



Lycée Jean-Baptiste de Baudre
Agen

Parcours de consolidation en mathématiques

Semaine 2 • extrait du parcours complet

Spécialité CPRP — Conception des Processus de Réalisation de Produits

Version étudiant
(énoncés et espaces de réponse)

De la rentrée aux vacances de la Toussaint

Semaine 2 : Proportionnalité et géométrie de base

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) deux exercices classiques d'application (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte CPRP. Des exercices et des activités supplémentaires figurent dans le *cahier d'approfondissement*.

Rappel mathématique

Cette deuxième semaine consolide les outils qui interviennent dans presque tous les calculs métier : reconnaître une situation de proportionnalité et l'exploiter, manier les pourcentages dans les deux sens, lire une échelle, et appliquer correctement les formules d'aires et de volumes usuels. Chaque notion est suivie d'un petit exercice d'application immédiate ; les exercices classiques qui suivent le rappel reprennent l'ensemble des notions.

§1. Proportionnalité

■ *Un devis matière annonce 34 € pour 20 L de fluide de coupe. Combien pour 35 L ? Reconnaître une situation proportionnelle, c'est pouvoir répondre à toutes les questions de ce type avec un seul nombre : le coefficient.*

Définition – deux grandeurs proportionnelles

Deux grandeurs x et y sont *proportionnelles* si le rapport $\frac{y}{x}$ est constant. Ce rapport est appelé **coefficient de proportionnalité**, noté k : $y = k \times x$.

À vous – application 1

Dans chaque cas, calculer le coefficient de proportionnalité, puis répondre à la question posée.

- Le prix à payer est proportionnel au volume servi : 20 L coûtent 34 €. Calculer k (en €/L), puis le prix de 35 L.
- Une machine produit 120 pièces en 8 h. Calculer k (en pièces/h), puis la production en 5 h.
- Un câble de 12 m a une masse de 3,6 kg. Calculer k (en kg/m), puis la masse de 30 m de câble.

Réponse :

Propriété – produit en croix

Si quatre nombres a, b, c, d (avec b et d non nuls) vérifient $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $a \times d = b \times c$. On peut isoler n'importe laquelle des quatre grandeurs si l'on connaît les trois autres.

À vous – application 2

Calculer la grandeur inconnue par un produit en croix.

a) $\frac{a}{3} = \frac{20}{12}$.

b) $\frac{7}{x} = \frac{21}{15}$.

- c) Un véhicule parcourt 180 km en 2 h à vitesse constante. Quelle distance d parcourt-il en 3 h ?

Réponse :

Point de vigilance. Avant d'appliquer le produit en croix, il faut s'assurer que la situation est bien proportionnelle. Par exemple, l'âge et la taille d'un enfant ne le sont pas, ni un tarif qui comporte un forfait fixe.

§2. Pourcentages

| *Le prix d'une matière première augmente de 8%, puis le fournisseur consent une remise de 5%. Le prix final est-il inférieur ou supérieur au prix de départ ? Les pourcentages se combinent en multipliant des coefficients, pas en ajoutant des taux.*

Définition – pourcentage

Un pourcentage $p\%$ représente la fraction $\frac{p}{100}$. Calculer $p\%$ d'une quantité Q , c'est calculer $\frac{p}{100} \times Q$.

À vous – application 3

Calculer les proportions demandées.

- a) 30 % de 250 €.

- b) 12 % de 75 kg.

- c) Sur un lot de 400 pièces, 18 sont rebutées. Quel pourcentage du lot cela représente-t-il ?

Réponse :

Méthode – augmentation et diminution

Augmenter une quantité de $p\%$ revient à la multiplier par le coefficient $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$.

Diminuer une quantité de $p\%$ revient à la multiplier par le coefficient $\left(1 - \frac{p}{100}\right)$.

Pour enchaîner deux évolutions, on multiplie les coefficients entre eux.

À vous – application 4

Utiliser un coefficient multiplicateur.

- Un prix de 80 € subit une hausse de 15 % : calculer le nouveau prix.
- Une remise de 20 % est appliquée sur 80 € : calculer le prix soldé.
- Un prix de 200 € augmente de 10 %, puis baisse de 10 % : calculer le prix final.

Réponse :

Point de vigilance. Une hausse de 20 % suivie d'une baisse de 20 % ne ramène pas au prix initial : $100 \times 1,20 \times 0,80 = 96$, pas 100. Les taux ne s'additionnent pas, ce sont les coefficients qui se multiplient.

§3. Échelles

Sur un dessin de définition, une pièce mesure 84 mm alors qu'elle en fait 2 100 en réalité. L'échelle est la traduction chiffrée de ce rapport : elle permet de passer du plan à l'atelier, et de l'atelier au plan.

Définition – échelle

Sur un plan ou une carte, l'échelle est le rapport entre une longueur sur le plan et la longueur réelle correspondante, exprimées dans la même unité :

$$\text{échelle} = \frac{\text{longueur sur le plan}}{\text{longueur réelle}}.$$

Une échelle s'écrit souvent sous la forme $1 : n$ (un sur n). Avec une échelle $1 : 50$, 1 cm sur le plan représente 50 cm en réalité ; ou encore, 1 mm sur le plan représente 50 mm.

