

# Chapitre 5

## Semaine 5 : Fonctions et lecture graphique

Cette semaine se compose de trois parties : (a) un rappel mathématique sur les notions à consolider, (b) des exercices classiques d'application directe (tronc commun aux quatre BTS), (c) des activités d'application en contexte Électrotech, qui réinvestissent ces notions dans des situations métier.

### Rappel mathématique

Cette semaine consolide les outils pour décrire et interpréter une dépendance entre deux grandeurs : fonction linéaire, fonction affine, fonction carré, et lecture graphique. Ces outils permettent de modéliser un grand nombre de situations métier (loi d'Ohm, dilatation, débit, étalonnage de capteur).

### §1. Notion de fonction

#### Définition – fonction

Une fonction  $f$  associe à chaque valeur  $x$  (la variable) une unique valeur  $f(x)$  (l'image de  $x$ ). La représentation graphique de  $f$  est l'ensemble des points de coordonnées  $(x ; f(x))$ .

*Exemple* – Pour  $f(x) = 2x + 1$ , on a  $f(0) = 1$ ,  $f(3) = 7$ ,  $f(-2) = -3$ .

### §2. Fonction linéaire

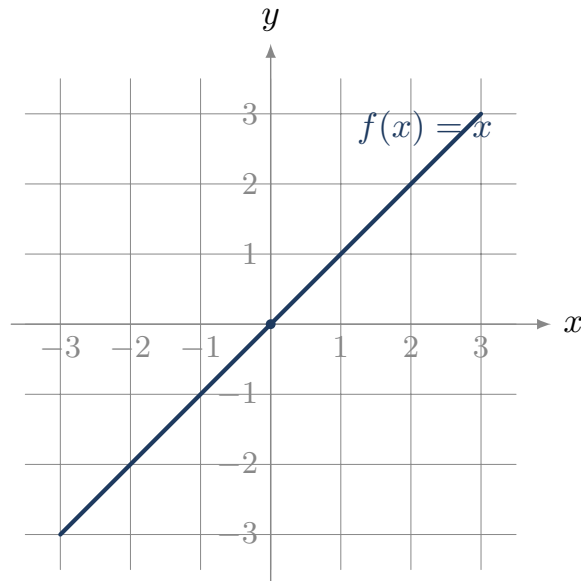
#### Définition – fonction linéaire

Une fonction linéaire est de la forme  $f(x) = kx$ , où  $k$  est un coefficient constant. Sa représentation graphique est une droite passant par l'origine.

#### Propriété – proportionnalité

Une fonction linéaire  $f(x) = kx$  traduit une situation de **proportionnalité** entre  $x$  et  $f(x)$ , de coefficient  $k$ . Sur la droite,  $k$  est le *coefficient directeur* (la pente).

*Exemple* – Pour la loi d'Ohm  $U = RI$ , la tension  $U$  est une fonction linéaire de l'intensité  $I$ , de pente  $R$  (la résistance).



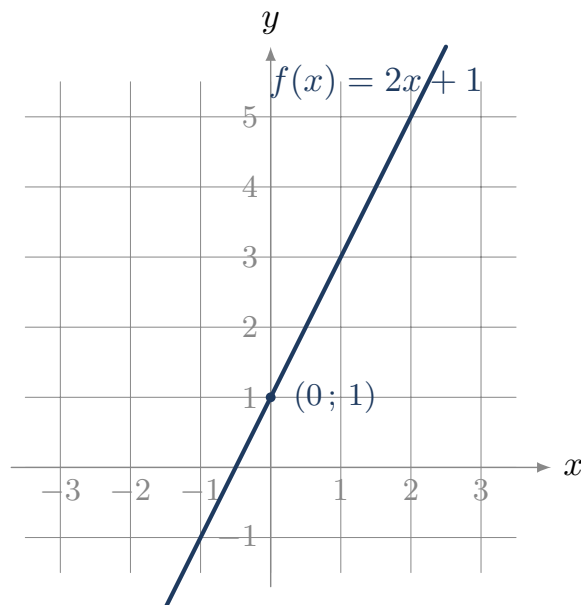
### §3. Fonction affine

#### Définition – fonction affine

Une fonction affine est de la forme  $f(x) = ax + b$ , où  $a$  est le coefficient directeur (pente) et  $b$  l'ordonnée à l'origine. Sa représentation graphique est une droite, qui passe par le point  $(0; b)$ .

