rappel reprennent l'ensemble des notions.

### §1. Proportionnalité

■ Un devis matière annonce 34 € pour 20 L de fluide de coupe. Combien pour 35 L ? Reconnaître une situation proportionnelle, c'est pouvoir répondre à toutes les questions de ce type avec un seul nombre : le coefficient.

#### Définition – deux grandeurs proportionnelles

Deux grandeurs  $x$  et  $y$  sont *proportionnelles* si le rapport  $\frac{y}{x}$  est constant. Ce rapport est appelé **coefficient de proportionnalité**, noté  $k$  :  $y = k \times x$ .

#### À vous – application 1

Dans chaque cas, calculer le coefficient de proportionnalité, puis répondre à la question posée.

- Le prix à payer est proportionnel au volume servi : 20 L coûtent 34 €. Calculer  $k$  (en €/L), puis le prix de 35 L.
- Une machine produit 120 pièces en 8 h. Calculer  $k$  (en pièces/h), puis la production en 5 h.
- Un câble de 12 m a une masse de 3,6 kg. Calculer  $k$  (en kg/m), puis la masse de 30 m de câble.

Réponse :

**Propriété – produit en croix**

Si quatre nombres  $a, b, c, d$  (avec  $b$  et  $d$  non nuls) vérifient  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , alors  $a \times d = b \times c$ . On peut isoler n'importe laquelle des quatre grandeurs si l'on connaît les trois autres.

**À vous – application 2**

Calculer la grandeur inconnue par un produit en croix.

a)  $\frac{a}{3} = \frac{20}{12}$ .

b)  $\frac{7}{x} = \frac{21}{15}$ .

- c) Un véhicule parcourt 180 km en 2 h à vitesse constante. Quelle distance  $d$  parcourt-il en 3 h ?

Réponse :

**Point de vigilance.** Avant d'appliquer le produit en croix, il faut s'assurer que la situation est bien proportionnelle. Par exemple, l'âge et la taille d'un enfant ne le sont pas, ni un tarif qui comporte un forfait fixe.

**§2. Pourcentages**

**|** *Le prix d'une matière première augmente de 8%, puis le fournisseur consent une remise de 5%. Le prix final est-il inférieur ou supérieur au prix de départ ? Les pourcentages se combinent en multipliant des coefficients, pas en ajoutant des taux.*

**Définition – pourcentage**

Un pourcentage  $p\%$  représente la fraction  $\frac{p}{100}$ . Calculer  $p\%$  d'une quantité  $Q$ , c'est calculer  $\frac{p}{100} \times Q$ .

**À vous – application 3**

Calculer les proportions demandées.

- a) 30 % de 250 €.

- b) 12 % de 75 kg.

- c) Sur un lot de 400 pièces, 18 sont rebutées. Quel pourcentage du lot cela représente-t-il ?

Réponse :

**Méthode – augmentation et diminution**

Augmenter une quantité de  $p\%$  revient à la multiplier par le coefficient  $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$ .

Diminuer une quantité de  $p\%$  revient à la multiplier par le coefficient  $\left(1 - \frac{p}{100}\right)$ .

Pour enchaîner deux évolutions, on multiplie les coefficients entre eux.

**À vous – application 4**

Utiliser un coefficient multiplicateur.

- Un prix de 80 € subit une hausse de 15 % : calculer le nouveau prix.
- Une remise de 20 % est appliquée sur 80 € : calculer le prix soldé.
- Un prix de 200 € augmente de 10 %, puis baisse de 10 % : calculer le prix final.

Réponse :

**Point de vigilance.** Une hausse de 20 % suivie d'une baisse de 20 % ne ramène pas au prix initial :  $100 \times 1,20 \times 0,80 = 96$ , pas 100. Les taux ne s'additionnent pas, ce sont les coefficients qui se multiplient.

**§3. Échelles**

Sur un dessin de définition, une pièce mesure 84 mm alors qu'elle en fait 2 100 en réalité. L'échelle est la traduction chiffrée de ce rapport : elle permet de passer du plan à l'atelier, et de l'atelier au plan.

**Définition – échelle**

Sur un plan ou une carte, l'échelle est le rapport entre une longueur sur le plan et la longueur réelle correspondante, exprimées dans la même unité :

$$\text{échelle} = \frac{\text{longueur sur le plan}}{\text{longueur réelle}}.$$

Une échelle s'écrit souvent sous la forme  $1 : n$  (un sur  $n$ ). Avec une échelle  $1 : 50$ , 1 cm sur le plan représente 50 cm en réalité ; ou encore, 1 mm sur le plan représente 50 mm.

**À vous – application 5**

Passer du plan à la réalité.

- Sur un plan à l'échelle  $1 : 100$ , un mur mesure 4 cm. Calculer sa longueur réelle, en mètres.
- Sur un plan à l'échelle  $1 : 20$ , une pièce mesure 75 mm. Calculer sa longueur réelle, en millimètres puis en centimètres.
- Sur un plan, une pièce mesure 84 mm pour une longueur réelle de 2 100 mm. Déterminer l'échelle du plan sous la forme  $1 : n$ .

