



Lycée Jean-Baptiste de Baudre
Agen

Parcours de consolidation en mathématiques

Semaine 1 • extrait du parcours complet

Spécialité CPRP — Conception des Processus de Réalisation de Produits

Version étudiant
(énoncés et espaces de réponse)

De la rentrée aux vacances de la Toussaint

Semaine 1 : Calcul, formules et unités

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) deux exercices classiques d'application (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPRP. Des exercices et des activités supplémentaires figurent dans le *cahier d'approfondissement*.

Rappel mathématique

Cette première semaine consolide les gestes de calcul élémentaires que l'on retrouve dans toutes les activités de BTS : manipuler les fractions, manier les puissances et la notation scientifique, convertir des unités sans se tromper, et isoler une grandeur dans une formule. Chaque paragraphe se termine par un petit exercice d'application immédiate ; les exercices classiques qui suivent le rappel reprennent l'ensemble des notions.

§1. Calcul sur les fractions

■ *En atelier, on assemble deux plaques d'épaisseur $\frac{3}{8}$ pouce et $\frac{1}{4}$ pouce. Quelle est l'épaisseur totale ? Additionner ou simplifier des fractions permet de répondre sans passer par des décimaux qui font perdre en précision.*

Définition – fraction

Une fraction $\frac{a}{b}$ représente le partage de a par b (avec $b \neq 0$). Le nombre a est le *numérateur*, b est le *dénominateur*.

Propriété – simplifier

Si l'on multiplie (ou divise) numérateur et dénominateur par un même nombre non nul, la fraction ne change pas de valeur :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}, \quad k \neq 0.$$

À vous – application 1

Simplifier chaque fraction au maximum.

a) $\frac{12}{18}$ b) $\frac{15}{25}$ c) $\frac{42}{56}$

Réponse :

Propriété – additionner ou soustraire

Pour ajouter (ou retrancher) deux fractions, on les met au **même dénominateur**, puis on additionne (ou retranche) les numérateurs :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{db} = \frac{ad + cb}{bd}.$$

À vous – application 2

Calculer, en réduisant au même dénominateur.

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ b) $\frac{5}{6} - \frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$

Réponse :

Propriété – multiplier ou diviser

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

Pour diviser par une fraction, on multiplie par son inverse :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

À vous – application 3

Calculer, puis simplifier.

a) $\frac{3}{5} \times \frac{10}{9}$ b) $\frac{5}{4} \div \frac{2}{3}$ c) $\frac{7}{8} \div \frac{14}{3}$

Réponse :

Point de vigilance. On additionne avec un dénominateur commun, mais on multiplie *sans* le faire. Confondre les deux est l'erreur la plus fréquente sur les fractions.

§2. Puissances et notation scientifique

Le diamètre d'un cheveu vaut environ $70\text{ }\mu\text{m}$; celui d'un fil de cuivre en électronique peut descendre à 80 nm . Comparer des grandeurs qui vont du milliard au milliardième demande une écriture unifiée : la notation scientifique.

Définition – puissance d'un nombre

Pour un entier $n \geq 1$, $a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ fois}}$. On pose par convention $a^0 = 1$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

À vous – application 4

Calculer sans calculatrice.

a) 2^5 b) 10^{-3} c) $(-3)^2$

Réponse :

Propriété – règles de calcul

Pour tous nombres a, b non nuls et entiers m, n :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \quad (a^m)^n = a^{mn}, \quad (a \times b)^n = a^n \times b^n.$$

À vous – application 5

Simplifier en écrivant le résultat sous forme d'une seule puissance de 10.

a) $10^3 \times 10^{-5}$ b) $\frac{10^6}{10^{-2}}$ c) $(10^{-3})^2$

Réponse :

Définition – notation scientifique

Un nombre est écrit en notation scientifique lorsqu'il prend la forme $a \times 10^n$, avec $1 \leq |a| < 10$ et n entier relatif.

À la calculatrice. Voir l'Annexe : prise en main de la calculatrice, §4 (saisie d'une notation scientifique) et §5 (lecture d'un résultat).

À vous – application 6

Écrire chaque nombre en notation scientifique.

