



Lycée Jean-Baptiste de Baudre
Agen

Parcours de consolidation en mathématiques

Semaine 5 • extrait du parcours complet

Spécialité CPI — Conception des Produits Industriels

Version étudiant
(énoncés et espaces de réponse)

De la rentrée aux vacances de la Toussaint

Semaine 5 : Fonctions et lecture graphique

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) deux exercices classiques d'application (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPI. Des exercices et des activités supplémentaires figurent dans le *cahier d'approfondissement*.

Rappel mathématique

Cette semaine consolide les outils pour décrire et interpréter une dépendance entre deux grandeurs : fonction linéaire, fonction affine, fonction carré, et lecture graphique. Ces outils permettent de modéliser un grand nombre de situations métier (loi d'Ohm, dilatation, débit, étalonnage de capteur). Chaque notion est suivie d'un petit exercice d'application immédiate ; les exercices classiques qui suivent le rappel reprennent l'ensemble des notions.

§1. Notion de fonction

■ *Un capteur de température délivre une tension : à chaque température correspond une valeur, et une seule. C'est exactement ce que décrit une fonction, et c'est pourquoi tout le vocabulaire qui suit sert à lire une fiche technique.*

Définition – fonction

Une fonction f associe à chaque valeur x (la variable) une unique valeur $f(x)$ (l'image de x). La représentation graphique de f est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$.

À vous – application 1

Calculer les images demandées.

- a) Pour $f(x) = 2x + 1$: calculer $f(0)$, $f(3)$ et $f(-2)$.
- b) Pour $g(x) = x^2 - 3$: calculer $g(0)$, $g(4)$ et $g(-1)$.
- c) Pour $h(t) = 50 - 4t$: calculer $h(0)$, $h(5)$ et $h(12,5)$.

Réponse :

Définition – image et antécédent

Le nombre $f(a)$ est l'**image** de a par f . Réciproquement, si $f(a) = c$, on dit que a est un **antécédent** de c par f . Chercher un antécédent revient à résoudre l'équation $f(x) = c$; il peut y avoir une solution, plusieurs, ou aucune.

À vous – application 2

Déterminer les antécédents demandés en résolvant une équation.

- a) Pour $f(x) = 2x + 1$: déterminer l'antécédent de 9.
- b) Pour $h(t) = 50 - 4t$: déterminer l'antécédent de 18.
- c) Pour $u(x) = x^2$: déterminer les antécédents de 25.

Réponse :

§2. Fonction linéaire

La loi d'Ohm $U = RI$, le prix d'un fluide au litre, la masse d'un câble au mètre : dès qu'une grandeur est proportionnelle à une autre, elle s'écrit sous la forme $f(x) = kx$ et se lit sur une droite passant par l'origine.

Définition – fonction linéaire

Une fonction linéaire est de la forme $f(x) = kx$, où k est un coefficient constant. Sa représentation graphique est une droite passant par l'origine.

À vous – application 3

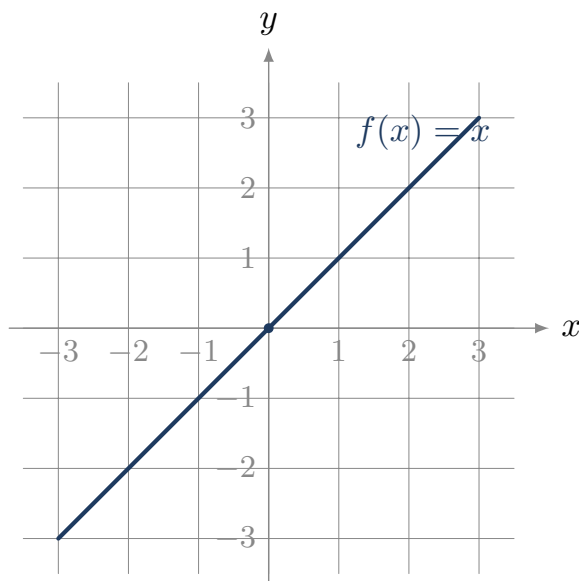
Reconnaître et exploiter une fonction linéaire.