Réponse :

### Méthode – choisir le bon sens de calcul

Les deux longueurs doivent d'abord être exprimées **dans la même unité**. Ensuite :

- du plan vers la réalité, on **multiplie** par  $n$  ;
- de la réalité vers le plan, on **divise** par  $n$ .

Une échelle  $1 : n$  avec  $n > 1$  est une réduction ; une échelle  $n : 1$  est un agrandissement (utile pour les petites pièces).

### À vous – application 6

Passer de la réalité au plan.

- Une pièce mesure réellement 240 mm. Quelle est sa longueur sur un plan à l'échelle  $1 : 2$  ?
- Un local mesure 12 m de long. Quelle est sa longueur, en centimètres, sur un plan à l'échelle  $1 : 200$  ?
- Une pièce d'horlogerie de 3 mm est dessinée à l'échelle  $10 : 1$ . Quelle est sa longueur sur le dessin ?

Réponse :

## §4. Aires usuelles

**Chiffrer un traitement de surface, un débit de tôle ou une quantité de peinture suppose de savoir calculer une aire, y compris lorsque la pièce n'est pas d'un seul tenant : perçages, découpes, évidements.**

### Propriété – formules d'aires

**Rectangle** de longueur  $L$  et largeur  $\ell$  :  $S = L \times \ell$ .

**Triangle** de base  $b$  et hauteur  $h$  :  $S = \frac{b \times h}{2}$ .

**Disque** de rayon  $r$  :  $S = \pi r^2$ . Circonférence (périmètre) :  $\mathcal{P} = 2\pi r$ .

### À vous – application 7

Calculer les aires demandées (valeur exacte, puis valeur approchée au dixième lorsqu'il y a un  $\pi$ ).

- Disque de rayon  $r = 5$  cm.
- Triangle de base  $b = 9$  cm et de hauteur  $h = 4$  cm.
- Disque de *diamètre*  $D = 12$  mm.

Réponse :

### Méthode – aire d'une surface composée

On décompose la figure en surfaces usuelles, puis on **ajoute** les parties présentes et on **re-tranche** les parties évidées :

$$S_{\text{utile}} = S_{\text{brute}} - S_{\text{évidée}}.$$

Toutes les aires doivent être exprimées dans la même unité avant d'être additionnées.

### À vous – application 8

Calculer l'aire de chaque surface composée.

- Une plaque rectangulaire de 20 cm × 15 cm percée d'un trou circulaire de rayon 3 cm.
- Une plaque carrée de côté 10 cm dont on a découpé un triangle de base 10 cm et de hauteur 4 cm.
- Une plaque rectangulaire de 30 cm × 20 cm percée de deux trous circulaires de diamètre 4 cm.

Réponse :

**Conversions d'aires.** Pour passer d'une unité d'aire à une autre, on convertit la dimension linéaire correspondante et on élève au carré (voir semaine 1, §3).

## §5. Volumes usuels

Un devis matière part du volume de la pièce, une capacité de cuve part du volume du réservoir. Et la question se pose souvent à l'envers : quelle hauteur, quel rayon donner pour atteindre le volume voulu ?

### Propriété – formules de volumes

**Parallélépipède rectangle** de longueur  $L$ , largeur  $\ell$ , hauteur  $h$  :  $V = L \times \ell \times h$ .

**Cylindre** de rayon  $r$  et hauteur  $h$  :  $V = \pi r^2 h$ .

**Sphère** de rayon  $r$  :  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ .

### À vous – application 9

Calculer les volumes demandés (valeur exacte, puis valeur approchée au dixième lorsqu'il y a un  $\pi$ ).

- Cylindre de rayon  $r = 2$  cm et de hauteur  $h = 10$  cm.
- Parallélépipède rectangle de dimensions 8 cm × 5 cm × 3 cm.
- Sphère de rayon  $r = 3$  cm.

Réponse :

### Méthode – retrouver une dimension à partir du volume

On applique la technique de la semaine 1 (§4) : isoler la grandeur cherchée par opérations inverses.

$$V = L \ell h \Rightarrow h = \frac{V}{L \ell} \quad \text{et} \quad V = \pi r^2 h \Rightarrow r^2 = \frac{V}{\pi h} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}.$$

### À vous – application 10

Retrouver la dimension manquante.

- Un parallélépipède rectangle de base  $10 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$  a un volume  $V = 300 \text{ cm}^3$ . Calculer sa hauteur  $h$ .
- Un cylindre de rayon  $r = 5 \text{ cm}$  a un volume  $V = 200 \pi \text{ cm}^3$ . Calculer sa hauteur  $h$ .
- Un cylindre de hauteur  $h = 4 \text{ cm}$  a un volume  $V = 64 \pi \text{ cm}^3$ . Calculer son rayon  $r$ .

Réponse :

**Conversions de volumes.** Pour passer d'une unité de volume à une autre, on convertit la dimension linéaire et on élève au cube (voir semaine 1, §3). On retiendra aussi  $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$ .