- a) 3 200 b) 0,000 034 c) 0,000 25

Réponse :

§3. Conversions d'unités

Une tension de 3,3 V et une résistance de 220 Ω donnent, par la loi d'Ohm, un courant de 15 mA. Trois grandeurs, trois unités : la moindre erreur de conversion fausse le calcul. Les préfixes du Système international donnent une méthode sûre.

Les **préfixes du Système international** permettent d'exprimer une grandeur en multipliant l'unité de base par une puissance de 10 :

Préfixe	Symbole	Facteur	Préfixe	Symbole	Facteur
giga	G	10^9	milli	m	10^{-3}
méga	M	10^6	micro	μ	10^{-6}
kilo	k	10^3	nano	n	10^{-9}

À vous – application 7

Effectuer les conversions suivantes.

- a) 3,3 V en mV.
 b) 20 μ s en s (résultat en notation scientifique).
 c) 470 k Ω en Ω , puis en M Ω .

Réponse :

Méthode – conversion d'une aire ou d'un volume

Pour convertir une aire ou un volume entre deux unités, on convertit d'abord la dimension linéaire correspondante, puis on l'élève à la puissance appropriée.

Aire : 1 mm = 10^{-3} m, donc 1 mm² = $(10^{-3})^2$ m² = 10^{-6} m².

Volume : 1 mm = 10^{-1} cm, donc 1 mm³ = $(10^{-1})^3$ cm³ = 10^{-3} cm³.

Point de vigilance. L'erreur classique est de croire que 1 mm² = 10^{-3} m². C'est faux : l'exposant -3 de la dimension linéaire doit lui aussi être élevé au carré, ce qui donne 10^{-6} m².

À vous – application 8

Convertir en passant explicitement par la dimension linéaire.

- a) 250 cm^2 en m^2 .
- b) 400 mm^2 en cm^2 .
- c) $0,5 \text{ L}$ en cm^3 (rappel : $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$).

Réponse :

§4. Isoler une grandeur dans une formule

La loi d'Ohm $U = RI$ relie tension, résistance et courant. Si l'on connaît U et R et que l'on cherche I , la formule doit être « retournée ». Cette manœuvre, appelée isoler une grandeur, se fait par opérations inverses appliquées symétriquement aux deux membres.

Méthode – isoler une grandeur

On effectue les opérations inverses, dans l'ordre inverse, sur les deux membres de l'égalité, jusqu'à ce que la grandeur cherchée soit seule.

- Pour annuler une addition, on soustrait ; pour annuler une soustraction, on additionne.
- Pour annuler une multiplication, on divise ; pour annuler une division, on multiplie.
- Pour annuler un carré (sur un nombre positif), on prend la racine carrée.

À vous – application 9

Isoler la grandeur demandée. Ces trois cas se règlent en une seule opération.

- a) Dans $U = R \times I$, isoler I .
- b) Dans $V = L \times \ell \times h$, isoler h .
- c) Dans $P = U \times I$, isoler U .

Réponse :

À vous – application 10

Isoler la grandeur demandée. Ces trois cas demandent *deux* opérations successives.

- a) Dans $S = \pi r^2$, isoler r (on suppose $r > 0$).
- b) Dans $y = ax + b$, isoler x .
- c) Dans $E = \frac{1}{2} m v^2$, isoler v (on suppose $v > 0$).

Réponse :

Exercices classiques

Deux exercices d'application pour mettre en œuvre les notions du rappel sur une situation complète. Les corrigés détaillés sont visibles dans la version professeur. D'autres exercices, ainsi que les activités en contexte métier, figurent dans le *cahier d'approfondissement*.

Exercice 1

Calculer les expressions suivantes en menant les calculs jusqu'à la fraction irréductible.

$$\text{a) } \frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{2}{3} \quad \text{b) } \frac{2}{3} \times \frac{9}{4} \div \frac{3}{8} \quad \text{c) } \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3}}$$

Réponse :

Exercice 2

Une plaque rectangulaire mesure $L = 120$ mm de long et $\ell = 80$ mm de large.