Si  $b = 0$ , la fonction est linéaire ; on retrouve le cas précédent.

*Exemple – Pour  $f(x) = 3x + 2$  :  $f(0) = 2$ ,  $f(1) = 5$ . La droite passe par  $(0; 2)$  et a pour pente 3.*



#### Méthode – calculer la pente entre deux points

Pour une droite passant par les points  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$  (avec  $x_A \neq x_B$ ), la pente vaut

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

## §4. Fonction carré

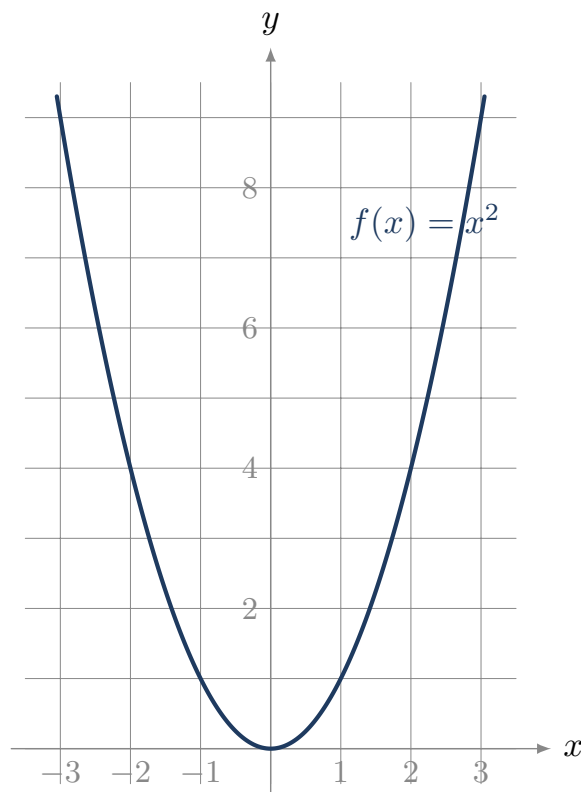
### Définition – fonction carré

La fonction carré est définie par  $f(x) = x^2$ . Pour  $a \neq 0$ , on appelle parfois ainsi toute fonction de la forme  $f(x) = ax^2$ .

### Propriété – effet du carré

Si l'on multiplie la variable par 2, l'image est multipliée par  $2^2 = 4$ . Plus généralement, multiplier par  $k$  multiplie l'image par  $k^2$ .

*Exemple – Pour  $f(x) = x^2$  :  $f(2) = 4$ ,  $f(4) = 16$  (quatre fois plus pour une variable doublée). C'est la signature visuelle d'une dépendance en carré.*



**Cas métier.** La puissance dissipée par effet Joule  $P = RI^2$  est une fonction carré de l'intensité : doubler  $I$  quadruple la puissance.

## §5. Lecture graphique

**Méthode – lire une courbe**

Pour exploiter une représentation graphique :

- **Image d'une valeur** : pour lire  $f(a)$ , on repère  $a$  sur l'axe des abscisses, on monte verticalement jusqu'à la courbe, puis horizontalement jusqu'à l'axe des ordonnées.
- **Antécédent** : pour trouver les valeurs  $x$  telles que  $f(x) = c$ , on repère  $c$  sur l'axe des ordonnées, on va horizontalement jusqu'à la courbe, puis verticalement jusqu'à l'axe des abscisses.
- **Point d'intersection** : entre deux courbes, le point d'intersection donne une valeur de  $x$  pour laquelle les deux fonctions prennent la même valeur.