À vous – application 5

Passer du plan à la réalité.

- Sur un plan à l'échelle $1 : 100$, un mur mesure 4 cm. Calculer sa longueur réelle, en mètres.
- Sur un plan à l'échelle $1 : 20$, une pièce mesure 75 mm. Calculer sa longueur réelle, en millimètres puis en centimètres.
- Sur un plan, une pièce mesure 84 mm pour une longueur réelle de 2 100 mm. Déterminer l'échelle du plan sous la forme $1 : n$.

Réponse :

Méthode – choisir le bon sens de calcul

Les deux longueurs doivent d'abord être exprimées **dans la même unité**. Ensuite :

- du plan vers la réalité, on **multiplie** par n ;
- de la réalité vers le plan, on **divise** par n .

Une échelle $1 : n$ avec $n > 1$ est une réduction ; une échelle $n : 1$ est un agrandissement (utile pour les petites pièces).

À vous – application 6

Passer de la réalité au plan.

- Une pièce mesure réellement 240 mm. Quelle est sa longueur sur un plan à l'échelle $1 : 2$?
- Un local mesure 12 m de long. Quelle est sa longueur, en centimètres, sur un plan à l'échelle $1 : 200$?
- Une pièce d'horlogerie de 3 mm est dessinée à l'échelle $10 : 1$. Quelle est sa longueur sur le dessin ?

Réponse :

§4. Aires usuelles

Chiffrer un traitement de surface, un débit de tôle ou une quantité de peinture suppose de savoir calculer une aire, y compris lorsque la pièce n'est pas d'un seul tenant : perçages, découpes, évidements.

Propriété – formules d'aires

Rectangle de longueur L et largeur ℓ : $S = L \times \ell$.

Triangle de base b et hauteur h : $S = \frac{b \times h}{2}$.

Disque de rayon r : $S = \pi r^2$. Circonférence (périmètre) : $\mathcal{P} = 2\pi r$.

À vous – application 7

Calculer les aires demandées (valeur exacte, puis valeur approchée au dixième lorsqu'il y a un π).

- Disque de rayon $r = 5$ cm.
- Triangle de base $b = 9$ cm et de hauteur $h = 4$ cm.
- Disque de *diamètre* $D = 12$ mm.

Réponse :

Méthode – aire d'une surface composée

On décompose la figure en surfaces usuelles, puis on **ajoute** les parties présentes et on **re-tranche** les parties évidées :

$$S_{\text{utile}} = S_{\text{brute}} - S_{\text{évidée}}.$$

Toutes les aires doivent être exprimées dans la même unité avant d'être additionnées.

À vous – application 8

Calculer l'aire de chaque surface composée.

- Une plaque rectangulaire de 20 cm × 15 cm percée d'un trou circulaire de rayon 3 cm.
- Une plaque carrée de côté 10 cm dont on a découpé un triangle de base 10 cm et de hauteur 4 cm.
- Une plaque rectangulaire de 30 cm × 20 cm percée de deux trous circulaires de diamètre 4 cm.

Réponse :

Conversions d'aires. Pour passer d'une unité d'aire à une autre, on convertit la dimension linéaire correspondante et on élève au carré (voir semaine 1, §3).

§5. Volumes usuels

Un devis matière part du volume de la pièce, une capacité de cuve part du volume du réservoir. Et la question se pose souvent à l'envers : quelle hauteur, quel rayon donner pour atteindre le volume voulu ?

Propriété – formules de volumes

Parallélépipède rectangle de longueur L , largeur ℓ , hauteur h : $V = L \times \ell \times h$.

Cylindre de rayon r et hauteur h : $V = \pi r^2 h$.

Sphère de rayon r : $V = \frac{4}{3} \pi r^3$.

À vous – application 9

Calculer les volumes demandés (valeur exacte, puis valeur approchée au dixième lorsqu'il y a un π).

- Cylindre de rayon $r = 2$ cm et de hauteur $h = 10$ cm.
- Parallélépipède rectangle de dimensions 8 cm × 5 cm × 3 cm.
- Sphère de rayon $r = 3$ cm.

Réponse :

Méthode – retrouver une dimension à partir du volume

On applique la technique de la semaine 1 (§4) : isoler la grandeur cherchée par opérations inverses.

$$V = L \ell h \Rightarrow h = \frac{V}{L \ell} \quad \text{et} \quad V = \pi r^2 h \Rightarrow r^2 = \frac{V}{\pi h} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}.$$

À vous – application 10

Retrouver la dimension manquante.

- Un parallélépipède rectangle de base $10 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$ a un volume $V = 300 \text{ cm}^3$. Calculer sa hauteur h .
- Un cylindre de rayon $r = 5 \text{ cm}$ a un volume $V = 200 \pi \text{ cm}^3$. Calculer sa hauteur h .
- Un cylindre de hauteur $h = 4 \text{ cm}$ a un volume $V = 64 \pi \text{ cm}^3$. Calculer son rayon r .