- a) Pour $f(x) = 4x$: calculer $f(0)$, $f(2)$ et $f(5)$.
- b) Parmi $f(x) = 3x$, $g(x) = 3x + 2$ et $h(x) = x^2$, laquelle est linéaire ? Justifier.
- c) Une fonction linéaire vérifie $f(4) = 10$. Déterminer son coefficient k , puis calculer $f(6)$.

Réponse :

Propriété – proportionnalité

Une fonction linéaire $f(x) = kx$ traduit une situation de **proportionnalité** entre x et $f(x)$, de coefficient k . Sur la droite, k est le *coefficient directeur* (la pente).



À vous – application 4

Traduire une situation métier par une fonction linéaire.

- Loi d'Ohm : pour une résistance $R = 47 \, \Omega$, exprimer U en fonction de I , puis calculer U pour $I = 0,2 \, \text{A}$.
- Un câble a une masse de $0,3 \, \text{kg}$ par mètre. Exprimer la masse m en fonction de la longueur L , puis calculer m pour $L = 24 \, \text{m}$.
- Le tableau ci-dessous relève-t-il d'une fonction linéaire ? Si oui, donner son expression.

x	2	5	8	10
$f(x)$	7	17,5	28	35

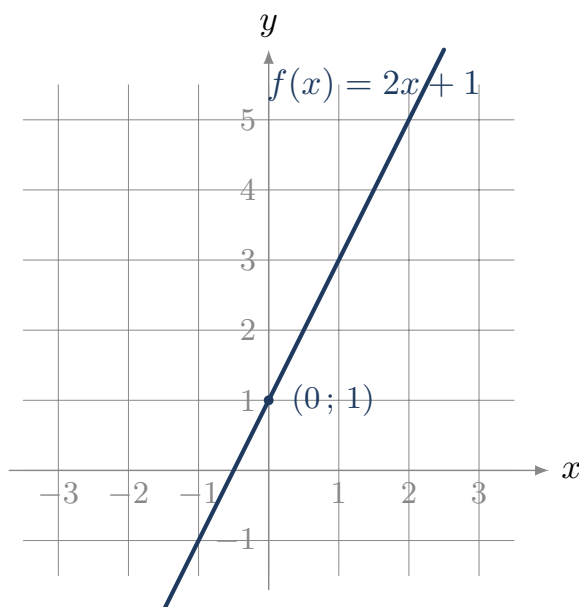
Réponse :

§3. Fonction affine

Un atelier facture une mise en route fixe, puis un prix par pièce. Le total n'est plus proportionnel au nombre de pièces : c'est le terme constant qui fait toute la différence entre fonction linéaire et fonction affine.

Définition – fonction affine

Une fonction affine est de la forme $f(x) = ax + b$, où a est le coefficient directeur (pente) et b l'ordonnée à l'origine. Sa représentation graphique est une droite, qui passe par le point $(0; b)$. Si $b = 0$, la fonction est linéaire ; on retrouve le cas précédent.



À vous – application 5

Identifier pente et ordonnée à l'origine.

- Pour $f(x) = 3x + 2$: calculer $f(0)$ et $f(1)$, puis donner la pente et le point par lequel la droite coupe l'axe des ordonnées.
- Pour $g(x) = -2x + 7$: donner a et b , puis calculer $g(0)$ et $g(3)$. La fonction est-elle croissante ou décroissante ?
- Un atelier facture 15 € de mise en route plus 0,40 € par pièce. Exprimer le prix P en fonction du nombre n de pièces, puis calculer P pour $n = 50$.

Réponse :

Méthode – calculer la pente entre deux points

Pour une droite passant par les points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ (avec $x_A \neq x_B$), la pente vaut

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

On obtient ensuite b en reportant les coordonnées de l'un des deux points dans $y = ax + b$.

À vous – application 6

Déterminer l'expression de la fonction affine dont la droite passe par les deux points donnés.

- $A(0; 3)$ et $B(4; 11)$.
- $A(1; 5)$ et $B(3; 11)$.
- $A(2; 9)$ et $B(6; 1)$.