**Exercices classiques**

Les huit premiers sont à traiter en priorité ; les quatre suivants, signalés *Pour aller plus loin*, sont à traiter en travail personnel ou si le temps le permet.

**Exercice 1**

Soit la fonction  $f(x) = 2x + 5$ . Calculer  $f(0)$ ,  $f(3)$ ,  $f(-2)$ .

Réponse :

**Exercice 2**

Pour la fonction linéaire  $f(x) = 4x$ , compléter le tableau et vérifier qu'il s'agit bien d'une situation de proportionnalité.

$x$	0	1	2	3
$f(x)$				

Réponse :

**Exercice 3**

Soit la fonction affine  $f(x) = 3x - 1$ . Calculer  $f(0)$ ,  $f(2)$  et  $f(4)$ . Vérifier ensuite la pente entre les points  $(2; f(2))$  et  $(4; f(4))$ .

Réponse :

**Exercice 4**

Une droite passe par les points  $A(1; 2)$  et  $B(5; 10)$ . Calculer son coefficient directeur, puis écrire l'équation de la droite  $y = ax + b$ .

Réponse :

**Exercice 5**

Soit la fonction carré  $f(x) = x^2$ . Calculer  $f(2)$ ,  $f(4)$ ,  $f(8)$ . Si l'on double la variable, par quel facteur l'image est-elle multipliée ?

Réponse :

**Exercice 6**

Soit la fonction  $f(x) = 5x^2$ . Compléter le tableau de valeurs.

$x$	0	1	2	3	4
$f(x)$					

Réponse :

**Exercice 7**

Le tableau de valeurs ci-dessous est-il celui d'une fonction linéaire, affine, ou carré ?

$x$	0	1	2	3	4
$f(x)$	3	5	7	9	11

Réponse :

**Exercice 8**

Sur un graphique, la droite représentative d'une fonction  $f$  passe par  $(0; 4)$  et  $(2; 0)$ . En déduire l'expression de  $f$ .

Réponse :

\_\_\_\_\_ Pour aller plus loin \_\_\_\_\_

**Exercice 9**

Une fonction  $f$  vérifie  $f(x) = ax + b$  avec  $f(2) = 7$  et  $f(5) = 16$ . Déterminer  $a$  et  $b$ .

Réponse :

**Exercice 10**

Deux droites ont pour équations  $y = 2x + 1$  et  $y = -x + 4$ . Calculer le point d'intersection (résoudre  $2x + 1 = -x + 4$ ).

Réponse :

**Exercice 11**

Soit  $f(x) = x^2$ . Pour quelles valeurs de  $x$  a-t-on  $f(x) = 49$  ?

Réponse :

**Exercice 12**

Lecture graphique. Sur un graphique non fourni ici, on lit que la droite passe par  $(1; 3)$  et  $(4; 9)$ , et la parabole d'équation  $y = x^2$  passe (notamment) par  $(3; 9)$ . La droite et la parabole se coupent en deux points. En partant des équations, calculer les abscisses de ces deux points d'intersection.

Réponse :

## Activités d'application

### Activité 1 • Décharge d'une batterie (fonction affine)

ÉLECTROTECHNIQUE

**Outil réinvesti** : fonction affine, isoler une grandeur    **Lien référentiel** : S2.2 — accumulateurs et batteries

La tension aux bornes d'une batterie qui se décharge à courant constant suit une loi affine :  $U(t) = U_0 - kt$ , où  $U_0$  est la tension initiale et  $k$  la vitesse de chute (en V/min). On donne  $U_0 = 12$  V et  $k = 0,1$  V/min.