Réponse :

Conversions de volumes. Pour passer d'une unité de volume à une autre, on convertit la dimension linéaire et on élève au cube (voir semaine 1, §3). On retiendra aussi $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$.

Exercices classiques

Deux exercices d'application pour mettre en œuvre les notions du rappel sur une situation complète. Les corrigés détaillés sont visibles dans la version professeur. D'autres exercices, ainsi que les activités en contexte métier, figurent dans le *cahier d'approfondissement*.

Exercice 1

Une plaque rectangulaire mesure 250 mm de long et 160 mm de large. On y perce 4 trous circulaires identiques, de diamètre 20 mm .

- Calculer l'aire brute de la plaque, en mm^2 .
- Calculer l'aire d'un trou, puis l'aire totale des quatre trous (valeur approchée au dixième).
- En déduire l'aire de matière restante, en mm^2 , puis en cm^2 .

Réponse :

Exercice 2

Une cuve cylindrique a un rayon $r = 40$ cm et une hauteur $h = 1,20$ m.

1. Exprimer la hauteur en centimètres, puis calculer le volume de la cuve en cm^3 (valeur approchée à l'unité).
2. Convertir ce volume en litres (rappel : $1 \text{ L} = 1\,000 \text{ cm}^3$). Arrondir au dixième.
3. La cuve est remplie à 80 % de sa capacité. Quel volume de liquide contient-elle ?

Réponse :

Activités d'application

Activité 1 • Temps d'usinage

MÉCANIQUE

Outil réinvesti : application d'une formule, isoler une grandeur, conversion min/s **Lien référentiel :** S9.1.1 — temps de production

Le temps d'usinage est lié à la longueur à parcourir et à la vitesse d'avance par $t = \frac{L}{V_f}$.

Une fraise progresse à $V_f = 500$ mm/min pour usiner une longueur $L = 200$ mm.

1. Calculer le temps d'usinage t , d'abord en minutes, puis en secondes.
2. Pour la même longueur, à quelle vitesse V_f faut-il fraiser pour terminer en 0,2 min ? (isoler V_f)

Réponse :

Activité 2 • Avance de perçage et diamètre du foret

MÉCANIQUE

Outil réinvesti : proportionnalité, coefficient **Lien référentiel :** S3 — conditions de coupe

Le choix des conditions de coupe passe par des abaques. Pour le perçage d'un acier courant, le fabricant donne l'avance f (en mm/tr) en fonction du diamètre D du foret (en mm).

D (mm)	5	8	10	16
f (mm/tr)	0,10	0,16	0,20	0,32

1. Montrer que f est proportionnelle à D , et déterminer le coefficient de proportionnalité.
2. En déduire l'avance à programmer pour un foret de diamètre 12 mm.

Réponse :

Activité 3 • Proportionnalité entre vitesse de coupe et fréquence

MÉCANIQUE

Outil réinvesti : proportionnalité, tableau de valeurs **Lien référentiel :** S7.2.2 — paramètres de coupe

Pour un diamètre D fixé, la relation $V_c = \frac{\pi \times D \times n}{1000}$ devient une relation de proportionnalité entre V_c et n : doubler n double V_c . On tourne un arbre de diamètre $D = 100$ mm.

1. Compléter le tableau de V_c pour $n = 0, 500, 1000, 1500, 2000$ tr/min (résultats arrondis au dixième).
2. Calculer le rapport V_c/n pour les valeurs non nulles. Que constate-t-on ?
3. Quelle fréquence n donne $V_c = 314,2$ m/min ?

Réponse :

Activité 4 • Aire d'une surface à fraiser

MÉCANIQUE

Outil réinvesti : formule d'aire, conversion $\text{mm}^2 \rightarrow \text{cm}^2$ **Lien référentiel :** lecture de plan, géométrie d'une pièce

On surface une plaque rectangulaire de longueur $L = 200$ mm et de largeur $l = 80$ mm.

1. Donner la formule de l'aire d'un rectangle, puis calculer l'aire S de la plaque (en mm^2).
2. Exprimer 1 mm en centimètres sous la forme d'une puissance de 10, puis en déduire à quoi est égal 1 mm^2 en cm^2 .
3. En déduire S en cm^2 .

Réponse :

Activité 5 • Lecture d'un plan d'usinage à l'échelle

MÉCANIQUE

Outil réinvesti : proportionnalité, échelle **Lien référentiel :** S2.4 — lecture de plan

Un plan d'usinage est tracé à l'échelle **1:5** : une longueur réelle est cinq fois la longueur correspondante sur le dessin.

1. Écrire la relation entre la longueur réelle et la longueur sur le dessin.
2. Une longueur mesurée de 60 mm sur le plan correspond à quelle longueur réelle ?
3. Une pièce mesure réellement 400 mm. Quelle est sa longueur sur le plan ?

Réponse :