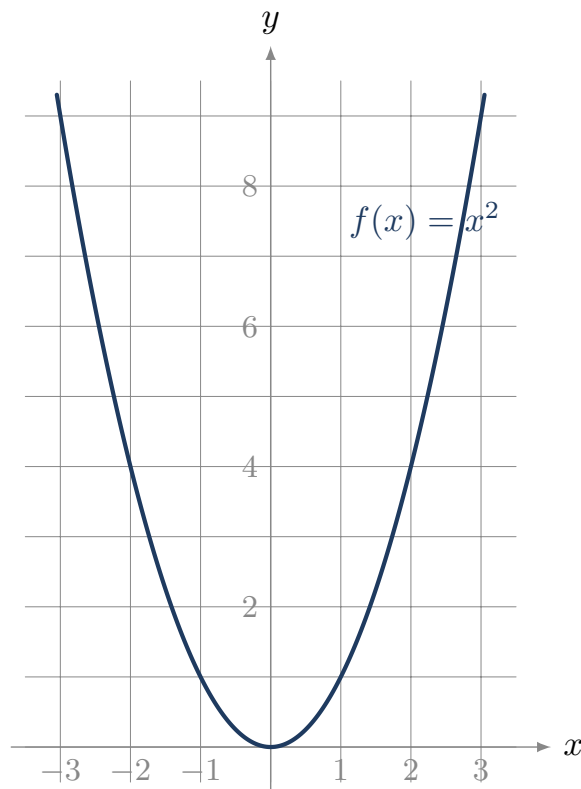
Réponse :

§4. Fonction carré

La puissance dissipée dans une résistance vaut $P = RI^2$: passer de 2 A à 4 A ne double pas l'échauffement, il le quadruple. Reconnaître une dépendance en carré évite ce genre de mauvaise surprise.

Définition – fonction carré

La fonction carré est définie par $f(x) = x^2$. Pour $a \neq 0$, on appelle parfois ainsi toute fonction de la forme $f(x) = ax^2$.



À vous – application 7

Calculer des images par une fonction carré.

- Pour $f(x) = x^2$: calculer $f(2)$, $f(4)$ et $f(-3)$.
- Pour $g(x) = 5x^2$: calculer $g(1)$, $g(3)$ et $g(4)$.
- Pour $P(I) = 12I^2$ (puissance en watts, intensité en ampères) : calculer $P(2)$ et $P(2,5)$.

Réponse :

Propriété – effet du carré

Si l'on multiplie la variable par 2, l'image est multipliée par $2^2 = 4$. Plus généralement, multiplier la variable par k multiplie l'image par k^2 .

À vous – application 8

Utiliser le facteur k^2 sans refaire tout le calcul.

- Pour $f(x) = x^2$, on sait que $f(2) = 4$. En déduire $f(4)$ par le facteur, puis vérifier par le calcul direct.
- Pour $g(x) = 3x^2$, on sait que $g(5) = 75$. En déduire $g(15)$.
- Dans $P = RI^2$, l'intensité augmente de 10 %. Par quel coefficient la puissance est-elle multipliée ? De quel pourcentage augmente-t-elle ?

Réponse :

Cas métier. La puissance dissipée par effet Joule $P = RI^2$ est une fonction carré de l'intensité : doubler I quadruple la puissance. C'est ce qui impose de dimensionner les sections de conducteurs sur l'intensité maximale, et non sur l'intensité moyenne.