1. Calculer  $U$  au bout de  $t = 20$  min.
2. À quel instant  $t$  la tension atteint-elle  $U = 9$  V ? (isoler  $t$ )

Réponse :

### Activité 2 • Caractéristique d'un conducteur ohmique (fonction linéaire)

ÉLECTROTECHNIQUE

**Outil réinvesti** : proportionnalité, lecture de tableau, pente    **Lien référentiel** : S2.1 — loi d'Ohm, caractéristique  $U(I)$

Pour différents courants  $I$ , on mesure la tension  $U$  aux bornes d'une résistance :

$I$ (A)	0	1	2	3
$U$ (V)	0	5	10	15

1. Calculer le rapport  $U/I$  pour chaque mesure non nulle. Que remarque-t-on ?
2. En déduire la valeur de la résistance  $R$  (la pente de la droite  $U = RI$ ).

Réponse :

### Activité 3 • Effet Joule en fonction de l'intensité (fonction carré)

ÉLECTROTECHNIQUE

**Outil réinvesti** : fonction carré, tableau de valeurs    **Lien référentiel** : S2.1 — pertes par effet Joule

La puissance dissipée par effet Joule dans une résistance  $R = 10 \Omega$  est  $P = RI^2 = 10 I^2$ .

1. Compléter le tableau de  $P$  pour  $I = 0, 1, 2, 3, 4$  A.
2. Si l'on double l'intensité, par combien la puissance est-elle multipliée ? Justifier.

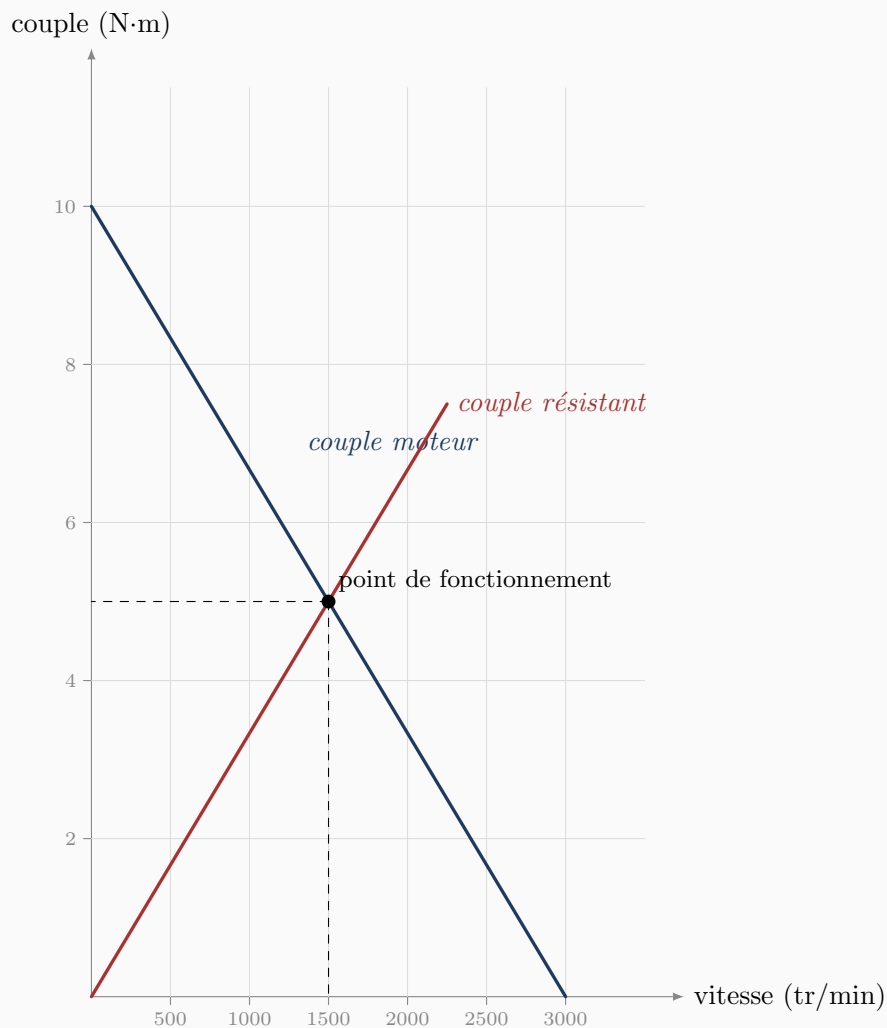
Réponse :