1. Calculer son aire S en mm^2 .
2. Exprimer S en cm^2 , puis en m^2 .
3. Un revêtement coûte 18 € par m^2 . Calculer le coût du revêtement pour cette plaque.

Réponse :

Activités d'application

Activité 1 • Vitesse de coupe en tournage

MÉCANIQUE

Outil réinvesti : application d'une formule, isoler une grandeur
paramètres de coupe

Lien référentiel : S7.2.2 —

En tournage, on relie la vitesse de coupe V_c au diamètre D de la pièce et à la fréquence de rotation n de la broche par la formule :

$$V_c = \frac{\pi \times D \times n}{1000},$$

avec V_c en m/min, D en mm et n en tr/min.

On tourne un arbre de diamètre $D = 80$ mm à une fréquence $n = 500$ tr/min.

1. Calculer la vitesse de coupe V_c .
2. Pour le même diamètre, à quelle fréquence n faut-il tourner pour obtenir $V_c = 150$ m/min ? (isoler n)

Réponse :

Activité 2 • Vitesse d'avance en fraisage

MÉCANIQUE

Outil réinvesti : application d'une formule, isoler une grandeur **Lien référentiel :** S7.2.2 — paramètres de coupe

En fraisage, la vitesse d'avance V_f se calcule à partir de l'avance par dent f_z , du nombre de dents Z de la fraise et de la fréquence de rotation n :

$$V_f = f_z \times Z \times n,$$

avec V_f en mm/min, f_z en mm/dent et n en tr/min.

On fraise avec une fraise de $Z = 4$ dents, une avance $f_z = 0,1$ mm/dent et $n = 1\,500$ tr/min.

1. Calculer la vitesse d'avance V_f .
2. Pour la même fraise et la même fréquence, quelle avance f_z faut-il pour atteindre $V_f = 1\,200$ mm/min ? (isoler f_z)

Réponse :

Activité 3 • Section du copeau

MÉCANIQUE

Outil réinvesti : application d'une formule, isoler une grandeur **Lien référentiel :** S7.2.2 — paramètres de coupe (section du copeau)

En tournage, la section du copeau enlevé à chaque tour vaut $S = a_p \times f$, où a_p est la profondeur de passe (en mm) et f l'avance par tour (en mm/tr).

On usine avec $a_p = 2$ mm et $f = 0,3$ mm/tr.

1. Calculer la section S du copeau (en mm²).
2. Pour la même avance f , à quelle profondeur de passe a_p faut-il aller pour doubler la section du copeau ? (isoler a_p)

Réponse :

Activité 4 • Rugosité obtenue en tournage

MÉCANIQUE

Outil réinvesti : application d'une formule, isoler une grandeur, conversion mm/μm **Lien référentiel :** S3 — états de surface

En tournage, la rugosité totale R_t dépend de l'avance f et du rayon de bec R_ϵ de la plaquette :

$$R_t = \frac{f^2}{8 \times R_\epsilon},$$

avec f en mm/tr et R_ϵ en mm. Le résultat est alors en millimètres. Les rayons de bec courants sont 0,2 ; 0,4 ; 0,8 et 1,2 mm.

1. On tourne avec $f = 0,2$ mm/tr et une plaquette de rayon de bec $R_\epsilon = 0,8$ mm. Calculer R_t en millimètres, puis l'exprimer en micromètres.
2. Le bureau d'études impose $R_t = 3,2$ μm avec la même plaquette. Isoler f dans la formule, puis calculer l'avance à programmer (arrondir au centième).

Réponse :

Activité 5 • Unités de temps d'une gamme d'usinage

MÉCANIQUE

Outil réinvesti : conversions d'unités de temps **Lien référentiel :** S9.1.1 — temps de production

Les temps de fabrication s'expriment en heures, minutes et secondes, mais les gammes d'usinage les donnent le plus souvent en minutes décimales, au centième de minute près. Un centième de minute vaut 0,6 s.

1. Un temps unitaire vaut 2,45 min. L'exprimer en minutes et secondes.
2. Une série de 240 pièces est lancée à raison de 0,85 min par pièce. Calculer le temps total en minutes, puis l'exprimer en heures et minutes.

Réponse :