§5. Lecture graphique

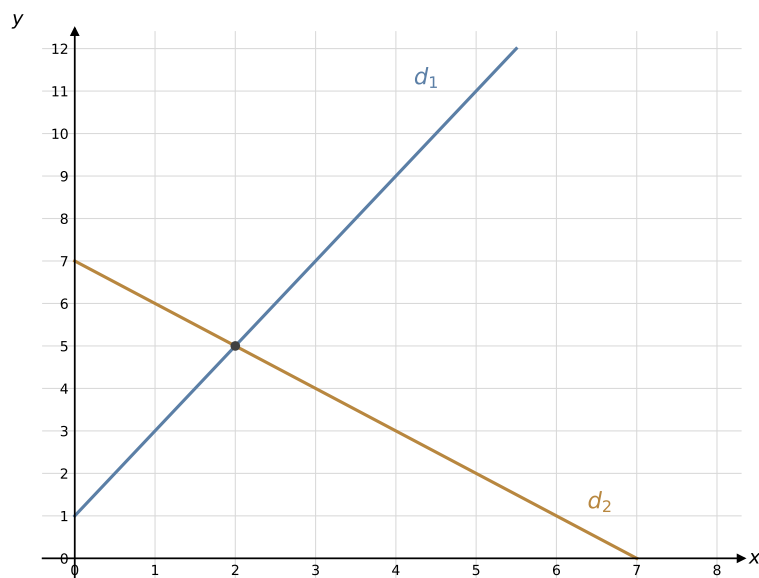
Un relevé d'essai, une caractéristique de composant, une courbe d'étalonnage : la donnée arrive souvent sous forme de courbe et non de formule. Savoir en extraire une valeur, un antécédent ou un point de fonctionnement fait partie du métier.

Méthode – lire une courbe

Pour exploiter une représentation graphique :

- **Image d'une valeur** : pour lire $f(a)$, on repère a sur l'axe des abscisses, on monte verticalement jusqu'à la courbe, puis horizontalement jusqu'à l'axe des ordonnées.
- **Antécédent** : pour trouver les valeurs x telles que $f(x) = c$, on repère c sur l'axe des ordonnées, on va horizontalement jusqu'à la courbe, puis verticalement jusqu'à l'axe des abscisses.
- **Point d'intersection** : entre deux courbes, le point d'intersection donne une valeur de x pour laquelle les deux fonctions prennent la même valeur.

Dans tout ce paragraphe, on utilise le graphique ci-dessous. Les droites d_1 et d_2 représentent respectivement deux fonctions affines f_1 et f_2 .



À vous – application 9

Lire le graphique ci-dessus (aucun calcul n'est demandé).

- Lire $f_1(3)$, puis $f_2(3)$.
- Lire l'antécédent de 9 par f_1 , puis l'antécédent de 4 par f_2 .
- Lire les coordonnées du point d'intersection des deux droites.

Réponse :

Méthode – retrouver l'équation d'une droite lue sur un graphique

On lit d'abord b : c'est l'ordonnée du point où la droite coupe l'axe des ordonnées. On lit ensuite la pente a en repérant deux points à coordonnées entières et en appliquant $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$. On peut aussi lire directement : quand on avance de 1 vers la droite, a est ce que l'on monte (ou descend, si a est négatif).

À vous – application 10

Toujours à partir du même graphique.

- Déterminer l'expression de f_1 .
- Déterminer l'expression de f_2 .
- Retrouver par le calcul les coordonnées du point d'intersection, et vérifier l'accord avec la lecture graphique.

Réponse :

Point de vigilance. Une lecture graphique donne une valeur *approchée* : elle est fiable quand le point tombe sur un nœud du quadrillage, beaucoup moins entre deux graduations. Dès que la précision compte, on repasse par le calcul.

Exercices classiques

Deux exercices d'application pour mettre en œuvre les notions du rappel sur une situation complète. Les corrigés détaillés sont visibles dans la version professeur. D'autres exercices, ainsi que les activités en contexte métier, figurent dans le *cahier d'approfondissement*.

Exercice 1

On relève la tension U (en V) aux bornes d'un conducteur ohmique pour différentes intensités I (en A).

I (A)	0,1	0,2	0,4	0,5
U (V)	2	4	8	10

1. Montrer que U est une fonction linéaire de I , et déterminer son coefficient. Que représente-t-il physiquement, et dans quelle unité ?
2. Calculer la tension obtenue pour $I = 0,35$ A.
3. Déterminer l'intensité nécessaire pour obtenir $U = 15$ V. Exprimer le résultat en A, puis en mA.