#### Activité 4 • Lecture d'une caractéristique de moteur

ÉLECTROTECHNIQUE

**Outil réinvesti** : lecture graphique, point de fonctionnement    **Lien référentiel** : S2.2 — moteurs électriques, caractéristiques

La courbe ci-dessous représente la caractéristique couple–vitesse d'un moteur électrique. La droite décroissante donne le couple disponible du moteur en fonction de sa vitesse de rotation ; la droite croissante donne le couple résistant exigé par la charge entraînée. Le *point de fonctionnement* est leur intersection.



1. Lire les coordonnées du point de fonctionnement (vitesse en tr/min, couple en N·m).

2. Quel est le couple disponible quand le moteur est à l'arrêt (vitesse nulle) ? On l'appelle le *couple de démarrage*.
3. Pour quelle vitesse le couple disponible devient-il nul ? On l'appelle la *vitesse à vide*.

Réponse :

### Activité 5 • Étalonnage d'un capteur (fonction linéaire)

PHYSIQUE APPLIQUÉE

**Outil réinvesti** : proportionnalité, lecture graphique, pente    **Lien référentiel** : S15 — mesure et instrumentation

On étalonne un capteur de température en relevant sa tension de sortie  $U$  pour différentes températures  $T$  :

$T$ (°C)		0	20	40	60	80
$U$ (mV)		0	100	200	300	400

1. Calculer le rapport  $U/T$  pour les mesures non nulles. Que constate-t-on ?
2. En déduire la sensibilité du capteur (en mV par °C), puis prédire la tension obtenue à  $T = 100$  °C.

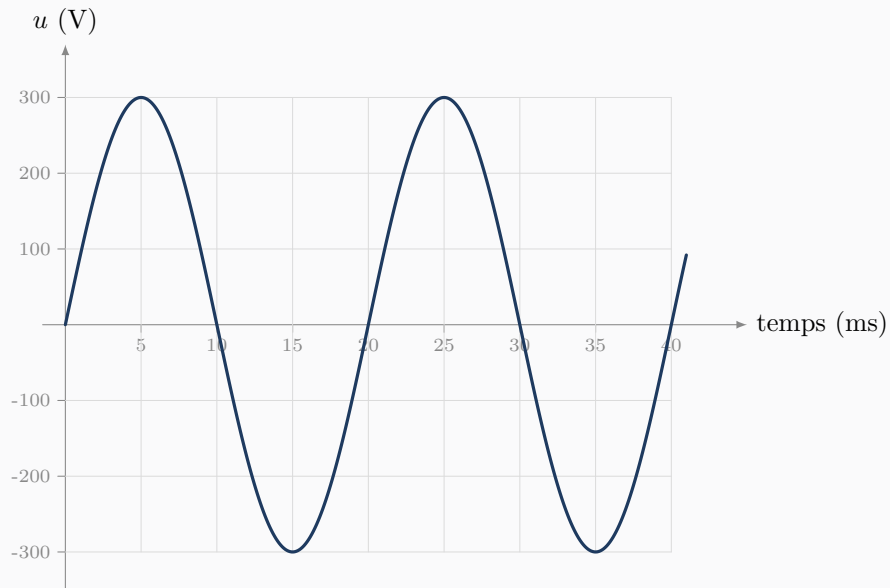
Réponse :

### Activité 6 • Lecture d'un oscillogramme (signal sinusoïdal)

PHYSIQUE APPLIQUÉE

**Outil réinvesti** : lecture graphique, période et fréquence    **Lien référentiel** : S15 — Électricité (grandeurs alternatives)

L'oscillogramme ci-dessous représente une tension alternative en fonction du temps.



1. Lire l'amplitude (valeur de crête) de la tension.
2. Lire la durée d'un cycle complet (la période  $T$ ), puis calculer la fréquence  $f$  (rappel :  $f = 1/T$ ).

Réponse :