### Exercices classiques

Deux exercices d'application pour mettre en œuvre les notions du rappel sur une situation complète. Les corrigés détaillés sont visibles dans la version professeur. D'autres exercices, ainsi que les activités en contexte métier, figurent dans le *cahier d'approfondissement*.

#### Exercice 1

Une plaque rectangulaire mesure  $250 \text{ mm}$  de long et  $160 \text{ mm}$  de large. On y perce 4 trous circulaires identiques, de diamètre  $20 \text{ mm}$ .

- Calculer l'aire brute de la plaque, en  $\text{mm}^2$ .
- Calculer l'aire d'un trou, puis l'aire totale des quatre trous (valeur approchée au dixième).
- En déduire l'aire de matière restante, en  $\text{mm}^2$ , puis en  $\text{cm}^2$ .

Réponse :

### Exercice 2

Une cuve cylindrique a un rayon  $r = 40$  cm et une hauteur  $h = 1,20$  m.

1. Exprimer la hauteur en centimètres, puis calculer le volume de la cuve en  $\text{cm}^3$  (valeur approchée à l'unité).
2. Convertir ce volume en litres (rappel :  $1 \text{ L} = 1\,000 \text{ cm}^3$ ). Arrondir au dixième.
3. La cuve est remplie à 80 % de sa capacité. Quel volume de liquide contient-elle ?

Réponse :

## Activités d'application

### Activité 1 • Une relation de proportionnalité (contrainte-déformation) MÉCANIQUE

**Outil réinvesti :** proportionnalité, application de formule, isoler une grandeur **Lien référentiel :** RDM, relation contrainte-déformation (S3.2.6)

On donne la relation  $\sigma = E \times \varepsilon$ , où  $\sigma$  est la contrainte (en MPa),  $E$  le module du matériau (en MPa) et  $\varepsilon$  la déformation (sans unité). Dans le domaine élastique, contrainte et déformation sont proportionnelles.

1. Pour un acier de module  $E = 200\,000$  MPa et une déformation  $\varepsilon = 0,001$ , calculer la contrainte  $\sigma$  (en MPa).
2. Pour une contrainte  $\sigma = 150$  MPa dans le même acier, calculer la déformation  $\varepsilon$ . (isoler  $\varepsilon$ )

Réponse :

**Activité 2 • Aire d'une section circulaire**

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti :** formule d'aire, calcul numérique    **Lien référentiel :** lecture de plan, sections d'arbres

Beaucoup de pièces (arbres, axes) ont une section circulaire. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon  $r$  est  $S = \pi r^2$ .

1. Un arbre a un diamètre de 40 mm. Donner son rayon, puis calculer l'aire de sa section (en  $\text{mm}^2$ ).
2. Un autre arbre a un rayon  $r = 10$  mm. Calculer l'aire de sa section.

Réponse :

**Activité 3 • Moment quadratique d'une poutre rectangulaire**

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti :** application d'une formule, puissances    **Lien référentiel :** RDM, moments quadratiques (S3.2.6)

La rigidité en flexion d'une poutre dépend du moment quadratique  $I$  de sa section. On donne la formule pour une section rectangulaire de base  $b$  et de hauteur  $h$  :  $I = \frac{bh^3}{12}$  (la hauteur  $h$  étant la dimension dans le sens de la flexion).

1. Pour  $b = 30$  mm et  $h = 20$  mm, calculer  $I$  (en  $\text{mm}^4$ ).
2. On garde la même base  $b = 30$  mm mais on double la hauteur :  $h = 40$  mm. Calculer le nouveau  $I$ , puis dire par combien il a été multiplié.

Réponse :

**Activité 4 • Lecture d'un plan à l'échelle**

MÉCANIQUE

**Outil réinvesti :** proportionnalité, échelle    **Lien référentiel :** lecture de mise en plan (S2.4)

Un dessin de définition est tracé à l'échelle **1:2** : une longueur sur le dessin représente une longueur deux fois plus grande en réalité.

1. Écrire la relation entre une longueur réelle et la longueur correspondante sur le dessin.
2. Une longueur mesurée de 75 mm sur le plan correspond à quelle longueur réelle ?
3. Une pièce mesure réellement 240 mm. Quelle est sa longueur sur le plan ?

Réponse :

**Activité 5 • Identifier un matériau par sa masse volumique**

PHYSIQUE APPLIQUÉE

**Outil réinvesti :** proportionnalité, application de formule, comparaison **Lien référentiel :** S11 — Matière et matériaux (masse volumique)

La masse volumique relie la masse  $m$  d'un échantillon à son volume  $V$ .

1. Écrire la relation entre la masse volumique  $\rho$ , la masse  $m$  et le volume  $V$ .
2. Un échantillon a une masse  $m = 270$  g pour un volume  $V = 100$  cm<sup>3</sup>. Calculer sa masse volumique (en g/cm<sup>3</sup>).
3. Sachant que l'aluminium a une masse volumique de 2,7 g/cm<sup>3</sup>, de quel matériau s'agit-il probablement ?

Réponse :