Réponse :

Exercice 2

Une cuve de 600 L se vide à débit constant. Le volume restant, en litres, après t minutes est donné par $V(t) = 600 - 25t$.

1. Calculer $V(0)$ et $V(8)$, puis interpréter concrètement les nombres 600 et -25 de la formule.
2. Déterminer l'instant auquel il reste 150 L dans la cuve.
3. Déterminer l'instant auquel la cuve est vide.

Réponse :

Activités d'application

Activité 1 • Loi de vitesse d'un axe motorisé (fonction affine)

MÉCANIQUE

Outil réinvesti : fonction affine, isoler une grandeur **Lien référentiel :** cinématique, motorisation (S3.2.2)

Lors d'un démarrage à accélération constante, la vitesse suit la loi $v = v_0 + at$, où v_0 est la vitesse initiale et a l'accélération. On donne $v_0 = 2 \text{ m/s}$ et $a = 3 \text{ m/s}^2$.

1. Calculer la vitesse v à l'instant $t = 4 \text{ s}$.
2. À quel instant t la vitesse atteint-elle 20 m/s ? (isoler t)

Réponse :

Activité 2 • Caractéristique d'un ressort (fonction linéaire)

MÉCANIQUE

Outil réinvesti : proportionnalité, fonction linéaire **Lien référentiel :** ressort, raideur (S5)

Dans sa zone de fonctionnement, l'effort d'un ressort est proportionnel à son allongement : $F = kx$, où k est la raideur. On donne $k = 20 \text{ N/mm}$.

1. Calculer l'effort F pour un allongement $x = 5 \text{ mm}$.
2. Pour un effort $F = 200 \text{ N}$, calculer l'allongement x . (isoler x)

Réponse :

Activité 3 • Couple résistant d'un ventilateur (fonction carré)

MÉCANIQUE

Outil réinvesti : fonction carré, tableau de valeurs **Lien référentiel :** couple résistant quadratique (S3.1.2)

Le couple résistant d'un ventilateur croît avec le carré de la vitesse : $C = k \omega^2$, avec $k = 0,002$ (unités SI), ω en rad/s et C en N·m.

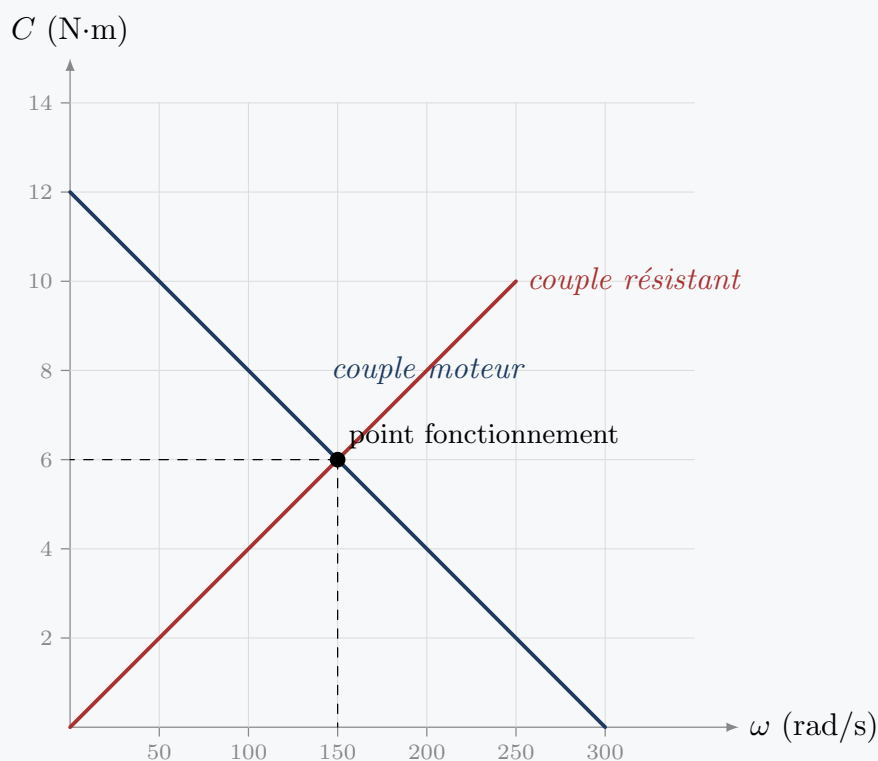
1. Compléter le tableau de C pour $\omega = 0, 50, 100, 150, 200$ rad/s.
2. Si l'on double la vitesse, par combien le couple est-il multiplié ? Justifier par la forme de la fonction.

Réponse :

Activité 4 • Point de fonctionnement d'une motorisation (lecture graphique) MÉ-CANIQUE

Outil réinvesti : lecture graphique, intersection de deux courbes **Lien référentiel :** caractéristique couple-vitesse (S3.1.2)

Le graphique ci-dessous donne, en fonction de la vitesse ω , le couple fourni par le moteur et le couple résistant de la charge. Le point de fonctionnement est atteint là où les deux courbes se croisent.



1. Lire sur le graphique le couple disponible au démarrage ($\omega = 0$).
2. Déterminer le point de fonctionnement : lire la vitesse et le couple au point d'intersection des deux courbes.

Réponse :

Activité 5 • Caractéristique d'un conducteur ohmique (fonction linéaire) PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : proportionnalité, lecture de tableau **Lien référentiel :** S11 — Électricité (tension, intensité)

On mesure la tension U aux bornes d'une résistance pour différentes intensités I :

I (A)	0	1	2	3
U (V)	0	5	10	15

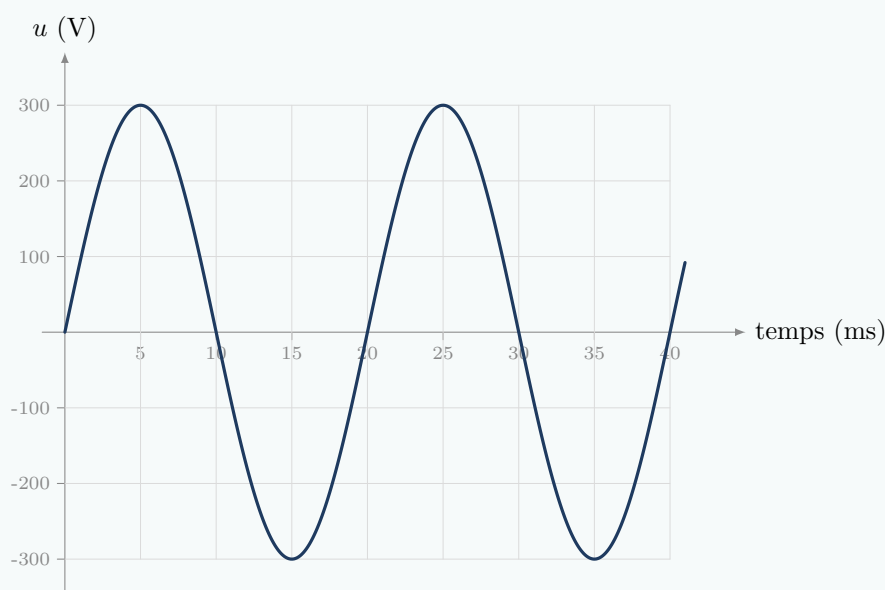
1. Calculer le rapport U/I pour chaque mesure (sauf la première). Que constate-t-on ?
2. En déduire la valeur de la résistance R (la pente de la droite $U = RI$).

Réponse :

Activité 6 • Lecture d'un oscillogramme (signal sinusoïdal) PHYSIQUE APPLIQUÉE

Outil réinvesti : lecture graphique, période et fréquence **Lien référentiel :** S11 — Électricité (grandeurs alternatives)

L'oscillogramme ci-dessous représente une tension alternative en fonction du temps.



1. Lire l'amplitude (valeur de crête) de la tension.

2. Lire la durée d'un cycle complet (la période T), puis calculer la fréquence f (rappel : $f = 1/T$).

Réponse :